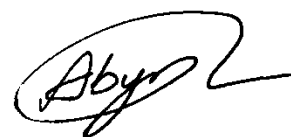


На правах рукописи



Бутковский Александр Викторович

**КИНЕТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ И АНАЛОГИЯ РЕЙНОЛЬДСА
В КЛАССИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ**

1.1.9 — Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва – 2026

Работа выполнена в Центральном аэрогидродинамическом институте имени профессора Н.Е. Жуковского, НИО-8.

Официальные оппоненты:

Аристов Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН (ФИЦ ИУ РАН), заведующий сектором

Кузнецов Михаил Михайлович, доктор физико-математических наук, доцент, Государственное учреждение высшего образования «Московский государственный областной университет» (МГОУ), профессор кафедры теоретической физики

Кустова Елена Владимировна, доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный университета (СПбГУ), Заведующая кафедрой гидроаэромеханики математико-механического факультета

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Защита состоится 23.06.2006 в 14³⁰ на заседании диссертационного совета по защите докторских и кандидатских диссертаций при ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского» (ЦАГИ) по адресу г. Жуковский, Московская область, ул. Жуковского, 1

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского»

Автореферат разослан «_____».

Ученый секретарь
диссертационного совета 31.1.006.01,
доктор физико-математических наук

Брутян М. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертационная работа является фундаментальным исследованием, направленным на решение актуальной проблемы гидрогазодинамики – обнаружение физических эффектов, имеющих место при различных числах Кнудсена и изучение их причин. Число Кнудсена K_n , характеризующее степень разреженности газа, равно отношению средней длины пробега молекул в газе к характерному размеру задачи. Физические эффекты, возникают как при изменении степени разреженности газа, так и при изменении параметров задачи при неизменном K_n . Исследование особенностей неравновесных течений разреженного газа имеет не только академический интерес. Изучение механизмов процессов тепломассопереноса в разреженном газе необходимо для совершенствования вакуумной и авиационно-космической техники, создания новых нанотехнологий. Решение задач экологии атмосферы также тесно связано с изучением неравновесных процессов в газе с числом Кнудсена порядка единицы.

Объект исследования. Объектами исследования являются:

- 1) Различные режимы плоского и цилиндрических течений Куэтта.
- 2) Различные режимы течения Рэлея.
- 3) Течения, возникающие при обтекании пластины набегающим дозвуковым, околосзвуковым и умеренно сверхзвуковым потоком газа под нулевым углом атаки при различных K_n .
- 4) Свободномолекулярный и переходный режимы задач теплопередачи с цилиндрической и сферической симметрией.

Методы исследования. В данной диссертации основным методом исследования является метод прямого статистического моделирования. Аналитические методы используются в основном для исследования свободномолекулярных течений.

Цель диссертации. Целью работы является всестороннее исследование влияния параметров на силовое и тепловое воздействия на поверхности, ограничивающие рассматриваемые течения: на поток энергии, передаваемой поверхностям, напряжение трения, поток нормального импульса и на их соотношения. При этом необходимо выяснить имеют ли эффекты, найденные ранее в некоторых из указанных течений, также место и в других течениях, исследовать течения на предмет существования новых ранее неизвестных эффектов и рассмотреть аналогию Рейнольдса в сплошносредном и переходном режимах течений.

Задачи диссертации. Для достижения цели диссертационной работы были поставлены следующие задачи:

- исследовать влияние чисел Кнудсена, Маха и отношения температур граничных поверхностей на потоки энергии и импульса, передаваемые

поверхностям, в переходном режиме плоского и цилиндрических течений Куэтта.

- исследовать влияние числа Маха и температуры пластины на напряжение трения, поток энергии, передаваемой пластине, и поток нормального импульса, передаваемого пластине, в различные моменты времени в переходном режиме течения Рэлея.

- исследовать влияние чисел Маха, Кнудсена и температур пластины на напряжение трения и на потоки энергии и нормального импульса, передаваемых пластине, при дозвуковом, околозвуковом и умеренно сверхзвуковом обтекании разреженным газом под нулевым углом атаки.

- исследовать аналогию Рейнольдса в плоском и продольном цилиндрическом течениях Куэтта, в течении Рэлея и при обтекании пластины под нулевым углом атаки.

- исследовать условные максимумы потока энергии, передаваемой граничной поверхности в плоском и продольном цилиндрическом течении Куэтта и в задаче о теплопередаче с цилиндрической и сферической симметрией.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. В данной диссертации изучаются процессы и явления, сопровождающие различные режимы течения однородной среды при механическом и тепловом взаимодействии с движущимися и неподвижными поверхностями. Такое исследование соответствует формуле специальности «1.1.9 — Механика жидкости, газа и плазмы».

Результаты проведенного в диссертации исследования соответствуют следующим пунктам паспорта специальности:

6. Динамика разреженных газов и молекулярная газодинамика.

16. Тепломассоперенос в газах и жидкостях.

Научная новизна. В результате проведенных исследований было впервые обнаружено следующее:

1. Эффект *максимума* потока нормального импульса, передаваемого пластине, *при изменении* K_n в плоской задаче Куэтта и задаче Рэлея.
2. Эффект *минимума* зависимости среднего по длине пластины значения потока нормального импульса, передаваемого пластине, *от* K_n при дозвуковом обтекании пластины под нулевым углом атаки.
3. Эффекты *максимума по времени* напряжения трения и потоков энергии и нормального импульса, передаваемых пластине, в задаче Рэлея.
4. Эффект *максимума по* K_n потока энергии, отдаваемой пластиной, в плоской задаче Куэтта, в задаче Рэлея и в задаче об обтекании пластины под нулевым углом атаки.
5. Эффект *сильного уменьшения влияния температуры* пластины на среднюю силу трения, действующую на пластину в переходном режиме.

6. Эффект *перемены знака потока энергии*, передаваемой пластине, при изменении K_n в плоской задаче Куэтта, в задаче Рэлея и в задаче об обтекании пластины под нулевым углом атаки.
7. Эффекты *максимума* напряжения трения. и потоков энергии и нормального импульса, передаваемых поверхности внутреннего цилиндра в цилиндрическом течении Куэтта с неподвижным внутренним цилиндром *при увеличении угловой скорости* внешнего цилиндра.
8. Эффект *резкого уменьшения* напряжения трения и потоков энергии, передаваемых цилиндрам, *при малых K_n и больших скоростях вращения* внешнего цилиндра в цилиндрической задаче Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром.
9. Эффект *перемены знака потока энергии*, передаваемой цилиндрической поверхности, *при изменении отношения радиусов* цилиндров в свободномолекулярном течении Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром.
10. Эффект *минимума* потока нормального импульса, передаваемого поверхности внутреннего цилиндра в цилиндрическом течении Куэтта с неподвижным внешним цилиндром *при увеличении угловой скорости* внутреннего цилиндра.
11. Эффекты *максимума* зависимостей потоков импульса и энергии, передаваемых внутреннему цилиндру, *от отношения радиусов* в свободномолекулярном цилиндрическом течении Куэтта с фиксированным внешним цилиндром.
12. Эффекты *максимума* коэффициента аналогии Рейнольдса *по числу Прандтля* Pr в течении Рэлея несжимаемой жидкости и в ламинарном несжимаемом пограничном слое на пластине.
13. В плоской и продольной цилиндрической задачах Куэтта, в задаче Рэлея, и в задаче о сверхзвуковом обтекании пластины под нулевым углом атаки *температуры* поверхностей *и скорости* их движения *влияют* на отношение потоков энергий, передаваемых пластинам, и коэффициент аналогии Рейнольдса в основном *через число Эккерта* Ec .
14. В задачах о теплопередаче в газе с цилиндрической и сферической симметрией, а также в плоской и продольной цилиндрической задачах Куэтта *аналитически* и численно найдены *максимумы потока энергии*, передаваемой поверхности, при фиксированной температуре одной из граничных поверхностей и изменении температуры другой поверхности.

Достоверность результатов исследования гарантируется высокой эффективностью метода прямого статистического моделирования, выполнением фундаментальных физических законов сохранения энергии и импульса и согласием с результатами, полученными другими авторами другими методами, в том числе экспериментально.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Плоское течение Куэтта разреженного газа при соответствующих значениях параметров обладает следующими свойствами:
 - а) Поток нормального импульса, передаваемого пластине, немонотонен и достигает максимума при изменении K_n .
 - б) Знак потока энергии, передаваемой пластине, при изменении K_n меняется.
 - в) Поток энергии, *отдаваемой* пластиной, при изменении K_n достигает максимума.
2. Течение Рэлея разреженного газа при соответствующих значениях параметров обладает следующими свойствами:
 - а) Потоки энергии и нормального импульса, *передаваемых* пластине, а также напряжение трения на пластине достигают в определенные моменты времени максимума.
 - б) Поток энергии, *отдаваемой* пластиной достигает в определенный момент времени максимума.
 - в) Знака потока энергии, передаваемой пластине, через некоторое время после начала движения пластины меняется
3. Течение разреженного газа, возникающее при обтекании пластины, пластины, расположенной под нулевым углом атаки, при соответствующих значениях параметров, обладает следующими свойствами:
 - а) При любом числе Маха M набегающего потока в случае, когда температура пластины равна температуре невозмущенного газа среднее по длине пластины значение потока нормального импульса, передаваемого пластине, имеет, как функция числа Кнудсена, один или несколько экстремумов. Причем при сверхзвуковом обтекании пластины всегда существует по крайней мере один максимум. При дозвуковом обтекании пластины такая зависимость имеет минимум, а при околосзвуковом дозвуковом может иметь и минимум, и максимум.
 - б) В широком диапазоне температур при дозвуковых и умеренных сверхзвуковых числах Маха в переходном режиме температура пластины очень слабо влияет на среднюю силу трения, действующую на пластину.
 - в) Зависимость среднего потока энергии, *отдаваемой* пластиной, от K_n имеет максимум.
 - г) Средний поток энергии, передаваемый пластине, меняет знак при изменении K_n .
4. Цилиндрическое течение Куэтта разреженного газа с неподвижным внутренним цилиндром при соответствующих значениях параметров, обладает следующими свойствами:
 - а) Напряжение трения на поверхности цилиндра и поток энергии, передаваемой поверхности цилиндра, немонотонны и достигают

- максимума при определенных значениях скорости вращения внешнего цилиндра.
- б) В случае, когда отношение радиусов цилиндров близко к единице абсолютная величина потока нормального импульса, передаваемого поверхности внутреннего цилиндра при изменении скорости вращения внешнего цилиндра достигает максимума.
 - с) Напряжение трения и потоки энергии, передаваемой цилиндрам, при малых K_n и больших скоростях вращения внешнего цилиндра резко уменьшаются при достижении определенной скорости вращения внешнего цилиндра.
 - д) Поток энергии, передаваемой цилиндрической поверхности, в свободномолекулярном течении Куэтта при изменении отношения радиусов цилиндров меняет знак.
5. Цилиндрическое течение Куэтта разреженного газа с неподвижным внешним цилиндром при соответствующих значениях параметров, обладает следующими свойствами:
- а) Абсолютная величина потока нормального импульса, передаваемого внутреннему цилиндру, имеет в переходном режиме минимум как функция скорости внешнего цилиндра.
 - б) В свободномолекулярном режиме напряжение трения и потоки энергии, передаваемые цилиндрам, имеют максимум, как функции отношения радиусов цилиндров
6. В задачах о теплопередаче в газе с цилиндрической и сферической симметрией, а также в плоской и продольной цилиндрической задачах Куэтта существуют максимумы потока энергии, передаваемой одной из поверхностей при изменении ее температуры при фиксированной температуре другой поверхности. Для свободномолекулярного режима максимумы найдены и исследованы аналитически, а для переходного численно методом DSMC.
7. Аналогия Рейнольдса для различных режимов плоского и продольного цилиндрического течений Куэтта, течения Рэлея и течения, возникающего при обтекании пластины под нулевым углом атаки при соответствующих значениях параметров, обладает следующими свойствами:
- а) Температуры и скорости граничных поверхностей влияют на коэффициент аналогии Рейнольдса в основном через число Эккерта.
 - б) Коэффициент аналогии Рейнольдса, как функция P_r в задаче Рэлея для несжимаемой жидкости имеет максимум, если число Эккерта положительно.
 - с) Коэффициент аналогии Рейнольдса для пластины, расположенной под нулевым углом атаки, при наличии ламинарного несжимаемого пограничного слоя имеет максимум как функция P_r , если число Эккерта положительно.
 - д) В предположении постоянства числа Прандтля в результате интегрирования уравнений Навье-Стокса получено точное

соотношение между потоком энергии, передаваемой поверхности, и напряжением трения на поверхности в продольном цилиндрическом течении Куэтта вязкого сжимаемого газа и показано, что коэффициент аналогии Рейнольдса в продольном цилиндрическом течении Куэтта вязкого сжимаемого газа зависит только от Ec и не зависит от отношения радиусов.

Практическая ценность результатов. Полученные результаты:

- расширяют существующие представления о процессах тепломассопереноса в газах.
- стимулируют дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования явлений переноса в разреженных газах.

Область применения результатов. Полученные в данной работе результаты могут быть использованы:

- в теоретических и экспериментальных исследованиях в различных областях молекулярной газовой динамики
- в вакуумной технике
- в учебном процессе в вузах при подготовке студентов и аспирантов по специальности «Молекулярная газовая динамика» и «Вакуумная техника».

Апробация и внедрение результатов. Полученные в диссертации результаты используются в учебном процессе в Московском физико-техническом институте и в Санкт-Петербургском государственном университете.

Результаты диссертационной работы были представлены на международных конференциях по динамике разреженного газа (RGD-28, Сарагоса, Испания, 2012; RGD-31, Глазго, Великобритания, 2018; RGD-32, Сеул, Республика Корея, 2022) и на международной конференции по механике «Шестые Поляховские чтения», Санкт-Петербург, Россия, 2012.

Публикации. Основные результаты работы опубликованы в 20 рецензируемых научных изданиях, входящих в перечень ВАК. Из них 10 входят в первый квартиль (Q1) в базах Scopus и Web of Science.

Личный вклад автора. Личный вклад автора заключался в участии в постановке задач, проведении численных расчетов рассмотренных задач, анализе полученных результатов, а также подготовке статей и докладов на конференциях. Результаты совместных работ представлены в диссертации с согласия соавторов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, семи глав, заключения и списка использованных источников. Общий объем составляет 240 страниц, включая 102 рисунка. Список использованных источников содержит 166 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы основные цели и задачи работы, показаны научная новизна и ценность результатов, выносимых на защиту, описана структура диссертации.

В первой главе проведено исследование сильно неравновесного течения однокомпонентного газа в плоской задаче Куэтта в широком диапазоне чисел Кнудсена и Маха и температур поверхностей. Среди известных результатов можно выделить такие интересные, как немонотонность по числу Кнудсена при больших числах Маха напряжения трения (Шахов Е.М. Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. №5. С.16), а также потока энергии, передаваемого пластине (А. К. Rebrov, Р. А. Skovorodko, RGD-1996, 20th International Symposium Proceedings, p.215). В первой главе диссертации рассматривается влияние Kn на поток нормального импульса и продолжено исследование зависимости потока энергии, передаваемой пластине, от Kn .

В разделе 1.1 описывается постановка задачи о плоском течении Куэтта разреженного газа.

В разделе 1.2 описывается численный метод расчета течения Куэтта разреженного газа и его верификация. Для решения задачи в переходном режиме использовался метод прямого статистического моделирования (DSMC). Для его верификации распределения температур и скоростей газа между пластинами и поток энергии, передаваемый пластине, полученные в данной работе DSMC методом при малых Kn , сравниваются с результатами решения краевой задачи для уравнения Навье–Стокса с условиями скольжения.

В разделе 1.3 исследуется немонотонность потока нормального импульса при изменении числа Кнудсена. Известно, что зависимости напряжения трения P_{xy} и потоков энергии, передаваемой нижней и верхней пластинам ($E_{1,2}$ соответственно) от Kn имеют максимумы при больших M . В данной диссертации методом прямого статистического моделирования показано, что в задаче Куэтта зависимость потока нормального импульса P_{yy} от Kn , также имеет максимум, причем не только при гиперзвуковых M . Соответствующие зависимости $P(Kn)$ при различных M представлены на Рис. 1. Здесь и далее

$T = T_1 / T_2$, $P = |P_{yy}| / (\rho_{av} c^2)$, $F = |P_{xy}| / (\rho_{av} c^2)$, $Q = E_1 / (\rho_{av} c^{3/2})$, $Kn = \lambda / L$, где ρ_{av} – средняя плотность газа между пластинами, λ – характерная длина свободного пробега молекул, L – расстояние между пластинами, $c = \sqrt{2R_{gas}T_2}$, $U = U_r / c$, $M = U_r \sqrt{2/\kappa}$, U_r – относительная скорость пластин, κ – показатель адиабаты. Для модели максвелловских молекул $\lambda = c / (\sqrt{2}n_{av}\sigma_0)$, а для модели молекул – «твердые сферы» $\lambda = (\sqrt{2}n_{av}\sigma_{sph})^{-1}$,

где $\sigma_{sph} = const$, n_{av} – средняя числовая плотность газа, $\rho_{av} = mn_{av}$ R_{gas} – газовая постоянная, m – масса молекулы.

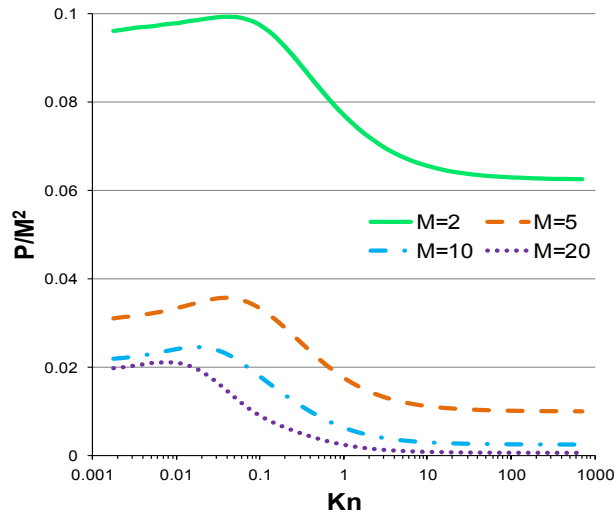


Рис.1. Зависимости потока нормального импульса от числа Кнудсена для максвелловских молекул при $T=0.25$ и различных числах Маха.

В разделе 1.4 обнаружено, что зависимость потока энергии, передаваемой «горячей» (с большей температурой) пластине, от числа Кнудсена имеет отрицательный минимум (см. Рис.2). Это означает, что зависимость потока энергии, отдаваемой «горячей» пластиной, от числа Кнудсена имеет максимум. Таким образом, существует не только максимум (по Kn) потока энергии, передаваемой пластине (при $M \gg 1$) [Ребров А.К., Сковородко П.А., 1997], но для «горячей» пластины существует и максимум (по Kn) потока энергии, отдаваемой пластиной. Этот максимум имеет место и при $M \sim 1$.

В разделе 1.5 обнаружено изменение знака потока энергии, передаваемого пластине в задаче Куэтта при изменении Kn (см. Рис.2b).

На рис. 3а показана плоскость (M, T) , разделенная на три части. В двух из них знак потока энергии постоянен, а в третьей зависит от числа Kn . Эти области разделены кривыми $T = T_{NS}(M) = 1 + Pr \kappa M^2 / (2c_p)$ и $T = T_{fm}(M) = 1 + \kappa M^2 / 4$, соответствующими нулевым потокам энергии, передаваемой пластине в навье-стоксовом и свободномолекулярном режимах.

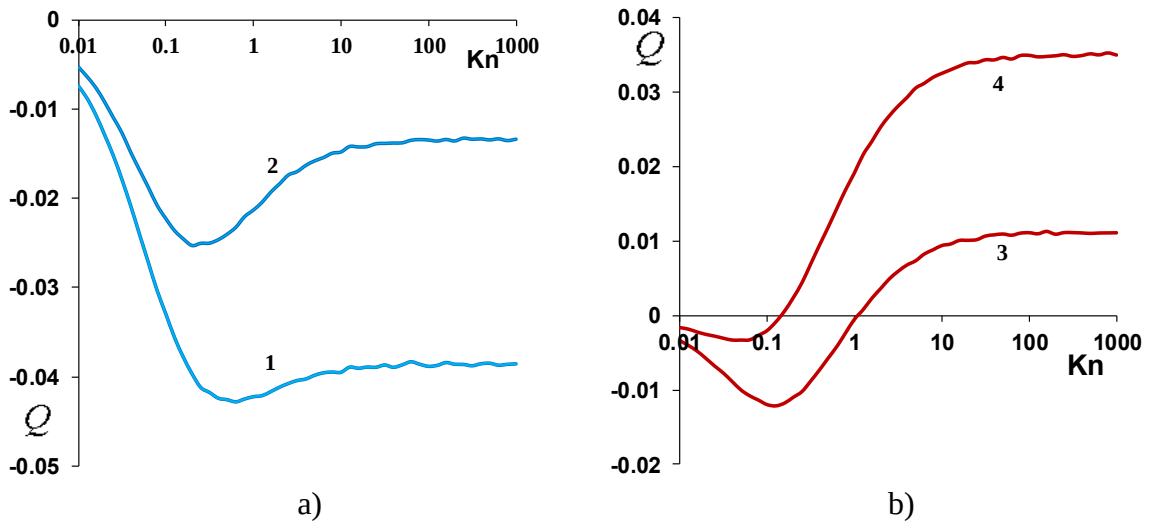


Рис.2. Зависимости потока энергии, передаваемого нижней пластине, от Kn для максвелловских молекул при $M=1$: 1-4 - $T = 1.54, 1.46, 1.38, 1.3$.

Кривая $M_{\text{boundary}}(Kn)$, разделяющая области знакопостоянства потоков энергии на неподвижную пластину при $T=2$ приведена на Рис.3б. Как видно из графика при $M_{\text{frm}} < M < M_{\text{boundary}} \leq M_{\text{NS}}$ увеличение Kn может приводить к изменению знака потока энергии на неподвижную пластину.

Таким образом, в диссертации показано, что в течении Куэтта при постоянном числе Маха изменение знака потока энергии, передаваемой пластине, может происходить не только вследствие нагрева или охлаждения пластин, но и за счет изменения степени разреженности газа. Это кардинально отличает задачу Куэтта от задачи теплопроводности между двумя пластинами.

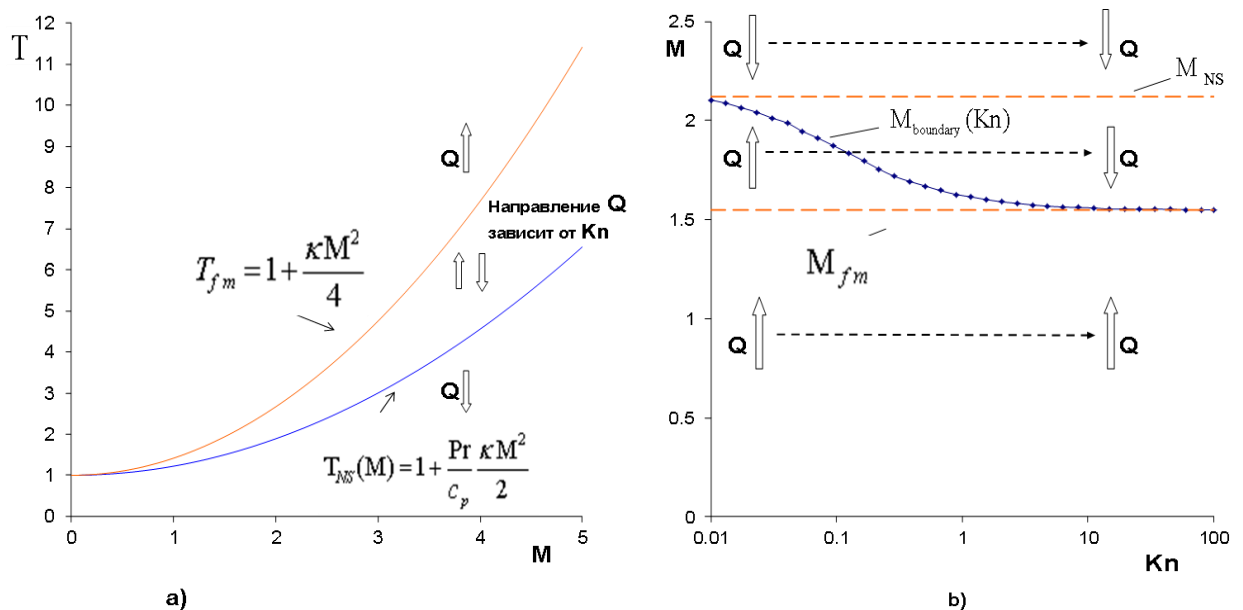


Рис. 3. Области с различными направлениями потока энергии:
а) (M, T) плоскость; б) (Kn, M) плоскость при $T=2$.

Все найденные в первой главе эффекты объяснены в диссертации процессами поворота, торможения и термализации совокупности падающих

на пластину молекул и их конкуренцией. Однако поворот, торможение и термализация падающих молекул при изменении характерного числа Кнудсена происходят и в других течениях разреженного газа. *Поэтому следует ожидать появления эффектов, свойственных течению Куэтта в различных течениях разреженного газа как стационарных, так и нестационарных при соответствующих значениях параметров, например, в течении Рэлея и при обтекании пластины под нулевым углом атаки.*

Во второй главе диссертации исследовалась задача Рэлея о течении, возникающем в полупространстве после внезапного начала движения бесконечной пластины. Автору диссертации неизвестны публикации, посвященные эффектам переходного режима в задаче Рэлея. Обнаружению и исследованию таких эффектов посвящена данная глава диссертации.

Далее введены обозначения: t – время, нормированное на $\lambda_\infty / c_\infty$, где λ_∞ – длина свободного пробега молекул в невозмущенном газе, $c_\infty = \sqrt{2R_{gas}T_\infty}$; T_w – температура поверхности T_s , нормированная на температуру невозмущенного газа T_∞ ; число Кнудсена в задаче Рэлея равно t^{-1} ; U_w – скорость пластины U_s , нормированная на c_∞ ; $p_y(t)$ – абсолютная величина средней вертикальной компоненты импульса молекул, падающих на пластину, нормированная на mc_∞ ; $N(t)$ – поток молекул, падающих на пластину, нормированный на $n_\infty c_\infty$, n_∞ – числовая плотность невозмущенного газа; $P_{yy}(t)$, $P_{xy}(t)$, $E(t)$ – абсолютной величины потока нормального импульса, передаваемого пластине, напряжения трения и потока энергии передаваемой пластине, обезразмеренные на соответствующие свободномолекулярные значения. Эти и последующие расчеты течения Рэлея проводились с использованием программы Г. Берда (Берд Г. *Молекулярная газовая динамика*. М.: Мир. 1981. с.255)

При $t \ll 1$ течение Рэлея является свободномолекулярным. Увеличение t приводит к тому, что совокупность молекул, падающих на поверхность: 1) в результате столкновений с отраженными молекулами дополнительно разворачивается в сторону пластины 2) тормозится 3) постепенно термализуется. Это, как и следовало ожидать, приводит к тем же эффектам, что и в плоском течении Куэтта. Однако, в отличие от стационарного течения Куэтта для демонстрации кинетических эффектов в течении Рэлея нет необходимости менять параметры задачи. Эффекты проявляются сами по мере увеличения времени, прошедшего от начала движения.

В разделе 2.1 рассматривается постановка задачи о течении Рэлея разреженного газа.

В разделе 2.2 описывается метод расчета течения Куэтта разреженного газа. Для решения задачи в переходном режиме используется прямое статистическое моделирование.

В разделе 2.3 для верификации результатов расчетов задачи Рэлея, полученных в данной работе DSMC методом, распределения температуры, плотности и компонент скоростей газа сравниваются с соответствующими решениями краевой задачи для уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения на пластине в различные моменты времени.

В разделе 2.4 описана немонотонность потока нормального импульса, передаваемого пластине. Соответствующие зависимости $p_y(t)$, $N(t)$, $P_{yy}(t)$ представлены на Рис. 4.

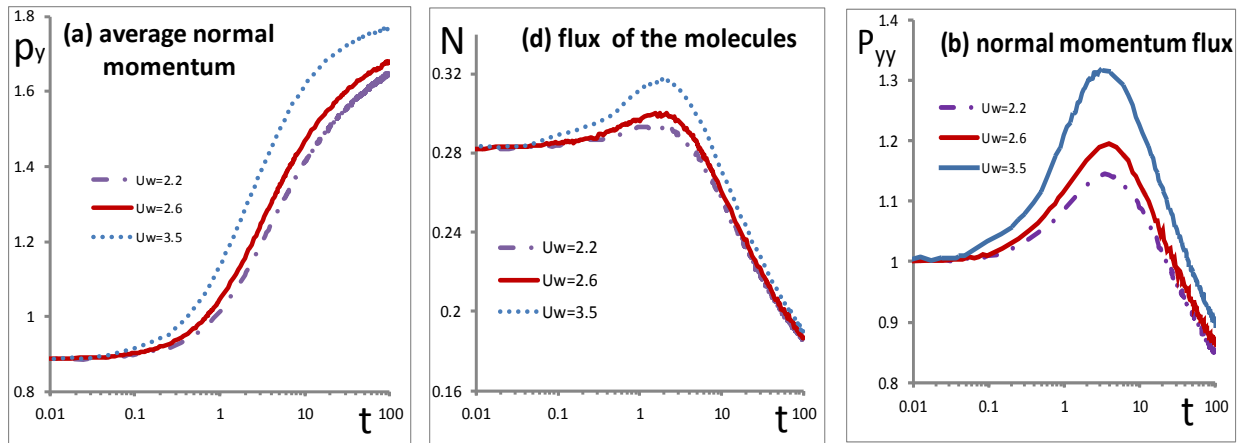


Рис. 4. (a) Абсолютное значение среднего нормального импульса, падающих молекул. (b) Поток молекул, падающих на пластину. (c) Поток нормального импульса, передаваемого пластине. $T_w = 4$.

В разделе 2.5 описана немонотонность напряжения трения и потока энергии, передаваемого пластине в течении Рэлея при $M \gg 1$.

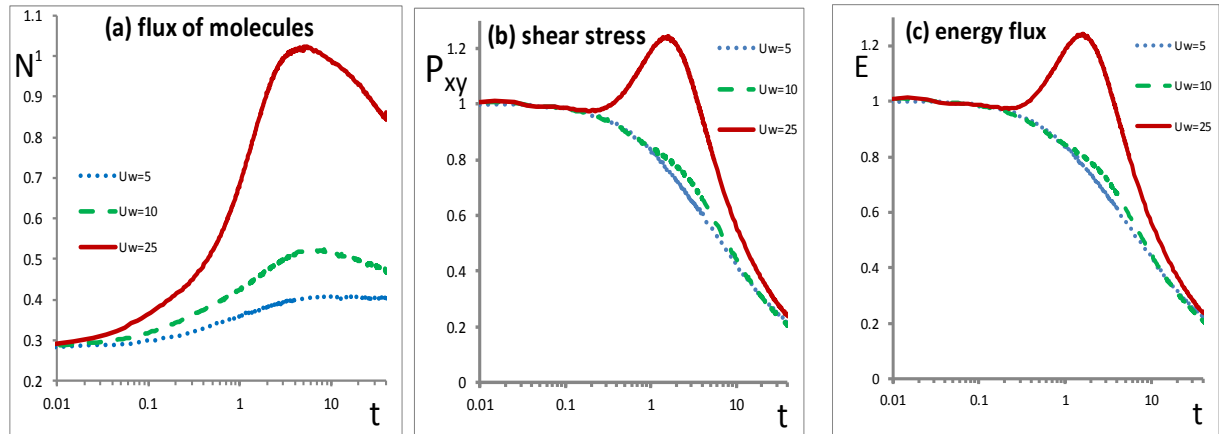


Рис. 5. (a) Поток молекул, падающих на пластину. (b) Напряжение трения на пластине. (c) Поток энергии, передаваемой пластине. $T_w = 0.25$.

Зависимости $N(t)$, $P_{xy}(t)$ и $E(t)$ для $T_w = 0.25$ при различных U_w приведены на рис. 5. Во всех рассмотренных на рис. 5 случаях, за исключением $U_w = 25$, $P_{xy}(t)$ монотонно убывает. Это связано с тем, что возрастание потока падающих на пластину молекул оказывается

недостаточным для роста $P_{xy}(t)$. Мощный поток возникает при $U_w = 25$ в результате гораздо большей средней вертикальной составляющей скорости совокупности падающих на пластину молекул. Как видно из графиков, при $U_w = 25$ зависимости $P_{xy}(t)$ и $E(t)$ имеют максимумы.

В разделе 2.6 описывается отрицательный минимум в зависимости потока энергии, передаваемой «горячей» ($T_w > 1$) пластине, от t (т.е. временной максимум потока энергии отдаваемой пластиной).

В начале движения пластины падающие молекулы тормозятся и частично разворачиваются в сторону пластины. Затем доминирующим становится процесс термализации. При этом средняя энергия падающих молекул вначале уменьшается за счет торможения, а затем возрастает благодаря термализации. В результате образуется минимум средней энергии. Кроме того, за счет первоначального поворота падающих молекул и последующей термализации образуется максимум потока падающих молекул. В результате образуется *отрицательный* минимум потока энергии, *передаваемого* пластине, см. рис.6.

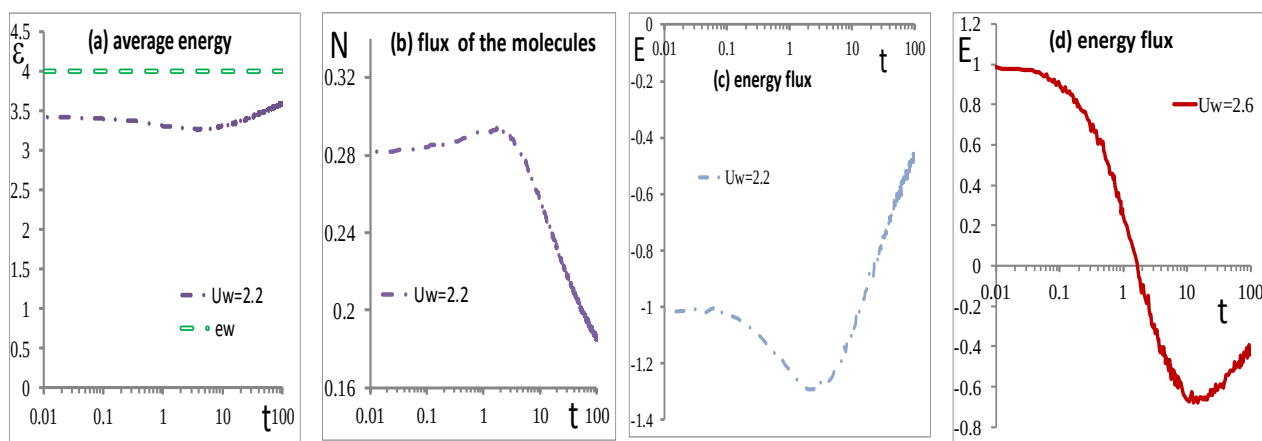


Рис. 6. (a) Средняя энергия падающих и отраженных молекул.
 (b) Поток молекул, падающих на пластину.
 (c,d) Поток энергии, передаваемой пластине. $T_w = 4$.

В разделе 2.7 обнаружено изменение со временем знака потока энергии, передаваемого пластине в задаче Рэлея. Если средняя энергия падающих молекул становится меньше средней энергии отраженных молекул, то поток энергии, передаваемой пластине меняет знак, достигая затем из-за начавшегося преобладания эффекта термализации, отрицательного минимума. Такая ситуация, как видно из рис. 6d, реализуется при $U_w = 2.6$.

В третьей главе диссертации в основном рассматриваются дозвуковые, транзвуковые и умеренно сверхзвуковые потоки разреженного одноатомного газа над плоской пластиной при нулевом угле атаки в переходном режиме. В ней исследуется влияние степени разреженности набегающего потока (числа Кнудсена) на напряжение трения, поток нормального импульса, передаваемого пластине, и на поток энергии,

передаваемой пластине при различных числах Маха и температурах пластины.

В последнее время стали появляться исследования дозвуковых течений разреженного газа. Это связано с растущим интересом к микроэлектромеханическим системам (МЭМС). Дозвуковые потоки газа в этих системах являются потоками разреженного газа даже в атмосферных условиях. Однако применение DSMC для расчета установившихся дозвуковых и околозвуковых течений сталкивается со значительными трудностями, связанными с формулировкой правильных граничных условий на входе и выходе. Известные публикации в основном посвящены именно разработке приближенных граничных условий для дозвукового течения разреженного газа. Систематического исследования влияния параметров дозвукового (как и умеренно сверхзвукового) набегающего потока на напряжение трения и потоки нормального импульса и энергии, передаваемых пластине, не проводилось. Трансзвуковое обтекание пластины в переходном режиме, насколько известно автору, ранее не рассматривалось.

В разделе 3.1 формулируется краевая задачи об обтекании пластины потоком разреженного газа под нулевым углом атаки.

В разделе 3.2 описывается метод расчета обтекания пластины потоком разреженного газа. В отличие от известных работ, для решения задачи о стационарном обтекании пластины разреженным газом рассматривается устанавливающееся нестационарное обтекание пластины, трансформирующееся в пределе в стационарное. Это позволяет решить проблему граничных условий для расчета стационарного обтекания пластины при дозвуковых и трансзвуковых числах Маха. Для численного решения задачи используется прямое статистическое моделирование.

В разделе 3.3 проводятся верификация и валидация численного метода путем сравнения: а) с результатами расчетов сверхзвукового обтекания пластины на основе модельного уравнения; б) с соответствующими решениями задачи обтекания для уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения на пластине при малых числах Кнудсена; в) с расчетами обтекания пластины, также выполненными DSMC методом, но другими авторами; г) с экспериментальными данными о дозвуковом обтекании пластины.

В Таблице 1 значения среднего по пластине напряжения трения, нормированного на удвоенное давление набегающего потока, полученные методом DSMC, сравниваются с результатами экспериментальных исследований (S. A. Schaaf and F. S. Sherman, J. Aeron. Sci. **21**, 85 (1954)) для пластины с удлинением $AR = 5$ при различных числах Маха набегающего потока M и различных Kn . В Таблице 1 также приведены значения отношения теоретических и экспериментальных данных F_{rel} , а также соответствующие средние значения $\bar{F}_{rel}$ и стандартное отклонение σ . Здесь $Kn = \lambda_{\infty} / L$,

$$F = \int_0^L p_{xy} dx / (\rho_{\infty} c_{\infty}^2 L), \quad L - \text{длина пластины},$$

M	Kn	F Experiment (S.Schaaf, F.Sherman, 1954)	F DSMC hard sph.	F_{rel}	$\bar{F}_{rel}$	σ
0.71	0.0409	0.0656	0.0675	1.03	1.01	0.079
0.188	0.0412	0.0109	0.0126	1.14		
0.167	0.0788	0.0158	0.0157	0.991		
0.622	0.139	0.0936	0.0916	0.978		
0.521	0.244	0.0978	0.0881	0.900		

Таблица 1. Сравнение результатов расчетов напряжения трения, с экспериментальными данными.

Как видно из Таблицы 1, предложенный выше подход к расчету дозвукового обтекания пластины разреженным газом позволяет получить хорошее согласие между расчетными и экспериментальными данными.

В разделе 3.4 исследуются экстремумы зависимости интегрального потока нормального импульса от Kn при различных числах Маха. Известно, что при гиперзвуковых скоростях интегральная зависимость потока нормального импульса, передаваемого пластине, от Kn имеет максимум. В диссертации показано, что при любых числах Маха набегающего потока эта зависимость имеет, по крайней мере, один экстремум при условии, что температура пластины равна температуре набегающего потока.

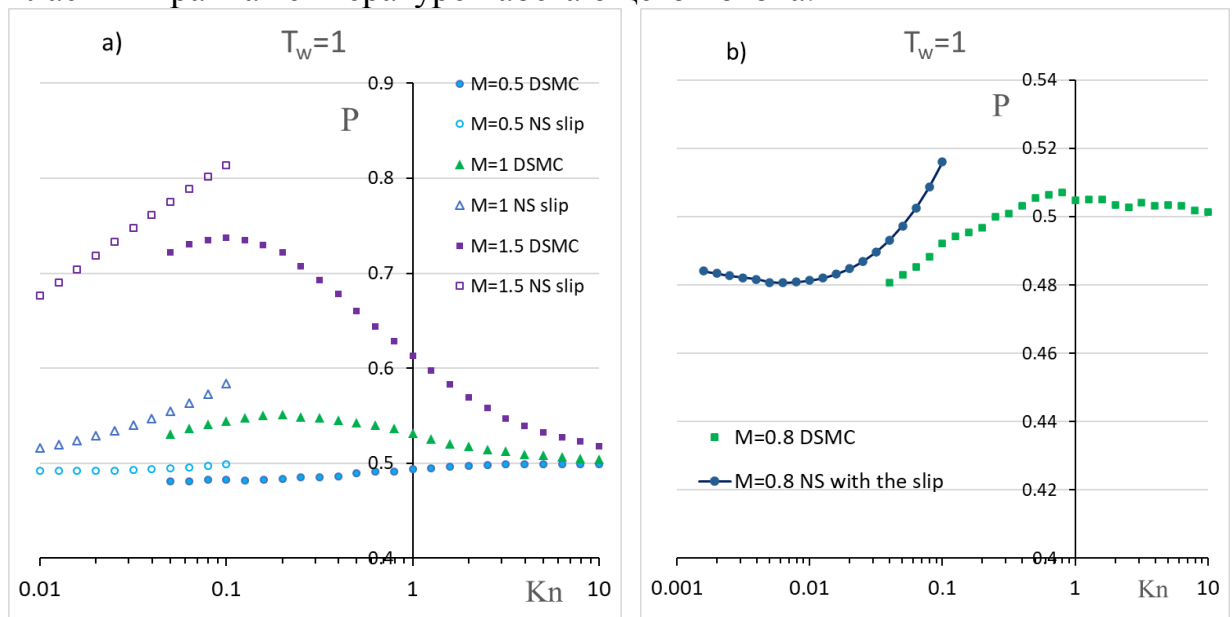


Рис. 7. Зависимости среднего потока нормального импульса, передаваемого пластине от Kn при различных числах Маха: а) $P(Kn)$ имеет один экстремум ($M=0.5, 1, 1.5$); б) $P(Kn)$ имеет два экстремума ($M=0.8$).

Зависимости $P(Kn)$, полученные методом прямого статистического моделирования при $T_w=1$ и $0.05 \leq Kn \leq 10$, а также путем решения краевой задачи для уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения при $0.0016 \leq Kn \leq 0.1$ приведены на Рис.7 для различных M . Здесь

$$P = - \int_0^L p_{yy} dx / (\rho_\infty c_\infty^2 L). \text{ При } M = 1.5, \text{ как видно из рис. 7а, зависимость } P(Kn)$$

имеет максимум. Существование максимума этой зависимости для сверхзвукового обтекания пластины имеет следующее физическое объяснение. При $Kn \ll 1$ течение газа можно рассматривать как сплошносредное. В этом случае в результате взаимодействия пограничного слоя с внешним потоком перед пластиной возникает ударная волна. По мере увеличения разрежения (Kn) число Рейнольдса уменьшается, а толщина пограничного слоя увеличивается. Увеличение толщины вытеснения пограничного слоя приводит, в свою очередь, к увеличению давления за ударной волной. С другой стороны, при $Kn \gg 1$, когда набегающий поток близок к свободномолекулярному, поток нормального импульса, передаваемый пластине, увеличивается с уменьшением числа Кнудсена. Это обусловлено увеличением числа столкновений набегающего сверхзвукового потока с молекулами газа, отраженными от поверхности, и его частичным разворотом аналогично тому, как это происходит в задачах Куэтта и Рэлея. В результате поток нормального импульса достигает максимума в переходной области.

С уменьшением M величина максимума $P(Kn)$ уменьшается. Однако зависимость сохраняет максимум и при $M = 1$ (см. Рис. 7а). При дальнейшем уменьшении числа Маха максимум продолжает уменьшаться, и в дополнение к этому у зависимости появляется слабый минимум (см. Рис. 7б). Дальнейшее уменьшение M до 0.5 приводит к тому, что в рассматриваемой области значений числа Кнудсена эта зависимость имеет лишь слабый (около 4%) минимум (см. Рис. 7а). Существование минимума $P(Kn)$ при дозвуковых числах Маха имеет следующее физическое объяснение.

При $M = 0.5$ изменение плотности потока газа мало, и при $Re \gg 1$ (то есть при $Kn \ll 1$) течение может быть приближенно описано теорией пограничного слоя для несжимаемой жидкости вокруг пластины. В этом случае давление газа в области внешнего потока и в пограничном слое несколько меньше, чем p_∞ . Уменьшение Kn приводит к увеличению Re и, следовательно, к уменьшению толщины вытеснения пограничного слоя и, таким образом, к увеличению $P(Kn)$. Кроме того, по мере увеличения Re влияние кромок на течение газа уменьшается, и $P(Kn)$ увеличивается, приближаясь к 0.5. С другой стороны, при увеличении Kn до значений порядка 1 поток перестает описываться теорией пограничного слоя, и при $Kn \gg 1$ становится близким к свободномолекулярному вдоль всей

пластины. В этом случае $P(Kn)$ возрастает и приближается к свободному молекулярному значению $P_{FM} = 0.5$. При этом у зависимости $P(Kn)$ возникает минимум.

Если M , хотя и дозвуковое, но достаточно велико, так, что при уменьшении Kn со стороны свободномолекулярных значений эффект поворота все еще доминирует над торможением и термализацией, то поток нормального импульса будет при уменьшении Kn возрастать, а при $Kn \ll 1$, в силу вышесказанного, с увеличением Kn убывать. В результате у зависимости $P(Kn)$ в рассмотренном околозвуковом дозвуковом обтекании пластины возникают и минимум, и максимум.

В разделе 3.5 обнаружено сильное уменьшение влияния температуры пластины на напряжение трения на пластине в переходном режиме при дозвуковых и умеренных сверхзвуковых числах Маха.

Зависимости $F(Kn)$ полученные при различных числах Маха и различных значениях отношения температуры пластины к температуре потока приведены на Рис. 8. Как видно из Рис. 8a,b,c при дозвуковых, трансзвуковых и умеренных сверхзвуковых числах Маха в широком диапазоне T_w ($0.25 < T_w < 4$) температура пластины слабо влияет на силу трения, действующую на пластину, (при неизменных P_∞ и M) не только при $Kn \gg 1$, но и во всей переходной области.

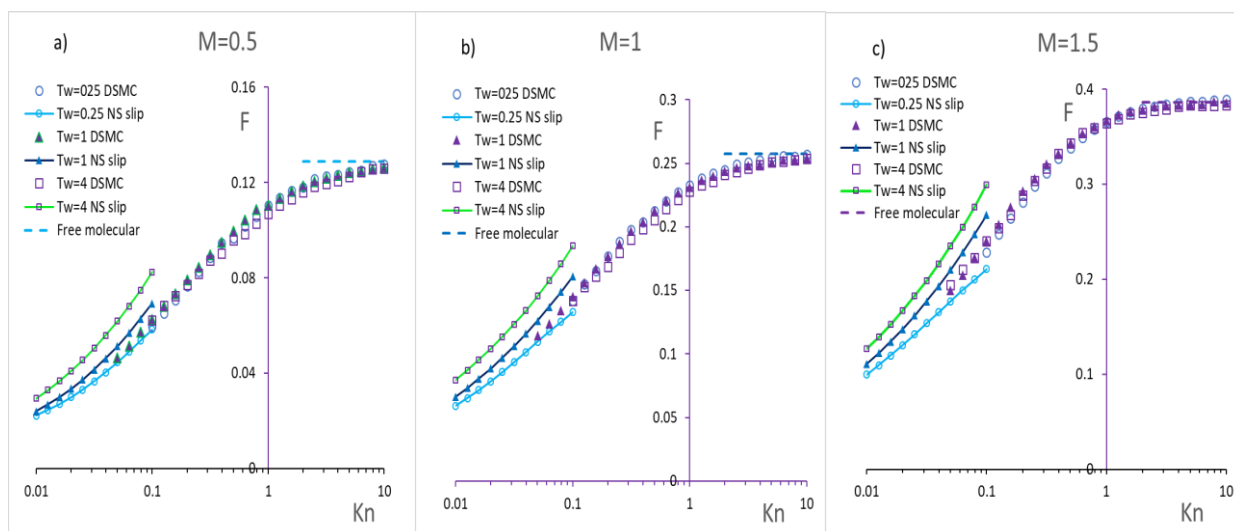


Рис. 8. Зависимость среднего напряжения трения F от числа Кнудсена при различных значениях температурного отношения T_w .

В разделе 3.6 было проведено исследование влияние Kn на средний поток энергии, передаваемой пластине при различных числах Маха и температурах пластины при $T_w > 1$. (При $T_w = 1$ зависимость $Q(Kn)$ монотонно возрастает при дозвуковых и умеренных сверхзвуковых значениях M). При $T_w > 1$ зависимость $Q(Kn)$ может иметь отрицательный минимум (см. Рис. 9). Здесь. Как видно из графиков, если M невелико, то при уменьшении Kn ,

начиная от свободномолекулярных значений, термализация падающих молекул доминирует над их торможением при всех Kn и $Q(Kn)$ монотонно возрастает. Однако при $M=1.5$ вначале (при уменьшении Kn от свободномолекулярных значений) доминирует эффект от торможения падающих молекул, но затем доминирует термализация. В результате, также как и в течениях Куэтта и Рэлея, образуется отрицательный минимум потока энергии, передаваемой пластине. Таким образом, существует не только максимум (по Kn) потока энергии, передаваемой пластине (при $M \gg 1$) [Коган М.Н., Гусев В.Н., Ерофеев А.И., Перепухов В.А., 1960-1970], но и максимум (по Kn) потока энергии, отдаваемой пластиной (при $T_w > 1$). Этот максимум существует и при $M \sim 1$.

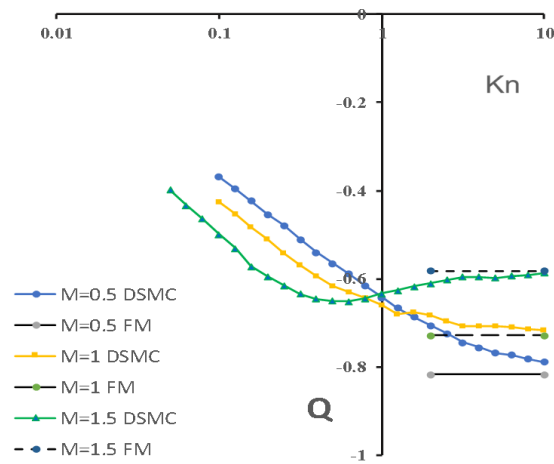


Рис. 9. Зависимости потоков энергии, передаваемой пластине, от Kn при различных M ; $T_w = 2$, $Q = \int_0^L E_s dx / (\rho_\infty c_\infty^3 L)$.

В разделе 3.7 обнаружено изменение знака среднего потока энергии, передаваемой пластине, при изменении числа Кнудсена (см. Рис. 10).

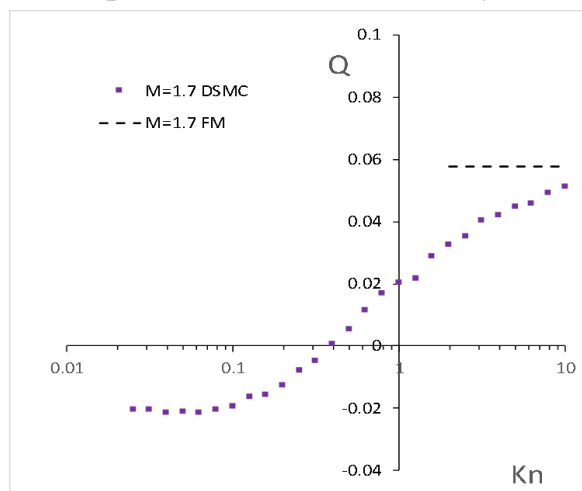


Рис.10. Средний поток энергии, передаваемой пластине, $T_w = 2$.

Если M достаточно велико, так что при уменьшении Kn на этапе преобладания эффекта от торможения над эффектом от термализации средняя энергия падающих молекул уменьшаясь, становится меньше средней

энергии отраженных молекул, то средний поток энергии, передаваемой «горячей» пластине меняет знак, подобно тому, как это происходит в течениях Куэтта и Рэлея.

В четвертой главе диссертации рассматривается цилиндрическое течение Куэтта разреженного газа с фиксированным внутренним цилиндром. Исследуется влияние скорости вращения, отношения температур и отношения радиусов на напряжение трения и потоки энергии, передаваемые цилиндрическим поверхностям.

В разделе 4.1 в общем виде формулируется краевая задача для цилиндрического течения Куэтта разреженного одноатомного газа, возникающего при вращении внутреннего цилиндра радиуса r_1 и температуры T_1 со скоростью u_1 и внешнего цилиндра радиуса r_2 и температуры T_2 со скоростью u_2 . Средняя плотность газа между цилиндрами ρ_{av} . Далее используются обозначения $U_{1,2} = u_{1,2} / c$, $c = \sqrt{2R_{gas}T_2}$, $\beta = r_2 / r_1$, $t = T_1 / T_2$, $Kn = \lambda / (r_2 - r_1)$, $\lambda = (\sqrt{2}n_{av}\sigma_{sp})^{-1}$, где σ_{sp} - сечение взаимодействия молекул, $\sigma_{sp} = \text{const}$.

В разделе 4.2 рассмотрены соотношения связывающие потоки тангенциального импульса $P_{n\phi i}$ и энергии E_i , передаваемые внутреннему цилиндру ($i=1$) с потоками тангенциального импульса и энергии, передаваемыми внешнему цилиндру ($i=2$).

$$E_2 = -E_1 / \beta + P_{n\phi 1} U_1 / \beta + P_{n\phi 1} U_2 / \beta^2; P_{n\phi 2} = -P_{n\phi 1} / \beta^2 \quad (1)$$

Далее используются безразмерные потоки $P_{\phi 1} = -P_{n\phi 1} / (\rho_{av} c^2)$, $P_{nr1} = -P_{rr1} / (\rho_{av} c^2)$, $P_{nr2} = P_{rr2} / (\rho_{av} c^2)$, $Q_{1,2} = E_{1,2} / (\rho_{av} c^3)$, где P_{rr1} , P_{rr2} - потоки нормального импульса, передаваемые цилиндрам.

В разделе 4.3 описывается численный метод расчета течения Куэтта в переходном режиме (DSMC) и проводятся его верификация и валидация. Для этого кроме того, что проверяется соблюдение законов сохранения (1), полученные результаты сравниваются: а) с известными расчетами, полученными на основе модельного уравнения, результаты близки; б) с соответствующими решениями задачи Куэтта для уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения на цилиндрических поверхностях при малых числах Кнудсена, результаты близки в области применимости уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения; с) с результатами экспериментальных исследований (D. J. Alofs, G. S. Springer, Physics of Fluids, 14(2), 298 (1971)), результаты близки, (см. Рис. 11).

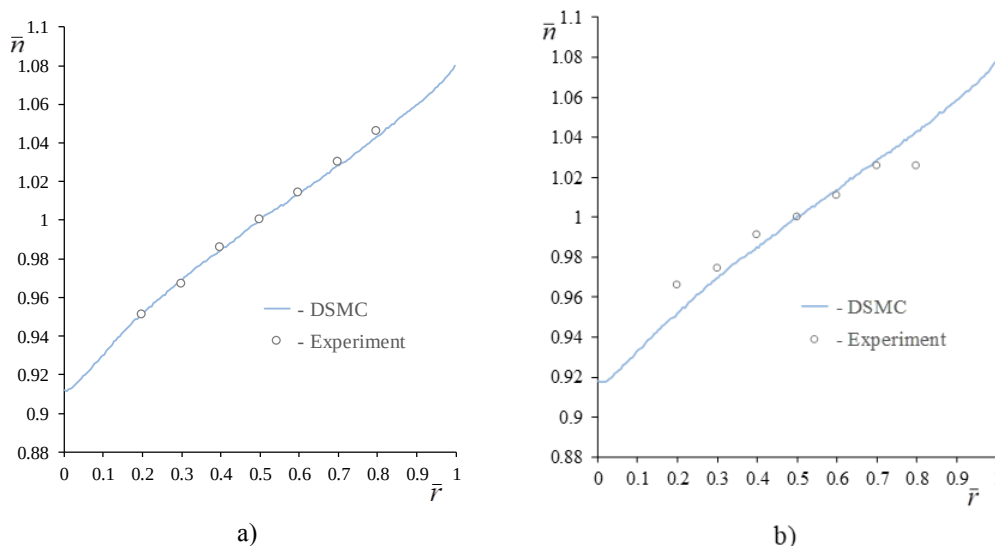


Рис. 11 Сравнение результатов DSMC с экспериментальными данными. Зависимость относительной плотности $\bar{n} = n/n[r = (r_1 + r_1)/2]$ от относительного расстояния от оси $\bar{r} = (r - r_1)/(r_2 - r_1)$ при $\beta = 1.5$, $U_1 = 0.901$, $t = 0.974$; а) $Kn = 0.0426$, б) $Kn = 0.0819$.

В разделе 4.4 рассмотрены эффекты максимума напряжения трения и потоков энергии при одинаковых температурах цилиндров.

В разделе 4.4.1 рассмотрен свободномолекулярный режим. На Рис.12 показаны зависимости потоков импульса и энергии, передаваемых внутренней цилиндрической поверхности при различных значениях β . Здесь и ниже $P_{\phi 1} = -P_{n\phi 1}/(\rho_{av}c^2)$, $Q_{1,2} = E_{1,2}/(\rho_{av}c^3)$. Как видно из рисунков, начиная с некоторого значения, увеличение скорости внешнего цилиндра в свободномолекулярной цилиндрической задаче Куэтта приводит к уменьшению напряжения трения, а затем, и к уменьшению потока энергии, передаваемого поверхности. При дальнейшем увеличении U_2 напряжение трения и поток энергии стремятся к нулю.

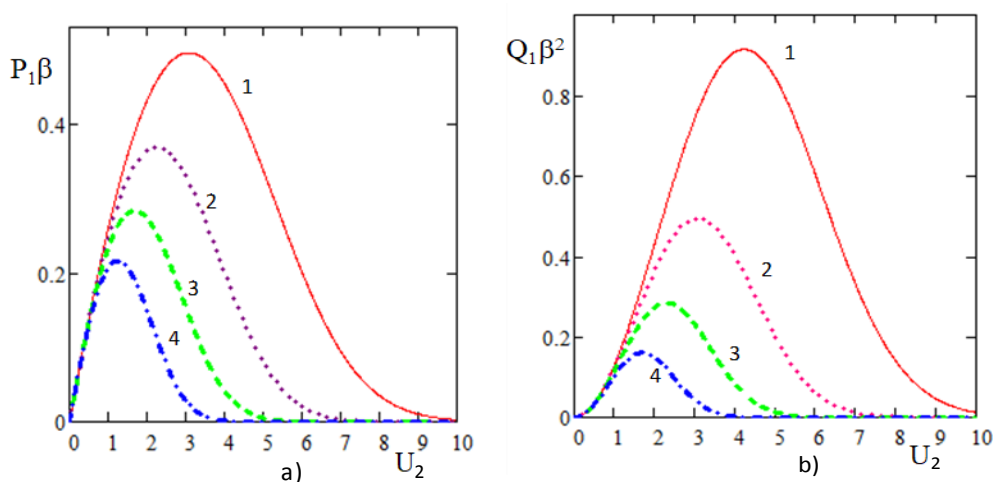


Рис. 12. Напряжение трения на внутренней цилиндрической поверхности и поток импульса, передаваемый ей в зависимости от скорости внешнего цилиндра: 1-4 – $\beta = 1.05, 1.1, 1.2, 1.5$

Этот эффект имеет следующее объяснение. Если $U_1 = U_2 = 0$ потоки энергии и тангенциального импульса, передаваемые поверхностям, равны нулю. Причем потоки тангенциального импульса равны нулю и при различных температурах. Вследствие аккомодации, увеличение скорости внешней цилиндрической поверхности приводит к увеличению средней энергии и среднего импульса молекул, отраженных от этой поверхности. В результате потоки энергии и импульса, передаваемые внутренней цилиндрической поверхности, становятся положительными. С другой стороны, увеличение средней тангенциальной скорости молекулы, отраженной от внешнего цилиндра, приводит к уменьшению вероятности того, что молекула ударится о внутреннюю поверхность, а не упадет на внешнюю поверхность. Это приводит к тому, что с увеличением скорости вращения внешней поверхности поток молекул, падающих на внутреннюю поверхность, уменьшается. Если скорость достаточно велика, это уменьшение не компенсируется увеличением среднего импульса и средней энергии молекул, падающих на внутреннюю поверхность. В результате напряжение трения (поток тангенциального импульса, передаваемого поверхности) и поток энергии, передаваемый поверхности, достигают максимальных значений при определенных значениях скоростей вращения внешнего цилиндра.

В разделе 4.4.2 рассмотрен переходный режим течения и проведено сравнение с результатами расчетов краевой задачи для уравнений Навье-Стокса. В переходном режиме макропараметры потока зависят от Kn . Однако, значение скорости внешнего цилиндра определяет профиль плотности гораздо в большей степени, чем Kn . Увеличение U_2 приводит к тому, что основная масса газа смещается к внешнему цилиндру и начинает вращаться почти как твердое тело с угловой скоростью $\omega = U_2 / r_2$. При этом также как и в свободномолекулярном режиме зависимости напряжения трения на цилиндрах и потоки энергии, передаваемые цилиндрам при определенных значениях U_2 достигают максимальных значений, а затем стремятся к нулю.

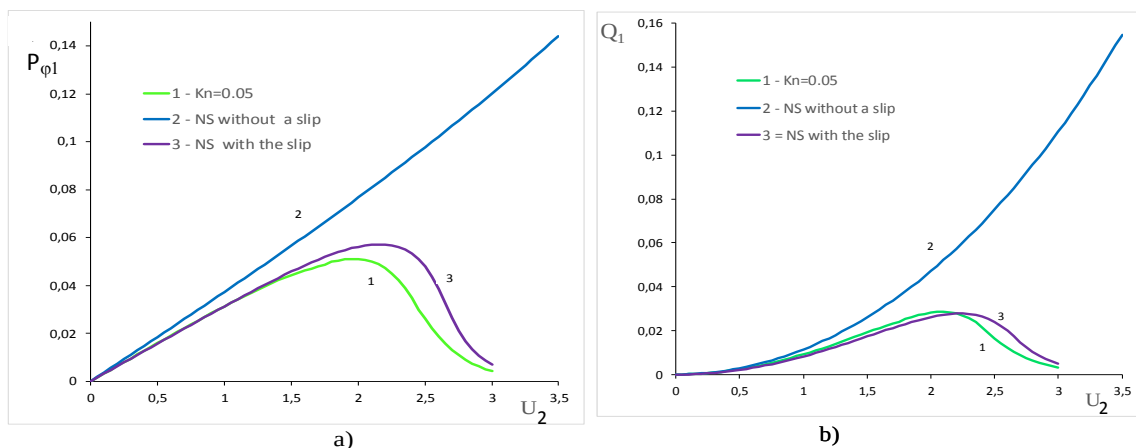


Рис. 13. Напряжение трения (а) и потоки энергии, передаваемые внутреннему цилиндру (б) в зависимости от скорости внешнего цилиндра

На Рис. 13 зависимости $P_{\phi 1}(U)$ и $Q_1(U)$, полученные при $\beta = 2$ путем решения уравнений Навье-Стокса с граничными условиями прилипания и с граничными условиями скольжения сравниваются с зависимостями, полученными методом прямого статистического моделирования при $Kn=0.05$. Решения уравнений Навье-Стокса с условиями прилипания также как и с условиями скольжения при $U_2 < 1$ достаточно близки к DSMC результатам. Однако при дальнейшем увеличении скорости внешнего цилиндра, значения напряжения трения и потока энергии, полученные путем решения уравнений Навье-Стокса с условиями прилипания, неограниченно возрастают, в отличие от значений этих же величин, полученных путем решения уравнений Навье-Стокса с условиями скольжения и в отличие от значений, полученных DSMC методом. Последние после достижения максимумов стремятся к нулю. В приближении Навье-Стокса с граничными условиями прилипания потоки тангенциального импульса и энергии растут с увеличением скорости, несмотря на то что плотность газа вблизи внутреннего цилиндра стремится к нулю. Объясняется это двумя обстоятельствами. Во-первых, вязкость и теплопроводность в этом приближении не зависят от плотности. Во-вторых, из-за граничных условий прилипания второй множитель в выражении для касательного напряжения в потоке между цилиндрами не обращается в нуль. В результате напряжение трения и тепловой поток увеличиваются с увеличением градиентов скорости и температуры. Однако, как только локальное число Кнудсена вблизи внутреннего цилиндра становится много больше 0.1, континуальное приближение с условиями прилипания перестает адекватно описывать течение Куэтта.

Как видно из графиков, использование граничных условий скольжения вместо условий прилипания позволяет получить гораздо лучшее совпадение с результатами расчетов методом прямого статистического моделирования. Распределение скоростей в течении Куэтта, полученное путем решения уравнений Навье-Стокса со скольжением при больших скоростях, близко к распределению скоростей в твердом цилиндре, вращающемся с угловой скоростью ω . Потоки импульса и энергии, передаваемые цилиндрам при этом близки к нулю. Поэтому кривые 2 и 3 (полученные с использованием условий прилипания и скольжения соответственно) на Рис.13 сильно различаются при $U_2 > 2.5$. Однако из-за резкого увеличения локального числа Кнудсена вблизи внутреннего цилиндра, зависимости, полученные с использованием граничных условий скольжения, справедливых при малых локальных числах Кнудсена, могут при $U_2 > 2.5$ использоваться только для качественного описания картины течения.

В разделе 4.5 рассмотрен эффект очень резкого перехода от слаборазреженного течения вблизи внутреннего цилиндра к свободномолекулярному при очень малых средних числах Кнудсена.

В разделе 4.5.1 анализируются результаты DSMC расчетов при малых Kn и

больших угловых скоростях внешнего цилиндра. На Рис.14 при различных Kn представлены зависимости от скорости цилиндра напряжений трения и потоков энергии, передаваемых цилиндрам, нормированные на их максимальные значения. Здесь

$$\bar{P}_{\varphi 1}(U) = P_{\varphi 1}(U) / P_{\varphi 1 \max} ; \quad \bar{Q}_1(U) = Q_1(U) / Q_{1 \max} ; \quad \bar{Q}_2(U) = Q_2(U) / Q_{2 \max}$$

При $Kn > 0.02$ зависимости $P_{\varphi 1}(U)$, $Q_1(U)$ и $Q_2(U)$ принципиально не отличаются от соответствующих свободномолекулярных зависимостей. А именно, с увеличением скорости напряжение трения и потоки энергии сначала возрастают, а затем, достигнув максимума, медленно уменьшаются. Напротив, при достаточно малых числах Кнудсена ($Kn = 0.01$ и $Kn = 0.007$) функции $P_{\varphi 1}(U)$, $Q_1(U)$ и $Q_2(U)$ радикально отличаются от соответствующих зависимостей в свободномолекулярном режиме. А именно, они резко уменьшаются после достижения максимума. Увеличение скорости на 5 % (от $U = 3.05$ до $U = 3.2$) приводит к уменьшению $P_{\varphi 1}(U)$, $Q_1(U)$ и $Q_2(U)$ при $Kn = 0.01$ в 4.5, 4.6 и 3.7 раз соответственно. Соответствующие профили гидродинамических переменных также сильно различаются. При этом локальное число Кнудсена увеличивается с $Kn_1 = 0.12$ до $Kn_1 = 1$. Таким образом, после увеличения скорости на 5% слаборазреженное течение вблизи внутреннего цилиндра превращается в близкое к свободномолекулярному. При дальнейшем увеличении скорости увеличивается размер области, занимаемой сильно разреженным газом. При достаточно большой скорости течение становится близким к свободномолекулярному везде, за исключением узкого слоя плотного газа вблизи внешнего цилиндра.

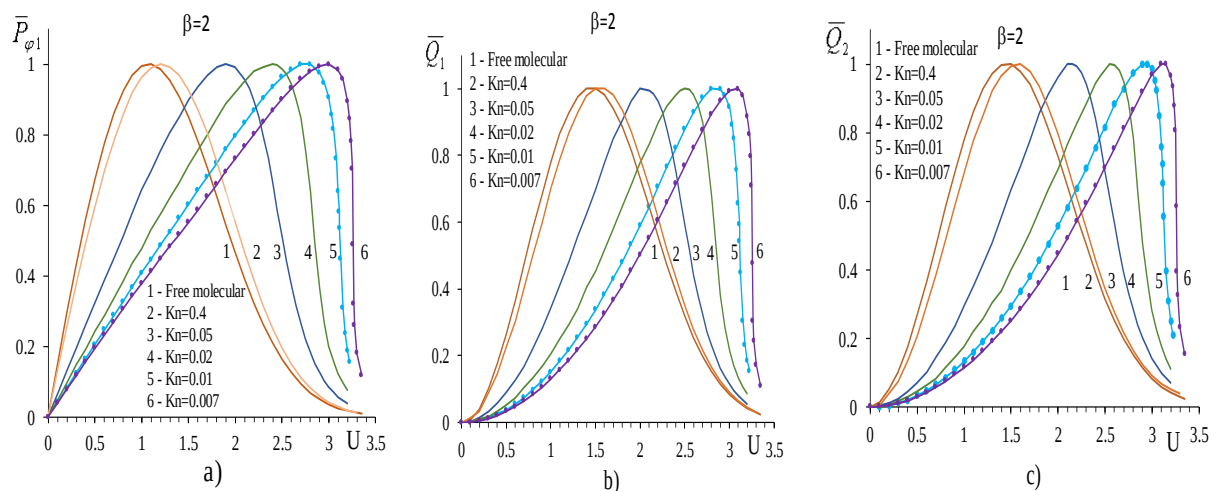


Рис. 14 Нормированные на свои максимальные значения напряжение сдвига $P_{\varphi 1}$ (a) и потоки энергии Q_1, Q_2 (b,c), передаваемые на внутреннюю (a,b) и внешнюю (c) цилиндрические поверхности, в зависимости от скорости внешнего цилиндра U при $t = 1, \beta = 2$ и различных Kn .

Проведенный в диссертации анализ показывает, что резкое уменьшение напряжения трения и потоков энергии, передаваемых цилиндрам в случае, когда число Кнудсена достаточно мало, а скорость вращения внешнего цилиндра достаточно велика объясняется следующими двумя обстоятельствами. Во-первых, потоки импульса и энергии, передаваемые цилиндру при $Kn \sim 1$, близки к свободномолекулярным. Во-вторых, поток молекул, падающих на внутренний цилиндр, при достаточно больших скоростях вращения внешнего цилиндра уменьшается с ростом U очень быстро (как $\exp[-(1-\beta^2)U^2]$). Отметим также, что из результатов, представленных в разделе следует, что при достаточно малых числах Кнудсена существует поверхность $F(U, t, \beta, Kn) = 0$ в пространстве (U, t, β, Kn) , при пересечении которой параметры течения изменяются почти скачком и происходит резкий переход от слаборазреженного течения вблизи внутреннего цилиндра к сильно разреженному или наоборот.

В разделе 4.5.2 показано, что решения уравнений Навье-Стокса с граничными условиями скольжения, так же, как и DSMC расчеты демонстрируют очень резкое уменьшение напряжения трения и потоков энергии при достаточно малых числах Кнудсена и достаточно высоких скоростях. При этом значение скорости вращения внешнего цилиндра, при которой это происходит, полученное путем решения уравнений Навье-Стокса с граничными условиями скольжения (NSS), отличается от соответствующего значения в DSMC расчетах не более чем на 7%.

В разделе 4.6 рассмотрен эффект максимума абсолютной величины потока нормального импульса, передаваемого неподвижному внутреннему цилиндру.

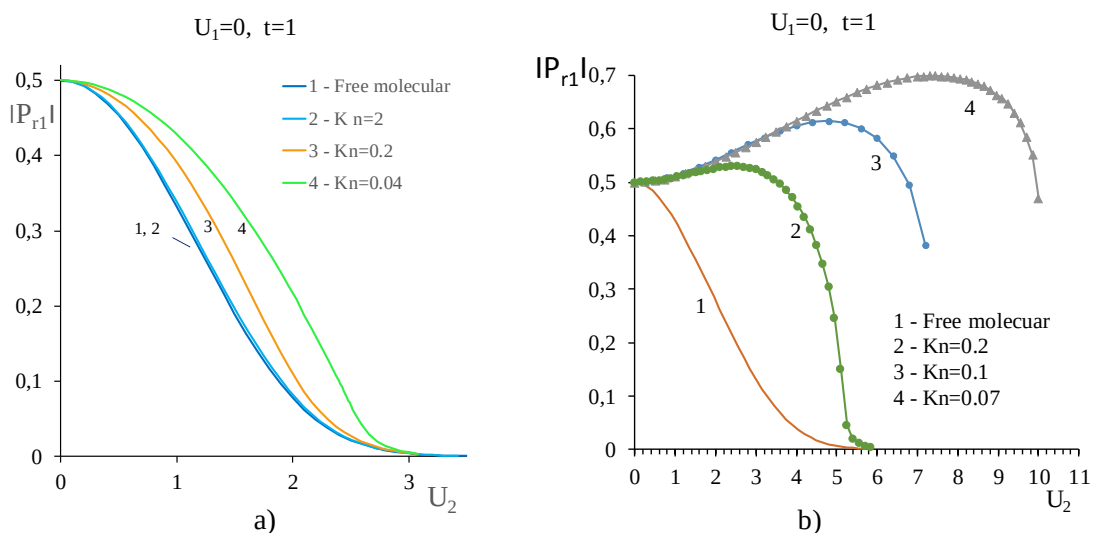


Рис. 15 Абсолютная величина потока нормального импульса P_{r1} , передаваемого внутренней цилиндрической поверхности в течении Куэтта с неподвижным внутренним цилиндром, в зависимости от скорости внешнего цилиндра при двух различных отношениях радиусов: $\beta = 2$ (a) и $\beta = 1.15$ (b).

Если центробежные силы в цилиндрическом течении Куэтта достаточно велики, то, как видно из Рис. 15а, абсолютная величина нормального импульса, передаваемого внутреннему цилиндру, в переходном режиме является монотонно убывающей функцией скорости вращения внешнего цилиндра. С другой стороны, в случае плоского течения Куэтта абсолютная величина нормального импульса, передаваемого пластине, в свободномолекулярном режиме не зависит от относительной скорости пластин, а в переходном и в сплошносредном режимах неограниченно возрастает с ее увеличением. Следовательно, в случае, когда отношение радиусов цилиндров не превышает некоторую величину зависимость $P_{r1}(U_2)$ в сплошносредном и переходном режимах должна иметь максимум. Этот вывод подтверждается результатами расчетов, приведенных на Рис. 15б.

В разделе 4.7 рассматривается течение Куэтта с неподвижным внутренним цилиндром и внешним цилиндром, вращающимся с постоянной скоростью. При этом температуры поверхностей различны.

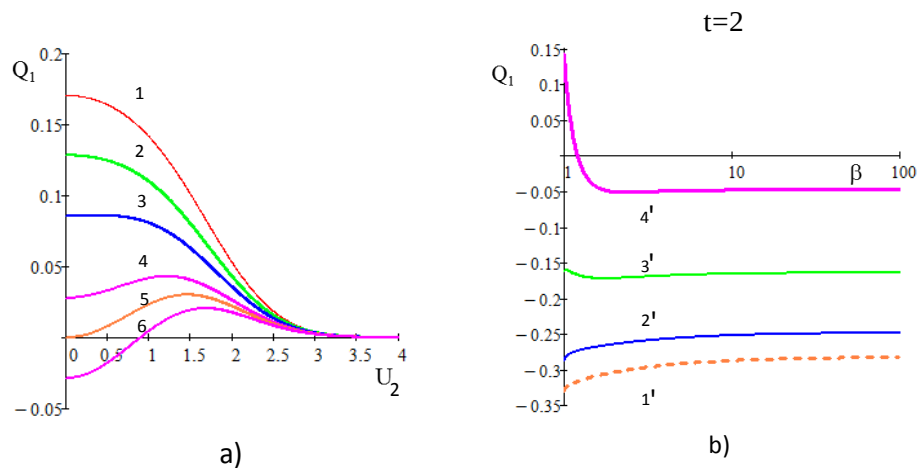


Рис. 16. Потоки энергии, передаваемые на внутреннюю цилиндрическую поверхность, в зависимости: а) от скорости внешнего цилиндра при $\beta = 2$ и различном температурном отношении: 1-6 – $t = 0.25, 0.5, 0.68, 0.9, 1, 1.1, 1.5, 2, 3, 4, 1.31$; б) от отношения радиусов при различных скоростях внешнего цилиндра: 1'-4' – $U_2 = 0, 0.5, 0.7, 1$

В разделе 4.7.1 исследуется свободномолекулярный режим течения. В диссертации показано, что:

- В свободномолекулярном режиме отношение потоков полной энергии, передаваемой цилиндрам, зависит только от одного параметра (а именно, от цилиндрического числа Эккерта $Ec_{cyl} = U_2^2 / [c_p(T_1 - T_2)\beta^2]$), а не от трех параметров (как потоки энергии, передаваемой каждой поверхности по отдельности).
- Если отношение температур поверхностей находится в определенном диапазоне, поток энергии, передаваемый внутренней поверхности, монотонно уменьшается с увеличением скорости внешней поверхности; в противном случае зависимость потока энергии от скорости имеет

максимум (см. Рис. 17a). Зависимость напряжения трения от скорости имеет максимум при любых температурах цилиндров.

с) При определенных параметрах поток энергии, передаваемой поверхности, меняет знак с увеличением отношения радиусов цилиндров (см. Рис. 17b)

В разделе 4.7.2 исследуется переходный режим течения. В диссертации показано, что существует интервал отношения температур, в котором уменьшение Kn приводит к изменению формы зависимости потока энергии, передаваемой поверхности, от скорости внешнего цилиндра: с монотонной на немонотонную, имеющую максимум (см. Рис. 17a). Зависимость напряжения трения от скорости имеет максимум при любой величине отношения температур и любом Kn .

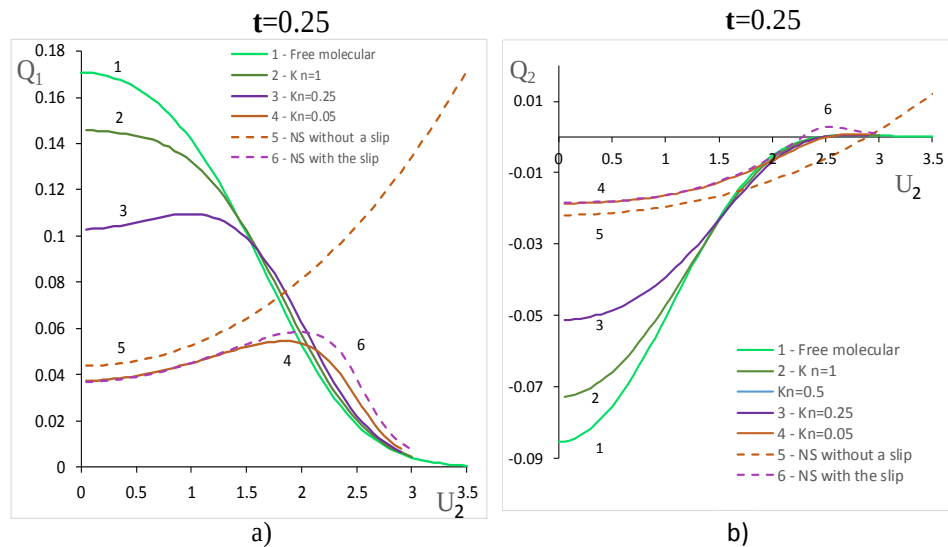


Рис. 17. Поток энергии, передаваемые внутреннему (a) и внешнему (b) цилиндрам в зависимости от U_2 при различных Kn .

В пятой главе диссертации рассматривается цилиндрическое течение Куэтта разреженного газа с фиксированным внешним цилиндром. Исследуется влияние скорости вращения, отношения температур и отношения радиусов на напряжение трения и потоки энергии, передаваемые цилиндрическим поверхностям. Проводится сравнение цилиндрических течений, вызванных вращением внутреннего и внешнего цилиндров. В этой главе показано, что цилиндрическое течение Куэтта разреженного газа с неподвижным внешним цилиндром кардинально отличается от течения Куэтта разреженного газа с неподвижным внутренним цилиндром

В разделе 5.1 обнаружен максимум в зависимости молекулярного потока, попадающего на внутреннюю цилиндрическую поверхность, от отношения радиусов цилиндров при $t=1$ в свободномолекулярном режиме (см. Рис. 18).

Напряжение трения и потоки энергии, передаваемые цилиндрам, пропорциональны величинам потоков молекул, поэтому зависимости, $P_{\varphi i}(\beta)$, $Q_i(\beta)$ (где $i = 1, 2$) также имеют максимумы при условии, что $t = 1$.

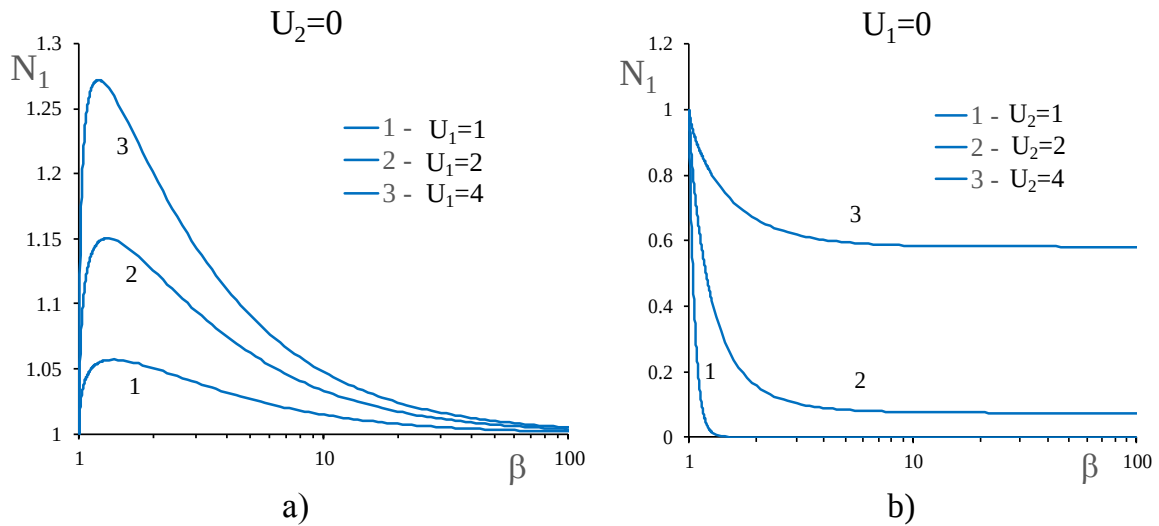


Рис. 18. Безразмерные потоки молекул, попадающих на внутреннюю цилиндрическую поверхность N_1 для двух различных цилиндрических задач Куэтта, в зависимости от отношения радиусов β при $T_1 = T_2$ и различных скоростях цилиндра: а) внешний цилиндр неподвижен, б) внутренний цилиндр неподвижен.

В разделе 5.2 проводится сравнение цилиндрических течений, вызванных вращением внутреннего и внешнего цилиндров. Рассмотрены свободномолекулярный режим и переходный режим. при $\text{Kn} \geq 0.04$ (для $t=1$ и $t=2$) и при $\text{Kn} \geq 0.2$ (для $t=0.25$). При таких значениях параметров течение устойчиво [Н. Yoshida, К. Aoki, Phys. Review E **73**, 021201 (2006)].

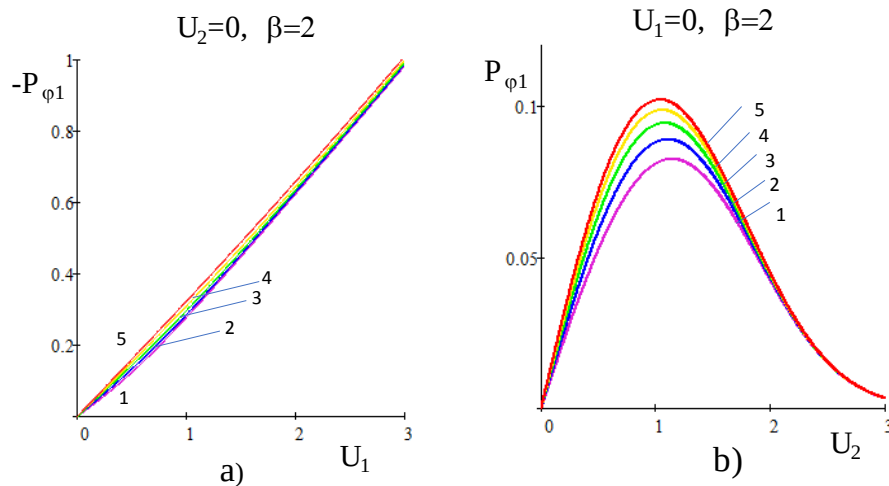


Рис. 19. Потоки тангенциального импульса, передаваемого внутренней цилиндрической поверхности, для двух различных цилиндрических задач Куэтта, в зависимости от скорости внутреннего U_1 (а) и внешнего U_2 (б) цилиндра при различных отношениях температур в свободномолекулярном режиме: 1-5 - $t = 0,25, 0,5, 1, 2, 4$;

В разделе 5.2.1 рассмотрен свободномолекулярный режим. Показано, что абсолютные значения напряжения трения и потоков энергии, передаваемой цилиндрам, в течении Куэтта с фиксированным внешним цилиндром, при

больших скоростях увеличиваются с увеличением угловой скорости внутреннего цилиндра, тогда как в течении Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром они стремятся к нулю, при увеличении угловой скорости внешнего цилиндра, см. рис. 19 и 20.

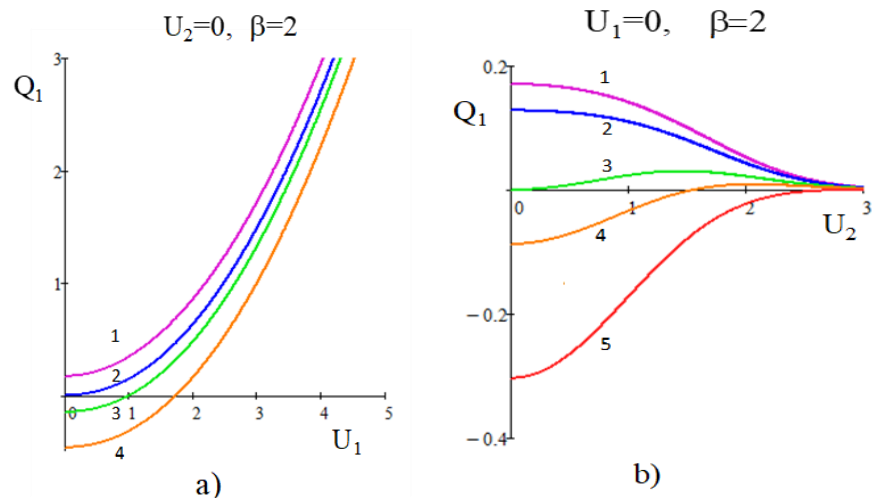


Рис. 20. Потоки энергии Q_1 , передаваемые на внутреннюю цилиндрическую поверхность для двух различных свободномолекулярных цилиндрических задач Куэтта, в зависимости от скоростей внутреннего U_1 (a) и внешнего U_2 (b) цилиндра при различных отношениях температур: 1-4 - $t = 0,25, 1, 1,5, 2,5$.

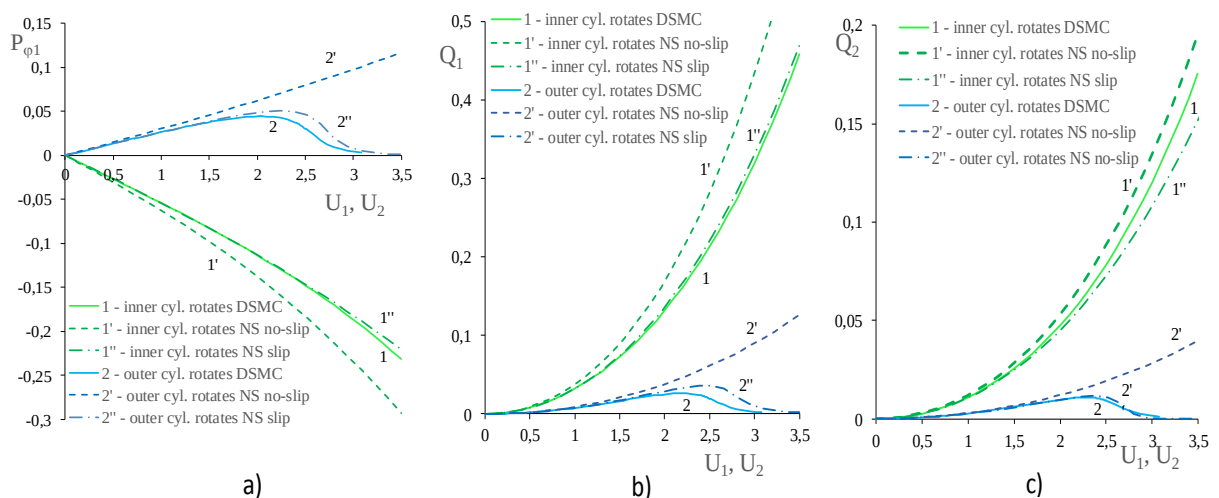


Рис. 21. Потоки тангенциального импульса (a) и потоки энергии, передаваемых на внутреннюю (a, b) и внешнюю (c) цилиндрические поверхности для двух различных цилиндрических задач Куэтта в зависимости от скоростей внутреннего U_1 и внешнего U_2 цилиндров соответственно при $Kn = 0.04, t = 1$.

В разделе 5.2.2 в переходном режиме течения. исследуется напряжение сдвига во внутреннем цилиндре и потоки энергии, передаваемые цилиндрам, в зависимости от скорости цилиндра для двух различных цилиндрических задач Куэтта (с вращающимся внутренним цилиндром и с вращающимся внешним цилиндром), см рис. 21. В переходном режиме, также как и в

свободномолекулярном зависимости $P_{\phi 1}(U_1)$, $Q_1(U_1)$ и $Q_2(U_1)$ принципиально отличаются от $P_{\phi 1}(U_2)$, $Q_1(U_2)$ и $Q_2(U_2)$. Это связано с кардинальным различием зависимостей молекулярных потоков, падающих на внутренний цилиндр, от скорости вращающегося цилиндра, т.е. между $N_1(U_1)$ и $N_1(U_2)$.

В разделе 5.3 показано, что в результате конкуренции между центробежным и диссипативным эффектами абсолютная величина потока нормального импульса, передаваемого вращающемуся внутреннему цилиндру, в переходном режиме имеет минимум как функция скорости (см. Рис. 22). Таким образом, в рассматриваемых течениях Куэтта поведение в переходном режиме зависимостей величины потока нормального импульса, передаваемого внутреннему цилиндру, тоже различно. В случае неподвижного внешнего цилиндра, абсолютная величина потока нормального импульса, передаваемого внутреннему цилиндру как функция угловой скорости внутреннего цилиндра, имеет минимум, а затем неограниченно возрастает. В случае неподвижного внутреннего цилиндра она монотонно (или после достижения максимума) стремится к нулю с увеличением угловой скорости внешнего цилиндра.

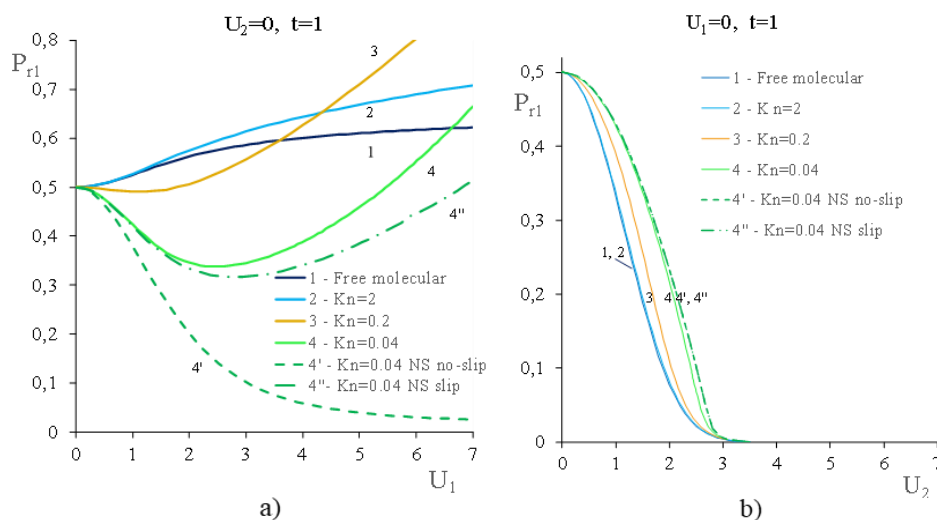


Рис. 22. Поток нормального импульса P_{r1} , передаваемые на внутреннюю, цилиндрическую поверхность для цилиндрических течений Куэтта с неподвижным внешним цилиндром (а) и с неподвижным внутренним цилиндром (б) в зависимости от скоростей внутреннего и внешнего цилиндра соответственно при различных числах Кнудсена, $\beta = 2$.

В шестой главе исследуются условные температурные максимумы потоков энергии в задачах динамики разреженного газа.

В разделе 6.1 находится условный максимум потока энергии в задаче теплопроводности между коаксиальными цилиндрами.

В разделе 6.1.1 аналитически в явном виде найдены значения отношений температур поверхностей, соответствующих максимумам потока энергии, передаваемой внутренней и внешней цилиндрическим поверхностям, при фиксированной температуре другой поверхности для произвольных значений отношения радиусов поверхностей.

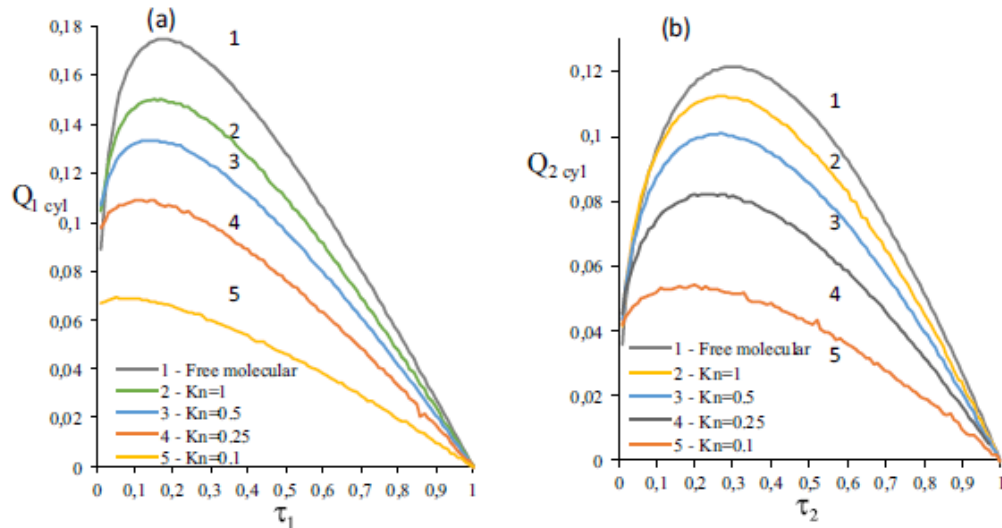


Рис. 23 Тепловые потоки, передаваемые к внутренней (а) и внешней (б) цилиндрическим поверхностям, в зависимости от отношения температур при различных числах Кнудсена для $\beta = 2$

В разделе 6.1.2 с помощью DSMC метода проведено исследование влияния Кп на величину и положение условного максимума теплового потока для задачи о теплопроводности между двумя коаксиальными цилиндрами (см. Рис. 23). Здесь $Q_{1\text{cyl}} = E_1 / (\rho_{av} c_2^{3/2})$, $Q_{2\text{cyl}} = E_2 / (\rho_{av} c_1^{3/2})$.

В разделе 6.2 находятся положение и величина условного локального максимума потока энергии в задаче о теплопередаче между концентрическими сферами

В разделе 6.2.1 аналитически найдены значения отношений температур поверхностей, соответствующих условному локальному максимуму потока энергии, передаваемой внутренней и внешней сферам, при фиксированной температуре другой сферической поверхности и произвольных значениях отношения радиусов сфер.

В разделе 6.2.2 с помощью DSMC метода проведено исследование влияния Кп на величину и положение условного максимума теплового потока для задачи о теплопроводности между двумя концентрическими сферами.

В разделе 6.3 аналитически для произвольного числа Маха определено отношение температур поверхностей в плоском свободномолекулярном течении Куэтта, при котором достигается максимум потока энергии.

В разделе 6.4 находится максимум потока энергии в продольном цилиндрическом течении Куэтта

В разделе 6.4.1 аналитически для произвольного отношения радиусов и произвольной относительной скорости определены положение и величина

максимума потока энергии на внутреннюю цилиндрическую поверхность в свободномолекулярном режиме.

В разделе 6.4.2 аналитически для произвольного отношения радиусов и произвольной относительной скорости определены положение и величина максимума потока энергии на внешнюю цилиндрическую поверхность в свободномолекулярном режиме.

В разделе 6.4.3 с помощью DSMC метода проведено исследование влияния Kn на величину и положение максимума потока энергии в продольном цилиндрическом течении Куэтта.

В седьмой главе исследуется аналогия Рейнольдса в ряде классических задачах динамики разреженного газа и гидродинамики.

В разделе 7.1 исследуются параметры подобия для коэффициента аналогии Рейнольдса и для отношения энергий, передаваемых пластинам в плоской задаче Куэтта. Отношение потока энергии, передаваемого пластине к произведению напряжения трения на относительную скорость пластин, будем в дальнейшем называть коэффициентом аналогии Рейнольдса

$$R = \frac{E_1}{p_{xy} U_r}$$

Значение R для сплошносредного ($Kn \rightarrow 0$) течения Куэтта сжимаемого газа известно

$$R = \frac{1}{2} - \frac{1}{Pr Ec}$$

Здесь $Ec = U_r^2 / [c_p (T_1 - T_2)]$ - число Эккерта,

В свободномолекулярном пределе ($Kn \rightarrow \infty$), значение R также известно

$$R = \frac{1}{2} - \frac{2(\kappa - 1)}{\kappa} \frac{1}{Ec}$$

Таким образом, и в навье-стоксовом, и в свободномолекулярном режиме температуры поверхностей и их относительная скорость влияют на аналогию Рейнольдса для одного и того же газа только через число Эккерта.

Зависимости $R(Kn)$ для максвелловских молекул и для «твердых сфер» представлены на Рис.24 при $|Ec| = 1$ и различных $U < 1.25$ и $T \leq 4$. Значения R для навье-стоксового режима показаны пунктиром. Сплошные линии соответствуют свободномолекулярным значениям R . Отметим, что в данном случае, в отличие от описанных выше, при вычислении характерной длины свободного пробега максвелловских молекул используется $c = \sqrt{R_{gas}(T_1 + T_2)}$.

Результаты расчетов зависимостей $R(U)$ для $Ec = 5$ при $Kn = 0.1$ и $Kn = 0.25$ представлены на Рис.26. Как видно из Рис.24 и Рис.25а коэффициент аналогии Рейнольдса при $0.25 < U < 1.25$ с графической точностью постоянен: различия между наибольшим и наименьшим значениями не превышают 0.9%. Однако, как видно из Рис.25b при существенно больших U и T их влияние на значение R при одних и тех же значениях чисел Эккерта и Кнудсена несомненно выходит за пределы статистических флуктуаций, хотя и не превышает 7%.

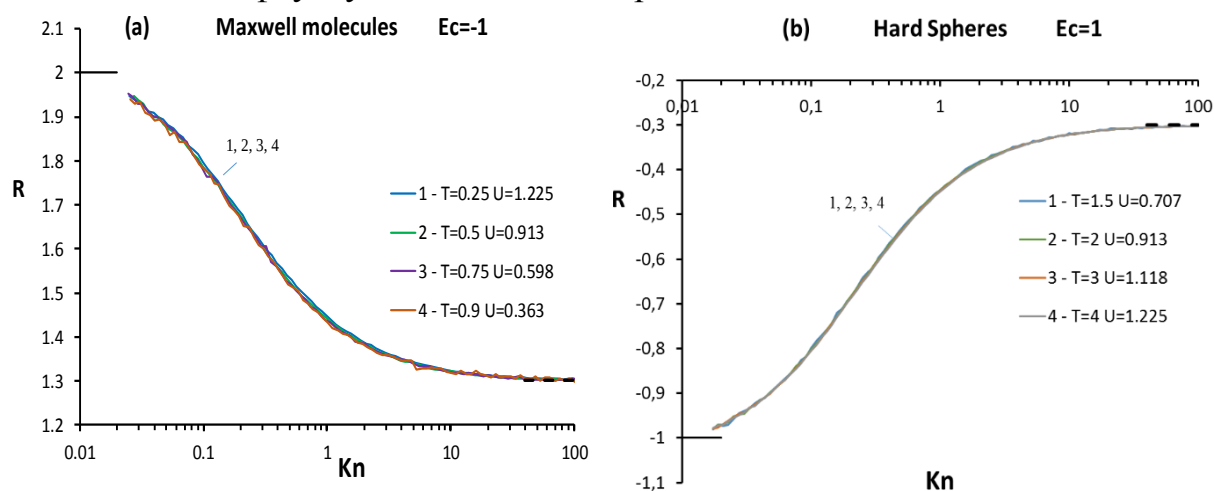


Рис. 24 Зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от Kn при $|Ec| = 1$ и различных температурах и скоростях.

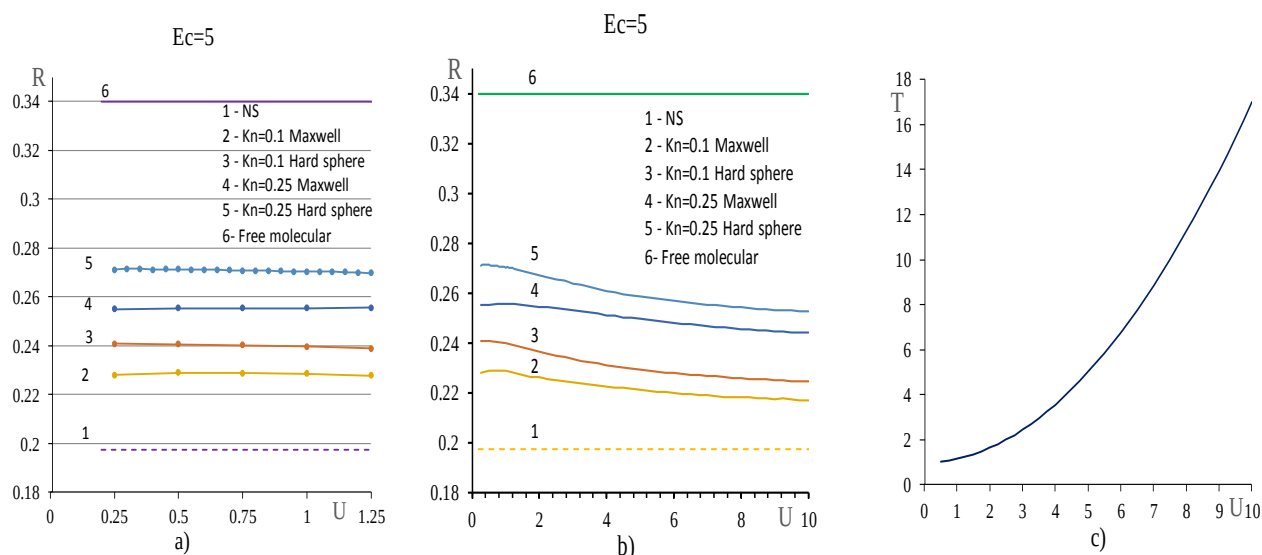


Рис.25 Зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от относительной скорости пластин при $Ec=5$ (a,b); Температуры и скорости, соответствующие $Ec=5$ (c).

Такое поведение кривых дает веские основания считать, что аналогия Рейнольдса является в основном функцией только двух независимых переменных (Kn и Ec), а не трех (Kn , U и T), как потоки импульса и энергии.

Во всех рассмотренных случаях значение коэффициента аналогии Рейнольдса в переходном режиме лежит между его навье-стоксовым и свободномолекулярным значениями.

$$\min \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{5} \frac{1}{Ec} \right); \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{1}{Ec} \right) \right] < \frac{E_1}{p_{xy} U} < \max \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{5} \frac{1}{Ec} \right); \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{1}{Ec} \right) \right]$$

Нормируем результаты, представленные на Рис.24. Введем модифицированный коэффициент аналогии Рейнольдса

$$R_m = \left(\frac{1}{2} - \frac{2(\kappa-1)}{\kappa} \frac{1}{Ec} - \frac{E_1}{p_{xy} U} \right) Ec$$

Зависимости R_m от Kn показаны на Рис.26 при различных Ec . Как видно из Рис.26 для всех рассмотренных чисел Эккерта модифицированный коэффициент аналогии Рейнольдса R_m с высокой точностью зависит только от Kn .

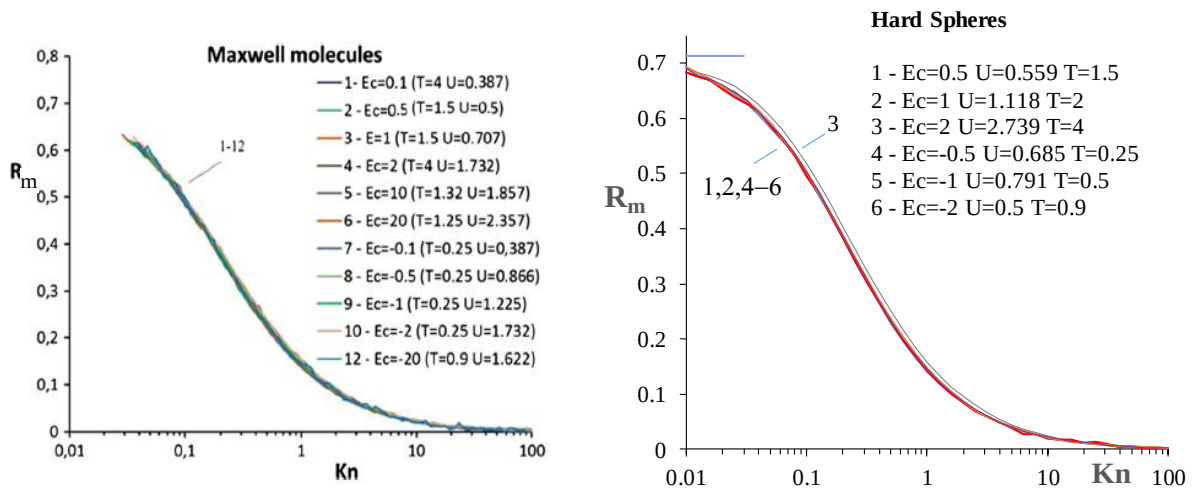


Рис. 26 Зависимость модифицированного коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Кнудсена при различных числах Эккерта.

Таким образом, с высокой точностью для всех рассмотренных U , T и Kn

$$\frac{E_1}{p_{xy} U} \approx \frac{1}{2} - \frac{2(\kappa-1)}{\kappa} \frac{1}{Ec} - \frac{R_m(Kn)}{Ec}$$

Из закона сохранения энергии, примененного к системе из двух пластин, следует:

$$E_1 + E_2 = p_{xy} U.$$

Отсюда получаем, что для всех рассмотренных значений U , T и Kn отношение потоков энергий, передаваемых нижней и верхней пластинам, с высокой точностью зависит только от чисел Кнудсена и Эккерта и имеет вид

$$\frac{E_1}{E_2} \approx \left[\left[\frac{1}{2} - \frac{2(\kappa-1)}{\kappa} \frac{1}{Ec} - \frac{R_m(Kn)}{Ec} \right]^{-1} - 1 \right]^{-1}, \quad E_1 \neq 0, \quad E_2 \neq 0$$

$$E_1 / E_2 = -1 \text{ при } Ec = 0; \quad E_1 / E_2 \rightarrow 1 \text{ при } |Ec| \rightarrow \infty.$$

В разделе 7.2 исследуется аналогия Рейнольдса для течения Рэлея несжимаемой жидкости. Задача Рэлея для несжимаемой жидкости автомодельна и коэффициент аналогии Рейнольдса R не зависит от времени. Используя решение Стокса несложно получить

$$\frac{E_s}{\tau U_s} \equiv R(Pr, Ec) = \frac{2}{\sqrt{\pi} Pr} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(x) \exp\left[\left(1 - \frac{2}{Pr}\right)x^2\right] dx - \frac{1}{Ec \sqrt{Pr}}.$$

Здесь τ - напряжение трения на пластине (в случае газа используется обозначение p_{xy}); E_s - поток энергии, передаваемый пластине; $Ec = U_s^2 / c_p (T_s - T_\infty)$ - число Эккерта.

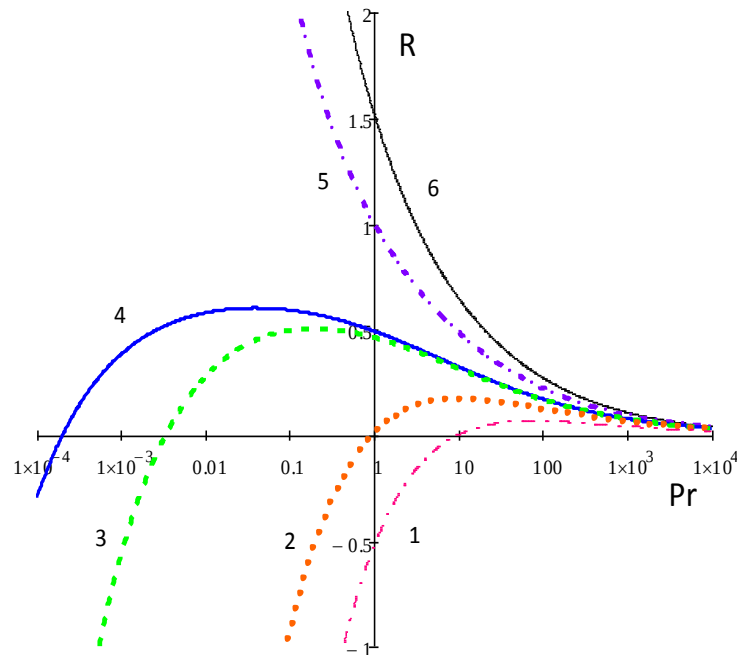


Рис. 27. Зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Прандтля для несжимаемой жидкости при различных значениях числа Эккерта: 1-6 – $Ec = 1, 2, 25, 100, -2, -1$.

Если $Ec > 0$ (т.е. $T_s > T_\infty$) и число Прандтля достаточно мало, поток энергии отрицателен (направлен от пластины). Однако увеличение вязкости и/или уменьшение теплопроводности приводят к изменению знака потока энергии при некотором значении Pr . С другой стороны, $R(Pr, Ec) \rightarrow 0$

при $Pr \rightarrow \infty$. Следовательно, при некотором значении числа Прандтля $R(Pr, Ec > 0)$ достигает положительного максимума (см. Рис. 27).

В разделе 7.3 исследуются параметры подобия для аналогии Рейнольдса для течения Рэлея разреженного газа. В свободномолекулярном режиме также, как и в случае несжимаемой жидкости коэффициент аналогии Рейнольдса зависит только от числа Прандтля и числа Эккерта (K различна при различных Pr)

$$R \equiv \frac{E_s}{p_{xy} U_s} = \frac{1}{2} - \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \frac{1}{Ec}.$$

Вначале рассматривается случай, когда температура пластины равна температуре невозмущенного газа. При $T_w = 1$ в свободномолекулярном режиме $R = 1/2$. С другой стороны, для несжимаемой жидкости при $Pr = 2/3$ (число Прандтля одноатомного газа) получаем $R = 0.5267$. Естественно предположить, что в переходном режиме течения Куэтта моноатомного газа также, как в сжимаемом навье-стоксовом режиме при $T_w = 1$

$$\frac{E_s}{p_{xy} U_s} \approx \frac{1}{2}.$$

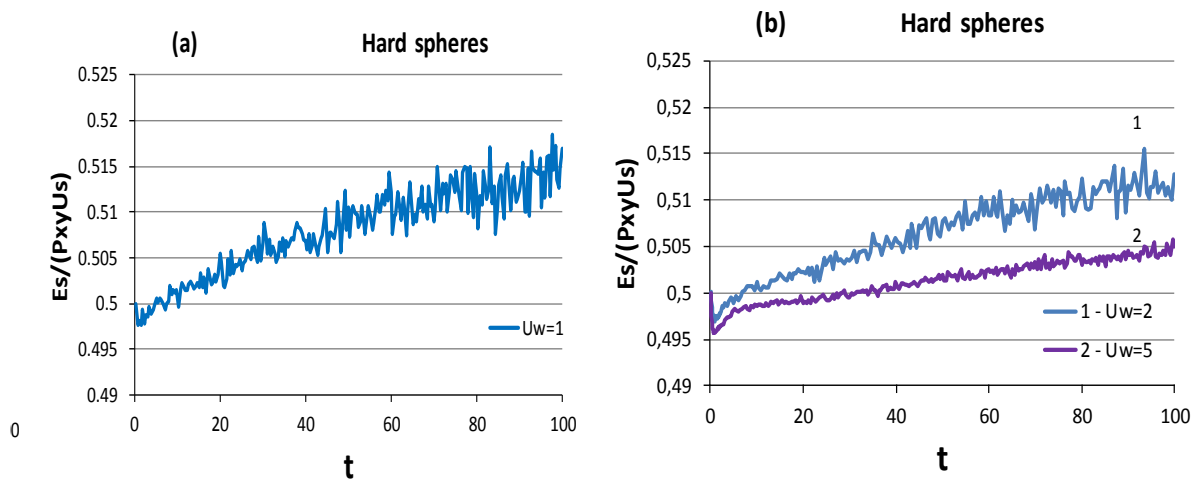


Рис. 28. Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от времени при различных значениях скорости пластины для $T_w = 1$.

Зависимости $E_s/p_{xy}U_s$ от t показаны на рис. 28 для различных U_w от 1 до 5. Отметим, что при $U_w = 1$ изменение плотности газа невелико, в то время как при $U_w = 5$ плотность газа меняется весьма существенно. На рис.28 безразмерное время t изменяется от 0 до 100. При этом режим течения меняется от свободномолекулярного до навье-стоксового. Как видно из Рис.28, для t близких к нулю значение $E_s/p_{xy}U_s$ очень близко к

свободномолекулярному пределу: 0.5. С другой стороны, при $U_w = 1$ и $t = 100$ значение $E_s/(p_{xy}U_s)$ очень близко к 0.5267, т.е. к значению аналогии Рейнольдса для несжимаемой жидкости при числе Прандтля, соответствующем одноатомному газу ($Pr=2/3$).

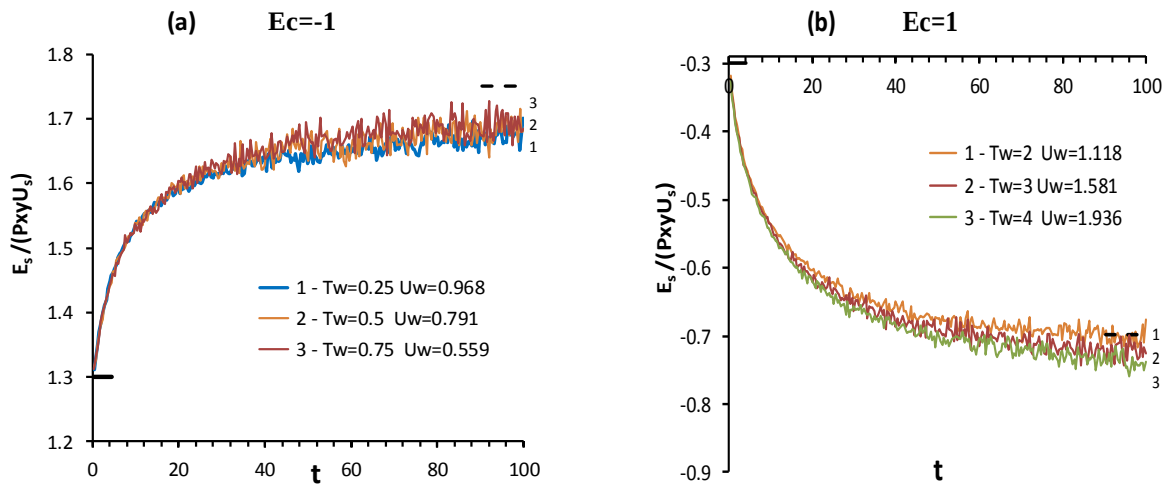


Рис. 29. Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от времени при одном и том же Ec и различных температурах и скоростях: а) $Ec=-1$; б) $Ec=1$.

Таким образом, коэффициент аналогии Рейнольдса при $T_w=1$ в рассмотренных случаях слабо зависит от времени и от скорости пластины. Рассмотрим теперь влияние на коэффициент аналогии Рейнольдса дополнительного потока энергии, который создается из-за разности между температурой пластины и температурой невозмущенного газа. Зависимости $E_s/p_{xy}U_s$ от t показаны на Рис.29 для различных U_w и T_w . Свободномолекулярные значения $E_s/p_{xy}U_s$ показаны на Рис. 29 сплошными линиями, а значения $E_s/p_{xy}U_s$ для несжимаемой жидкости - пунктиром. Как видно из Рис. 29 значения U_w и T_w влияют на величину $E_s/(p_{xy}U_s)$, главным образом, через число Эккерта. Таким образом, полученные результаты указывают на то, что коэффициент аналогии Рейнольдса в переходном режиме является в основном функцией двух переменных (t и Ec), а не трех (t , U_w и T_w). И хотя результаты численных расчетов, представленные на Рис.28 и Рис.29, не являются строгим математическим доказательством справедливости этого утверждения для любых (t , U_w и T_w), они определенно являются сильным аргументом в пользу такого вывода.

Значения коэффициента аналогии Рейнольдса во всех рассмотренных случаях приблизительно находятся в диапазоне между его свободномолекулярными значениями и его значениями для несжимаемой жидкости.

$$\min \left[\left(0.5 - \frac{0.8}{Ec} \right), \left(0.5267 - \frac{1.225}{Ec} \right) \right] \lesssim \frac{E_s}{p_{xy} U_s} \lesssim \max \left[\left(0.5 - \frac{0.8}{Ec} \right), \left(0.5267 - \frac{1.225}{Ec} \right) \right]$$

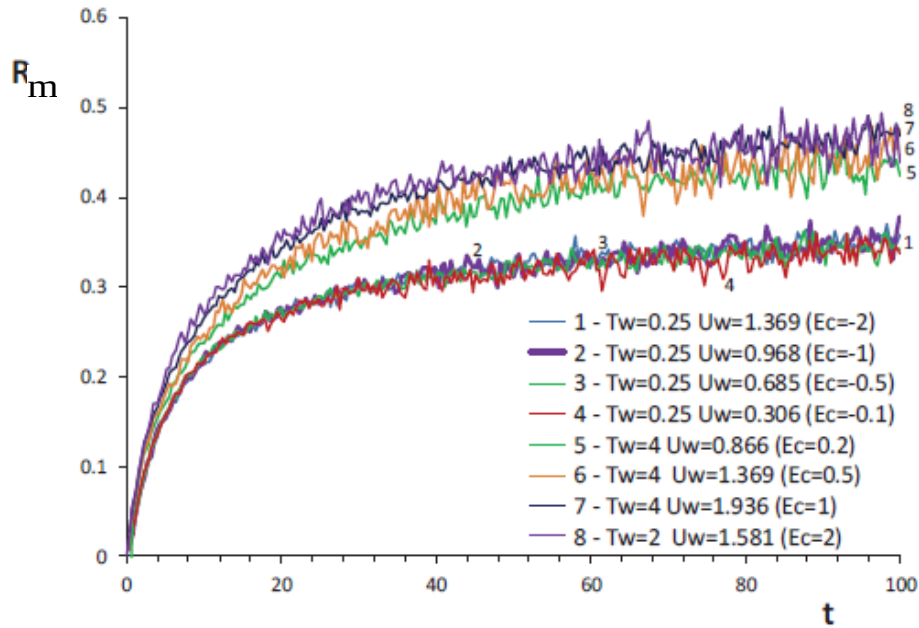


Рис. 30. Зависимость модифицированного коэффициента аналогии Рейнольдса от времени при различных значениях числа Эккерта.

Это позволяет ввести путем нормировки модифицированный коэффициент аналогии Рейнольдса, а именно:

$$R_m = \left(\frac{E_s}{p_{xy} U_s} - 0.5 + \frac{0.8}{Ec} \right) \left(0.0628 - \frac{1}{Ec} \right)^{-1}$$

Зависимости R_g от t показаны на Рис. 30 для различных $Ec \sim 1$ и $Ec \ll 1$ при $U_w < 2$. Как видно из Рис. 30 значение R_g существенно зависит только от одного параметра t и от знака числа Эккерта. Следовательно, для всех рассмотренных U_w , T_w и t

$$\frac{E_1}{p_{xy} U} \approx \frac{1}{2} - \frac{\kappa + 1}{2\kappa} \frac{1}{Ec} - \frac{\bar{R}_{m\pm}(t)}{Ec} \left(\frac{1}{Ec} - 0.0628 \right)$$

где $\bar{R}_{m+}(t)$ и $\bar{R}_{m-}(t)$ - зависимости модифицированных коэффициентов аналогии Рейнольдса от времени, усреднённые по представленным на Рис.31, для $Ec > 0$ и для $Ec < 0$ соответственно.

В разделе 7.4 обнаружен эффект максимума (по числу Прандтля) коэффициента аналогии Рейнольдса при ламинарном обтекании пластины вязкой несжимаемой жидкостью при больших числах Рейнольдса. Этот эффект аналогичен описанному в разделе 7.2 эффекту максимума коэффициента аналогии Рейнольдса в задаче Рэлея для несжимаемой

жидкости: Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Прандтля для несжимаемого пограничного слоя на плоской пластине при различных значениях числа Эккерта приведена на Рис. 32.

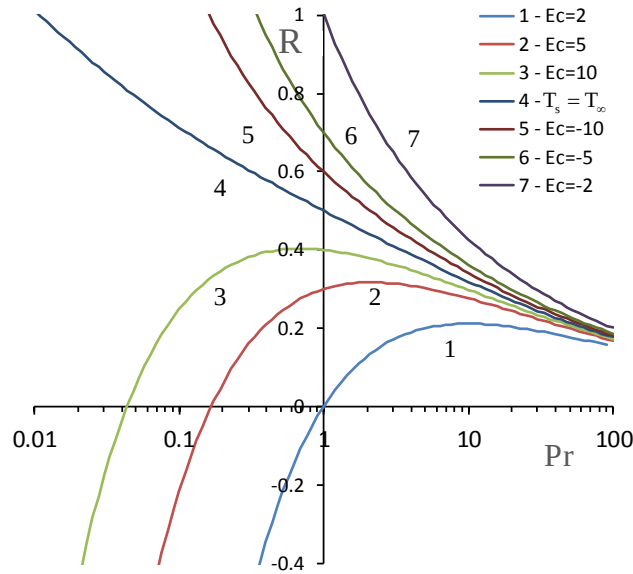


Рис. 31. Зависимость коэффициента аналогии Рейнольдса от Pr для несжимаемого пограничного слоя на плоской пластине при различных значениях Ec .

$$R(Pr, Ec) \equiv \frac{E}{\tau U_{\infty}}$$

Здесь τ - среднее по длине напряжение трения на пластине; E - средний по длине поток энергии, передаваемый пластине. Отметим, что в рассматриваемом случае величина R не зависит от расстояния до передней кромки пластины и для $Pr = 0.661$ (одноатомный газ) $R = 0.535$ при $T_s = T_{\infty}$.

Если $Ec > 0$ (т.е. $T_s > T_{\infty}$) и число Прандтля достаточно мало, тогда поток энергии отрицателен (то есть, направлен от пластины). Однако увеличение вязкости и/или уменьшение теплопроводности вызывает повышение температуры жидкости. Это приводит к изменению направления потока энергии при некотором значении числа Прандтля. С другой стороны, отношение толщин температурного и динамического пограничных слоев при $Pr \rightarrow \infty$ стремится к нулю медленнее, чем $1/Pr$ и значит, $R(Pr, Ec) \rightarrow 0$ при $Pr \rightarrow \infty$. Следовательно, для любого $Ec > 0$ аналогия Рейнольдса достигает положительного максимума при определенном числе Прандтля.

Приближенные выражения для $Pr_{\max}$ и $R_{\max}$ имеют вид

$$Pr_{\max} \approx \frac{64}{Ec^2}, \quad R_{\max} \approx \frac{3Ec^{1/3}}{16}, \quad Ec > 0, \quad Pr < 9,$$

$$\text{Pr}_{\max} \approx \left(\frac{2.08}{\text{Ec}} + 1.40 \right)^3, \quad R_{\max} \approx \frac{0.344 \text{ Ec}}{\text{Ec} + 1.49}, \quad \text{Ec} > 0, \text{Pr} \geq 9.$$

В разделе 7.5 исследуется аналогия Рейнольдса для сверхзвукового обтекания пластины разреженным газом. Оценка локального коэффициента аналогии Рейнольдса в начале переходной области при $\text{Kn} \ll 1$ и в ее конце при $\text{Kn} \gg 1$ имеет один и тот же вид

$$R_x = \frac{E_s}{p_{xy} U_\infty} \cong \frac{1}{2} - \frac{1}{\text{Ec}},$$

Естественно предположить, что эта оценка будет справедлива и для всего переходного режима и

$$\frac{E_y}{p_{xy} U_\infty} \cong \varphi(\text{Kn}, \text{Ec}, X) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\text{Ec}} \right),$$

где $\varphi(\text{Kn}, \text{Ec}, X)$ - функция чисел Кнудсена и Эккерта, а также расстояния до кромки пластины.

Для проверки этого предположения с помощью прямого статистического моделирования были проведены расчеты коэффициента аналогии Рейнольдса для сверхзвукового обтекания пластины разреженным газом. Зависимости $R_x(X)$ для разных значений температурного отношения T_w и числа Маха, но при одинаковых значениях чисел Эккерта показаны на Рис.32.

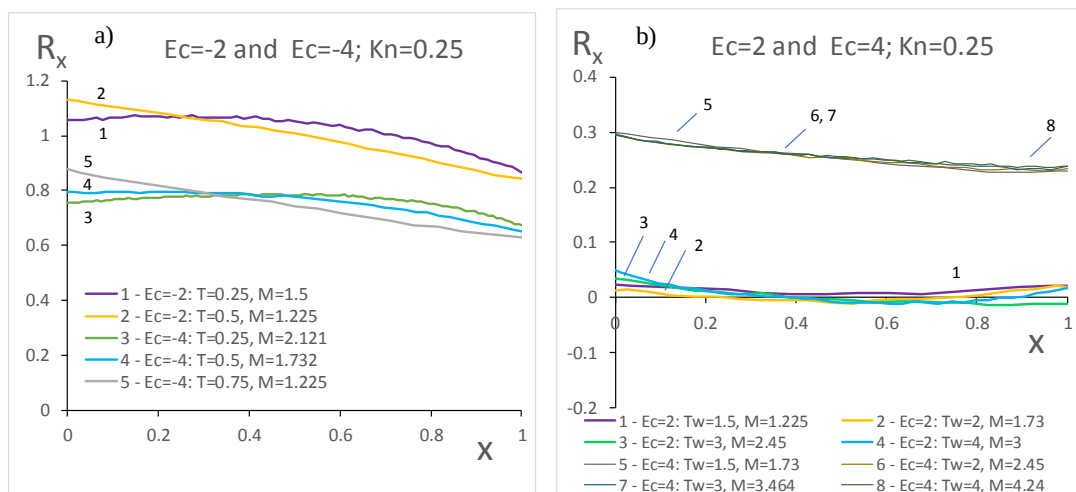


Рис. 32. Распределение коэффициента аналогии Рейнольдса вдоль пластины при одних и тех же числах Эккерта и различных температурах и скоростях: а) $\text{Ec} = -2$ и $\text{Ec} = -4$; б) $\text{Ec} = 2$ и $\text{Ec} = 4$.

Как видно из Рис.32 значение коэффициента аналогии Рейнольдса определяется в первую очередь значением числа Эккерта. Прямое статистическое моделирование подтверждает приведенную выше

оценку $R_x(X)$ для сверхзвукового диапазона чисел Маха. Отметим, что различия в значениях R_x при неизменных Kn, Ec, X , но различных M и T_w увеличиваются по мере приближения к трансзвуковому диапазону чисел Маха. Результаты расчетов коэффициента интегральной аналогии Рейнольдса изображены на Рис. 33.

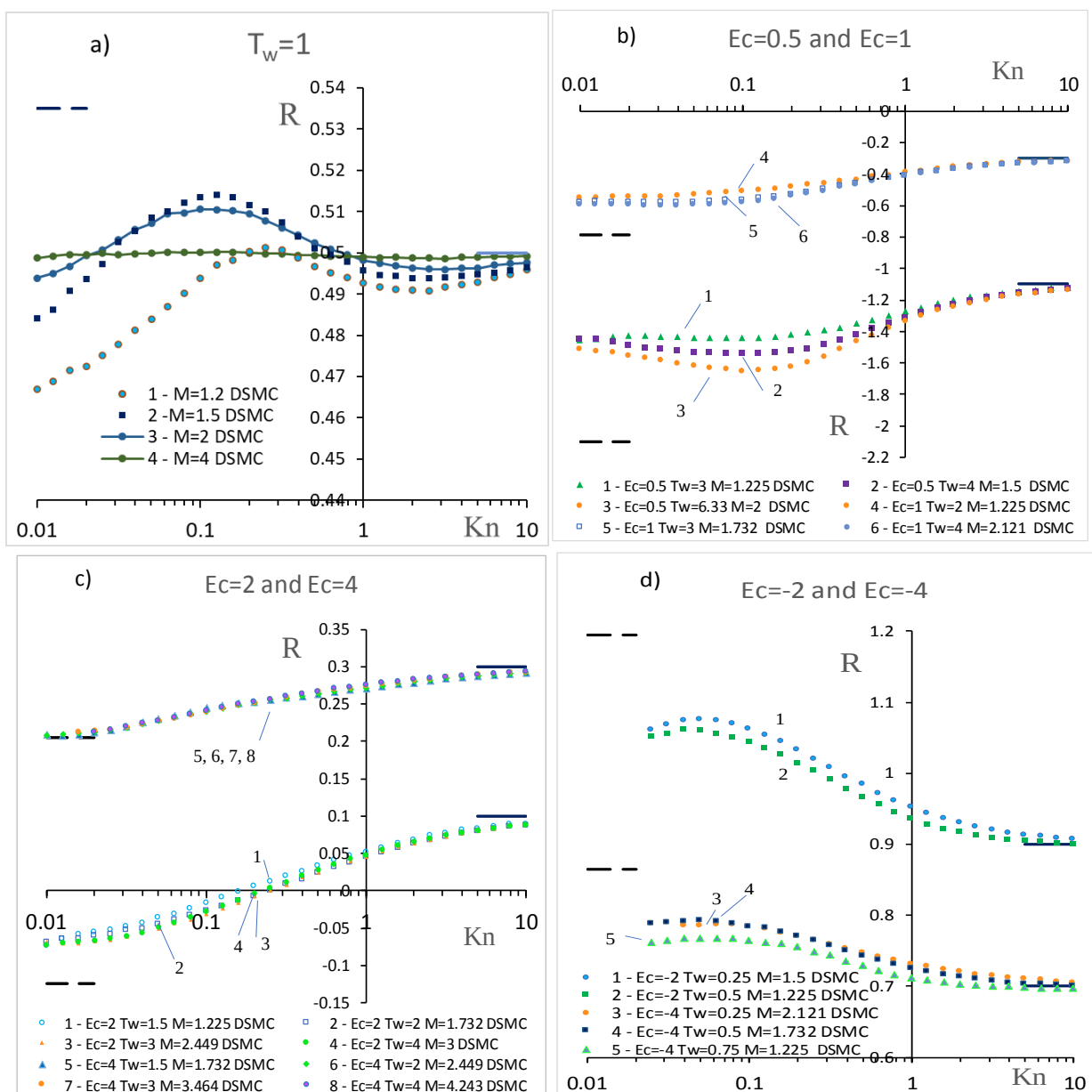


Рис. 33. Коэффициент интегральной аналогии Рейнольдса при различных значениях чисел Маха и отношений температуры пластины к температуре невозмущенного газа.

В разделе 7.6 исследуется аналогия Рейнольдса для цилиндрического течения Куэтта.

В разделе 7.6.1 описывается постановка задачи.

В разделе 7.6.2 рассматривается взаимосвязь между гидродинамическими переменными.

В разделе 7.6.3 рассмотрены режим сплошной среды и свободномолекулярный режим. В результате интегрирования уравнений Навье-Стокса при постоянном числе Прандтля для продольного цилиндрического течения Куэтта получено точное соотношение между коэффициентом аналогии Рейнольдса и параметрами течения:

$$R = \frac{1}{2} - \frac{1}{Pr Ec}$$

В разделе 7.6.4 исследуется переходный режим. Во всех рассмотренных случаях коэффициент аналогии Рейнольдса в переходном режиме зависит от относительных скоростей и температур поверхностей главным образом через число Эккерта. Для понимания влияния числа Эккерта и числа Кнудсена на коэффициент аналогии Рейнольдса введен модифицированный коэффициент аналогии Рейнольдса. Для всех рассмотренных чисел Эккерта модифицированный коэффициент аналогии Рейнольдса зависит, главным образом, от числа Кнудсена и от отношения радиусов.

В разделе 7.6.5 показано, что отношение погонных потоков энергий, передаваемых граничным поверхностям, выражается через коэффициент аналогии Рейнольдса и имеет те же параметры подобия, что и коэффициент аналогии Рейнольдса. Используя свойства коэффициента аналогии Рейнольдса, показано, что произведение отношений погонных потоков энергий, переданных граничным поверхностям, для двух разных течений Куэтта с одинаковыми по модулю, но различными по знаку числами Эккерта приблизительно, а в некоторых случаях, точно равно единице.

Основные результаты работы и выводы

В данной диссертации в широком диапазоне значений числа Кнудсена температур и скоростей пластин проведены расчеты следующих задач динамики разреженных газов: 1) задачи о плоском течении Куэтта, 2) задачи о течении Рэлея, 3) задачи об обтекании пластины конечной длины потоком разреженного газа под нулевым углом атаки, 4) задачи о цилиндрическом течении Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром, 5) задачи о цилиндрическом течении Куэтта с фиксированным внешним цилиндром, 6) задачи о продольном цилиндрическом течении Куэтта и 7) задачи о теплопередаче между коаксиальными цилиндрами и между концентрическими сферами. В диссертации при соответствующих значениях параметров задач получены следующие результаты:

1. Зависимости потока нормального импульса, передаваемого пластине, в плоской задаче Куэтта от числа Кнудсена и от времени в задаче Рэлея имеют максимум.
2. Зависимость среднего по длине пластины значения потока нормального импульса, передаваемого пластине, от числа Кнудсена при сверхзвуковом обтекании пластины под нулевым углом атаки имеет

- максимум, при дозвуковом минимум, а при околосзвуковом дозвуковом и минимум и максимум.
3. Зависимости напряжения трения и потока энергии, передаваемой пластине, от времени в задаче Рэлея при числе Маха много больше единицы имеют максимум.
 4. Зависимости потока энергии, отдаваемой пластиной, от числа Кнудсена в плоской задаче Куэтта и в задаче об обтекании пластины под нулевым углом атаки, а также от времени в задаче Рэлея имеют максимум.
 5. В широком диапазоне значений отношения температуры пластины к температуре потока его влияние на среднюю силу трения, действующую на пластину при обтекании под нулевым углом атаки в переходном режиме при дозвуковых и умеренных сверхзвуковых числах Маха незначительно.
 6. Знак потока энергии, передаваемой пластине, в плоской задаче Куэтта и в задаче об обтекании пластины под нулевым углом атаки при изменении числа Кнудсена, а в задаче Рэлея при изменении времени меняется.
 7. Зависимости напряжения трения и потоков энергии и нормального импульса, передаваемых поверхности внутреннего цилиндра от угловой скорости внешнего цилиндра в цилиндрическом течении Куэтта с неподвижным внутренним цилиндром имеют максимум.
 8. Напряжение трения и потоки энергии, передаваемой цилиндрам, при малых числах Кнудсена и больших скоростях вращения внешнего цилиндра в цилиндрической задаче Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром резко уменьшаются при достижении соответствующих значений параметров.
 9. Зависимость потока энергии, передаваемой цилиндрической поверхности, от отношения радиусов цилиндров в свободномолекулярном течении Куэтта с фиксированным внутренним цилиндром знакопеременна.
 10. Абсолютная величина потока нормального импульса, передаваемого поверхности внутреннего цилиндра, в цилиндрическом течении Куэтта с неподвижным внешним цилиндром имеет минимум как функция угловой скорости внутреннего цилиндра.
 11. Зависимости потоков импульса и энергии, передаваемых внутреннему цилиндру, от отношения радиусов в свободномолекулярном цилиндрическом течении Куэтта с фиксированным внешним цилиндром имеют максимум.
 12. Зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от числа Прандтля в течении Рэлея несжимаемой жидкости и у пластины, обтекаемой ламинарным пограничным слоем несжимаемой жидкости имеют максимум.

13. В предположении постоянства числа Прандтля в результате интегрирования уравнений Навье-Стокса получено точное соотношение между потоком энергии, передаваемой поверхности, и напряжением трения на поверхности в продольном цилиндрическом течении Куэтта вязкого сжимаемого газа.
14. В плоской и продольной цилиндрической задачах Куэтта, в задаче Рэлея, и в задаче о сверхзвуковом обтекании пластины под нулевым углом атаки температуры поверхностей и скорости их движения влияют на отношение потоков энергий, передаваемых пластинам, и коэффициент аналогии Рейнольдса в основном через число Эккерта.
15. Найдены и исследованы максимумы потока энергии при фиксированной температуре одной из граничных поверхностей и изменении температуры другой поверхности в задачах о теплопередаче в газе с цилиндрической и сферической симметрией, а также в плоской и продольной цилиндрической задачах Куэтта.

На основе полученных в диссертации результатов можно сделать вывод, что в силу характера взаимодействия потока падающих молекул с отраженными в рассмотренных течениях, эффекты, вызванные изменением степени разреженности в плоском течении Куэтта, течении Рэлея и при обтекании пластины, должны иметь место в различных течениях разреженного газа, как стационарных, так и нестационарных, как ограниченных движущимися друг относительно друга поверхностями различной температуры, так и не ограниченных, обтекаемых набегающим потоком.

Список публикаций по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени доктора наук

1. А.А. Абрамов, А.В. Бутковский, Эффекты немонотонности и изменения знака потока энергии в переходном режиме в задаче Куэтта с теплопередачей//Изв. РАН. МЖГ. 2010. №1. с.67.
2. А. А. Абрамов, А.В. Бутковский, Эффекты немонотонности потока энергии и нормального импульса в переходном режиме в задаче Куэтта при больших числах Маха // ТВТ, **48**, №2, 274 (2010).
3. А.А. Абрамов, А.В. Бутковский, Режимы течения Куэтта с теплопередачей в разреженном газе, ЖЭТФ, т. **143**, в. 6, 1202 (2013).
4. A.A. Abramov and A.V. Butkovskii, On the Rayleigh problem in the transitional regime: The sign change effect of the energy flux and other effects, Phys. Fluids **26**, 077101 (2014).
5. A.A. Abramov and A.V. Butkovskii, Reynolds analogy for the Rayleigh problem at various flow modes, Physical Review E, **94**, 013110 (2016)

6. A.A. Abramov, A.V. Butkovskii, Conditional maximums of heat fluxes in cylindrically and spherically symmetric problems of heat transfer in rarefied gas for the free molecular and transitional regimes, *Int. J. Heat Mass Transfer* **106** (2017) 1174–1177.
7. A.A. Abramov, V.Yu. Alexandrov, A.V. Butkovskii, The longitudinal cylindrical Couette problem for rarefied gas: Energy fluxes maximums, *Int. J. Heat and Mass Transfer* **111** (2017) 608–613.
8. A.A. Abramov, A.V. Butkovskii, The extended Reynolds analogy for the Couette problem: Similarity parameters, *International Journal of Heat and Mass Transfer* **117** (2018) 313–318.
9. A.A. Abramov, V.Yu. Alexandrov, A.V. Butkovskii, Rarefied cylindrical Couette flow: Shear stress and energy flux maxima. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **123** (2018) 192–200.
10. A.A. Abramov, V.Yu. Alexandrov, A.V. Butkovskii, Cylindrical Couette problem with different surface temperatures: Rarefied effects, *European Journal of Mechanics / B Fluids* **76** (2019) 145–152.
11. A.A. Abramov, A.V. Butkovskii and O.G. Buzykin, Rarefied gas flow past a flat plate at zero angle of attack, *Phys. Fluids* **32**, 087108 (2020).
12. A.A. Abramov and A.V. Butkovskii, Reynolds analogy for the fluid flow past a flat plate at different regimes, *Phys. Fluids* **33**, 017101 (2021).
13. A.A. Abramov, V.Yu. Alexandrov, A.V. Butkovskii, O.G. Buzykin, Cylindrical Couette flow with fixed outer cylinder: Rarefied effects, *Phys. Fluids* **33**, 097111 (2021).
14. A.A. Абрамов, В.Ю. Александров, А.В. Бутковский, Коэффициент аналогии Рейнольдса в продольной цилиндрической задаче Куэтта: от режима сплошной среды до свободномолекулярного, *Ж. вычисл. математики и мат. физики*, **63**, № 2 (2023) 317–326
15. A.A. Abramov, A.V. Butkovskii and O.G. Buzykin, Rarefied cylindrical Couette problem: Effect of a very sharp transition from weakly rarefied flow near the inner cylinder to free molecular flow at very low average Knudsen numbers, *Phys. Fluids* **36**, 077122 (2024).
16. A.A. Abramov and A. V. Butkovsky, “The sign change effect of the energy flux and other effects in the transitional regime for the Couette problem”, in *Proceedings of 28th International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, edited by M. Mareschal and A. Santos (American Institute of Physics, Melville, NY, 2012), p. 123, *AIP Conf. Proc.* **1501**, 123 (2012).
17. Alexander Abramov and Alexander Butkovskii, Extended Reynolds analogy for the rarefied Rayleigh problem: Similarity parameters, *31st International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, *AIP Conf. Proc.* **2132**, 180013-1–180013-7.
18. Alexander Abramov and Alexander Butkovskii, Similarity parameters in the rarefied Couette problem, *AIP Conference Proceedings* **2132**, 180006 (2019).
19. Alexander Abramov, Victor Alexandrov, and Alexander Butkovskii, Conditional maxima of energy fluxes in the longitudinal cylindrical Couette

problem and in the heat transfer problem for the rarefied gas, AIP Conf. Proc. 2132, 180005 (2019).

20. A.A. Abramov, V.Yu. Alexandrov, and A.V. Butkovskii, Similarity Parameters in the Longitudinal Cylindrical Couette problem: from the Continuous to Free Molecular, *32st International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, AIP Conf. Proc. 2996, 050001 (2024).