

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«Центральный аэрогидродинамический институт  
имени профессора Н. Е. Жуковского»  
(ФАУ «ЦАГИ»)

На правах рукописи

УДК: 533.6.071.08 + 533.6.071.098

Горбушин Антон Роальдович



**Методы определения нестационарных аэродинамических характеристик  
моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов  
в аэродинамических трубах**

Специальность: 2.5.12. Аэродинамика и процессы теплообмена  
летательных аппаратов

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук

Научный консультант:  
д.ф.-м.н., член-корреспондент РАН  
Гайфуллин Александр Марксович

г. Жуковский — 2024

## Оглавление

|                                                                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Оглавление .....                                                                                                                                     | 2   |
| Введение .....                                                                                                                                       | 6   |
| Глава 1. Измерение аэродинамических сил и моментов с помощью<br>тензометрических весов .....                                                         | 44  |
| 1.1. Новый способ калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах<br>ЦАГИ .....                                                           | 44  |
| 1.2. Учет влияния температуры на показания тензометрических весов .....                                                                              | 52  |
| 1.2.1. Метод определения коэффициента температурной чувствительности<br>тензометрических весов .....                                                 | 52  |
| 1.2.2. Метод внесения поправок на изменение нулевых показаний<br>тензометрических весов за время опыта.....                                          | 60  |
| 1.3. Метод измерения векторов нестационарной силы и нестационарного момента<br>с помощью шестикомпонентных тензометрических весов .....              | 66  |
| 1.4. Метод учета веса модели и метрических частей компонент тензометрических<br>весов на их показания .....                                          | 89  |
| 1.5. Два метода измерения массы движущегося объекта.....                                                                                             | 95  |
| Глава 2. Измерение углов тангажа и крена с помощью компенсационных<br>маятниковых акселерометров с замкнутой обратной связью.....                    | 104 |
| 2.1. Трёхкомпонентная математическая модель одноосевого акселерометра для<br>измерения углов тангажа и крена .....                                   | 104 |
| 2.2. Метод измерения нестационарных углов тангажа и крена с помощью<br>маятниковых акселерометров при наличии вибраций .....                         | 117 |
| 2.2.1. Математическая модель одноосевого маятникового акселерометра для<br>измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии вибраций ..... | 117 |
| 2.2.2. Определение коэффициентов в уравнении измерения маятникового<br>акселерометра .....                                                           | 121 |
| 2.2.3. Метод измерения нестационарных углов тангажа и крена .....                                                                                    | 124 |
| Глава 3. Измерение параметров потока .....                                                                                                           | 127 |

|                                                                                                                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.1. Влияние влажности воздуха на параметры потока в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах .....                                                                                       | 127 |
| 3.1.1. Влияние влажности на удельную газовую постоянную воздуха .....                                                                                                                               | 129 |
| 3.1.2. Влияние влажности на показатель адиабаты .....                                                                                                                                               | 129 |
| 3.1.3. Влияние влажности на скорость звука .....                                                                                                                                                    | 132 |
| 3.1.4. Влияние влажности на число Маха .....                                                                                                                                                        | 132 |
| 3.1.5. Влияние влажности на скорость потока .....                                                                                                                                                   | 135 |
| 3.1.6. Влияние влажности на число Рейнольдса .....                                                                                                                                                  | 135 |
| 3.1.7. Влияние влажности на скоростной напор .....                                                                                                                                                  | 138 |
| 3.1.8. Область применимости полученных результатов .....                                                                                                                                            | 141 |
| 3.2. Метод измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком .....                                                                                                    | 142 |
| 3.2.1. Описание комбинированного приемника для измерения полного и статического давления .....                                                                                                      | 142 |
| 3.2.2. Математическая модель приемника давления .....                                                                                                                                               | 144 |
| 3.2.3. Метод измерения нестационарного давления .....                                                                                                                                               | 148 |
| 3.2.4. Определение собственной частоты и коэффициента демпфирования приемника давления .....                                                                                                        | 150 |
| Глава 4. Верификация методов измерения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах .....                 | 154 |
| 4.1. Верификация метода измерения нестационарных аэродинамических нагрузок с помощью тензометрического динамометра для измерения силы трения пограничного слоя с приложением ступенчатой силы ..... | 154 |
| 4.2. Верификация метода внесения поправок на изменение нулевых показаний тензометрических весов за время опыта .....                                                                                | 160 |
| 4.3. Верификация метода измерения нестационарных аэродинамических нагрузок с помощью шестикомпонентных тензометрических весов с приложением ступенчатой силы .....                                  | 163 |
| 4.3.1. Экспериментальное оборудование .....                                                                                                                                                         | 163 |

|                                                                                                                                                                                                                               |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.3.2. Приложение ступенчатой силы .....                                                                                                                                                                                      | 165 |
| 4.3.2.1. Приложение ступенчатой продольной силы .....                                                                                                                                                                         | 165 |
| 4.3.2.2. Приложение ступенчатой поперечной силы .....                                                                                                                                                                         | 169 |
| 4.4. Верификация методики измерения массы движущихся тел с помощью<br>тензометрического динамометра.....                                                                                                                      | 175 |
| 4.5. Верификация математической модели одноосевого маятникового<br>акселерометра для измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии<br>вибраций.....                                                              | 179 |
| 4.5.1. Экспериментальные исследования.....                                                                                                                                                                                    | 179 |
| 4.5.2. Верификация математической модели акселерометра .....                                                                                                                                                                  | 183 |
| 4.6. Верификация метода измерения нестационарного давления при наличии<br>полости между датчиком и потоком .....                                                                                                              | 186 |
| 4.6.1. Экспериментальное оборудование.....                                                                                                                                                                                    | 186 |
| 4.6.2. Экспериментальное определение собственной частоты и коэффициента<br>демпфирования методом установившихся гармонических колебаний.....                                                                                  | 187 |
| 4.6.3. Экспериментальное определение собственной частоты и коэффициента<br>демпфирования методом свободных затухающих колебаний .....                                                                                         | 189 |
| 4.6.4. Верификация метода измерения нестационарного давления.....                                                                                                                                                             | 192 |
| Глава 5. Экспериментальная проверка методов определения аэродинамических<br>характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических<br>весов в аэродинамических трубах .....                                   | 195 |
| 5.1. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарных<br>аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью<br>шестикомпонентных тензометрических весов в аэродинамической трубе УТ-1М<br>..... | 195 |
| 5.1.1. Экспериментальная установка.....                                                                                                                                                                                       | 195 |
| 5.1.2. Сопротивление конуса.....                                                                                                                                                                                              | 198 |
| 5.2. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарных нагрузок с<br>помощью плавающего элемента в аэродинамической трубе Т-128 .....                                                                                | 203 |

|                                                                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.3. Экспериментальная проверка метода учета влияния влажности воздуха на параметры потока в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128.....                       | 208 |
| 5.4. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком .....                                       | 209 |
| 5.4.1. Экспериментальные исследования в аэродинамической трубе Т-128.....                                                                                          | 210 |
| 5.4.2. Экспериментальные исследования в установке УТ-1М .....                                                                                                      | 218 |
| 5.5 Экспериментальная проверка методов измерения квазистатических аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе Т-128..... | 223 |
| Заключение .....                                                                                                                                                   | 227 |
| Список литературы .....                                                                                                                                            | 229 |

## Введение

При проектировании летательных аппаратов возникает потребность спрогнозировать с высокой точностью его квазистатические и нестационарные аэродинамические характеристики. Эти характеристики необходимы для оценки аэродинамического совершенства, обеспечения прочности конструкции, выбора необходимой тяги двигателя, создания системы управления, оценки расхода топлива и т. д. Одним из способов определения аэродинамических характеристик проектируемого летательного аппарата является испытание его модели в аэродинамической трубе (АДТ). Возникает важная и сложная задача — *как измерить векторы аэродинамических силы и момента, действующие на модель летательного аппарата в аэродинамической трубе*. Эта задача решается с помощью тензометрических весов, которые благодаря высокой точности измерений широко применяются в АДТ. Однокомпонентные динамометры имеют статическую среднеквадратичную погрешность (СКО), отнесенную к половине диапазона измерения, на уровне 0,01–0,02%, а шестикомпонентные — на уровне 0,05–0,3%.

В конце XX века возросли требования к точности измерения аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с помощью тензометрических весов, особенно со стороны производителей пассажирских самолетов. Типичные требования к погрешности результатов испытаний моделей гражданских самолетов, соответствующие крейсерскому режиму полета, приведены в таблице 1. Требования к повторяемости (абсолютной разности двух испытаний) относятся в основном к коэффициенту сопротивления и составляют 0,00005. Такие высокие требования обусловлены задачей измерения малых приращений нагрузок в процессе исследований по оптимизации компоновки летательного аппарата и улучшению его местной аэродинамики.

Таблица 1 — требования к погрешности результатов  
испытаний моделей гражданских самолетов

| Параметр         | Компания   |               |                   |              |
|------------------|------------|---------------|-------------------|--------------|
|                  | ОКБ России | Airbus        | Boeing            | Embraer      |
| $\Delta c_{x_a}$ |            | $\pm 0,00005$ | $\pm 0,00005$     | $\pm 0,0001$ |
| $\Delta c_{y_a}$ |            |               |                   | $\pm 0,001$  |
| $\Delta m_{z_a}$ |            |               |                   | $\pm 0,001$  |
| $\Delta \alpha$  |            |               | $\pm 0,005^\circ$ |              |
| $\Delta K$       | $\pm 0,1$  |               |                   |              |

В настоящем исследовании разработаны новые методы измерения физических величин и первичной обработки результатов испытаний моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с применением тензометрических весов и таким образом значительно усовершенствована существующая методика. Разработанные автором методы (методики) направлены на выявление систематических погрешностей и исключение их из результатов экспериментальных исследований в виде поправок. Основным итогом испытаний в аэродинамических трубах с применением тензометрических весов являются аэродинамические коэффициенты исследуемых моделей. Аэродинамические коэффициенты сил и моментов модели летательного аппарата определяют по следующим формулам [1]:

$$c_F = \frac{F}{QS}; \quad c_M = \frac{M}{QSl},$$

где  $F$  — сила;

$Q$  — скоростной напор;

$S$  — характерная площадь;

$M$  — момент силы;

$l$  — характерная длина.

В диссертации представлена методика определения квазистатических и нестационарных значений силы, момента, углов тангажа и крена, параметров потока с высокой точностью. Методика разработана для созданных в рамках исследования средств измерений, а также средств измерений, которые применяются в настоящее время в аэродинамических трубах. Три компоненты силы и три компоненты момента измеряют с помощью шестикомпонентных тензометрических весов [1–16, 80–86]. Для расчета аэродинамических коэффициентов при переходе из нормальной и измерительной систем координат в связанную и скоростную необходимо знать углы тангажа, крена и рыскания тензометрических весов, углы атаки и скольжения модели. Углы тангажа и крена модели и тензометрических весов измеряют с помощью маятниковых компенсационных акселерометров [17–19, 85–95]. Скоростной напор и число Маха определяют по показаниям датчиков давления, измеряющих полное и статическое давление [4, 6–9, 14, 20].

Как и в любой другой отрасли науки и техники, совершенствование методики эксперимента в аэродинамических трубах происходит по спирали: от повышения требований к точности весового эксперимента и прогресса в создании измерительных приборов с улучшенными метрологическими характеристиками до соответствующего совершенствования обработки результатов измерений. Это, в свою очередь, приводит к уменьшению случайных погрешностей и исключению выявленных систематических погрешностей эксперимента. Аэродинамические коэффициенты обычно классифицируют по двум видам: статические (или, более точно, квазистатические) и нестационарные. В этой работе рассматривается методика определения как квазистатических, так и нестационарных аэродинамических коэффициентов.

### **Измерение аэродинамических сил и моментов**

Первые исследования аэродинамических характеристик простейших тел в России проводились в аэродинамических трубах с помощью механических весов в конце 19 века [3, 21–25, 96–100]. В этих исследованиях определялись

квазистатические и нестационарные аэродинамические характеристики. Впервые измерения нестационарной аэродинамической силы, действующей на плоскую пластинку, установленную под углом атаки в аэродинамической трубе, выполнены Д. П. Рябушинским в 1912 г. с помощью разработанного им прибора [3, 96, 99]. Прибор состоял из пера и хронографа, прикрепленных к механическим весам.

Тензометрические весы начали применяться в аэродинамических трубах ЦАГИ в конце 40-х годов XX века [5, 7]. Существует два основных типа весов: внешемельные [2, 83, 101] и внутримодельные [2–5, 6–12, 80–82]. Внутримодельные весы размещаются внутри моделей и соединяются с механизмом перемещения модели с помощью различных поддерживающих устройств. Фотография типичных внутримодельных весов, геометрическая система координат ( $OXYZ$ ) и измерительная система координат весов приведены на рисунке 1. Весы состоят из трех основных элементов:

- элемента крепления модели к весам (по терминологии статьи [80]), или метрической части весов [102, 103], либо передней части весов [81];
- чувствительного элемента, в котором наклеиваются тензорезисторы;
- элемента крепления весов к основанию [80], или неметрической части весов [31, 32], либо задней части весов, или земле весов [81].

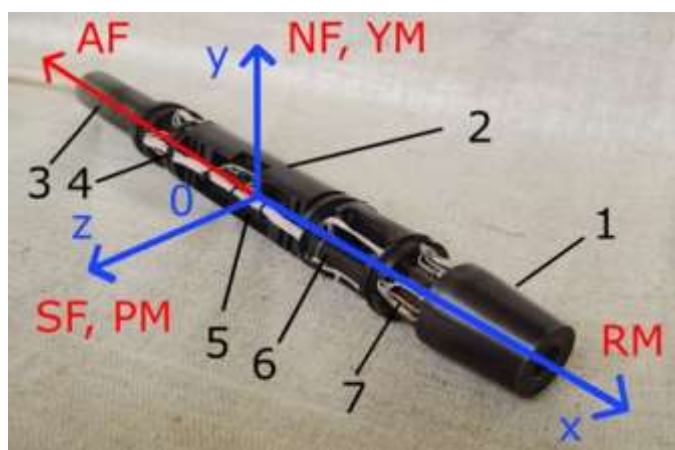


Рисунок 1 — Фотография внутримодельных шестикомпонентных тензометрических весов 6Ф-540 и система координат весов (1 — элемент крепления модели; 2 — чувствительный элемент;

- 3 — элемент крепления весов; 4, 7 — элементы измерения нормальной силы  $Y$ ,  $NF$ , поперечной силы  $Z$ ,  $SF$ , момента тангажа  $M_z$ ,  $PM$  и момента рыскания  $M_y$ ,  $YM$ ;
- 5 — элемент измерения продольной силы  $X$ ,  $AF$ ;
- 6 — элемент измерения момента крена  $M_x$ ,  $RM$ ).

К настоящему времени терминология в области разработки и применения тензометрических весов окончательно не сложилась. Тензометрические весы, как правило, изготавливают из высокопрочной стали [2, 5–7, 80, 103, 104], обладающей низким коэффициентом демпфирования. Тензорезисторы наклеивают на чувствительные элементы и собирают в мост Уитстона. Каждой компоненте силы и компоненте момента соответствует отдельный мост. Таким образом, на весы наклеены шесть тензометрических мостов для измерения трех составляющих силы и трех компонент вектора момента. Для получения связи между приложенными нагрузками и электрическими сигналами мостов Уитстона весы калибруют на калибровочных стендах [6, 7, 26–28, 80, 103, 105–107]. В процессе калибровки к весам прикладывают известные статические нагрузки и измеряют выходные сигналы тензовесов. Уравнения измерения определяют по результатам калибровки тензовесов на калибровочном стенде методом наименьших квадратов и получают в виде полинома 2-й [2, [6, 7, 102, 105] или 3-й степени [80, 81, 103]. В этих работах величина среднеквадратичного отклонения (СКО) результатов калибровки тензовесов оценивается на уровне 0,05–0,3% половины диапазона весов. Наибольшее распространение получили уравнения в виде полинома 2-й степени:

$$X_i = a_i N_i + \sum_{j=1, j \neq i}^6 a_{ij} X_j + \sum_{r=1}^6 \sum_{s=r}^6 a_{rs}^i X_r X_s, \quad (1)$$

где  $X_i$  — нагрузка по  $i$ -му компоненту весов;

$N_i$  — выходной сигнал  $i$ -го компонента весов;

$a_i$  — коэффициент чувствительности  $i$ -го компонента;

$a_{ij}$  — коэффициент  $i$ -й строки матрицы линейных взаимных влияний компонентов;

$a_{rs}^i$  — коэффициент  $i$ -й строки матрицы нелинейных взаимных влияний компонентов.

Начало координат измерительной системы весов определяется на стенде и находится, как правило, в середине чувствительного элемента 2 (рисунок 1). Под воздействием нагрузок чувствительный элемент деформируется, что приводит к перемещению метрической части весов относительно их задней части. При приложении продольной силы происходит растяжение/сжатие весов [80]. Под воздействием нормальной или поперечной силы метрическая часть весов смещается относительно их земли в направлении действия силы, при этом возникает так называемая S-образная деформация. При приложении момента метрическая часть весов поворачивается относительно их земли так, что ось вращения совпадает с направлением вектора приложенного момента. Угловая деформация весов при максимальном моменте составляет  $\sim 1^\circ$  [27]. Деформация весов требует специальной конструкции стендов для их калибровки. Большинство стендов устроены таким образом, что метрическая часть весов поддерживается в неизменном положении вместе с измерительной частью стенда, а силозадающие устройства, жестко связанные с землей весов, перемещаются [80, 103, 105–108]. Приложенные нагрузки измеряются в системе координат, которая связана с метрической частью весов. В калибровочных стендах ЦАГИ весы крепятся к основанию стенда элементом крепления весов [26–28]. Приложенные к весам нагрузки задаются в системе координат основания стенда (нормальная система координат). Поэтому измерительная система координат весов совпадает с нормальной. При задании нагрузок тензометрические весы деформируются, что приводит к изменению углового положения в пространстве метрической части весов, жестко связанной с калибровочным приспособлением. Изменение пространственного положения калибровочного приспособления приводит к возникновению систематических погрешностей калибровочного стенда. Погрешность калибровки весов обусловлена метрологическими

характеристиками, случайными и систематическими погрешностями стенов. Из требований к допустимым значениям погрешностям тензометрических весов вытекают желаемые значения погрешностей калибровочных стенов, составляющие 0,05–0,10% [28]. Калибровочные стенов имеют, как правило, уникальную конструкцию. Для каждого стенов разрабатывается индивидуальная методика определения систематических погрешностей [26–28, 105–108].

В 1953 г. была запущена первая в СССР большая сверхзвуковая аэродинамическая труба Т-109. Для проведения весовых испытаний в этой трубе в ЦАГИ под руководством В. И. Зименкова и Н. П. Левицкого впервые разработаны шестикомпонентные внемодельные тензометрические весы 6ЭВ-109-1 [3]. Чувствительные элементы тензометрических весов размещались за моделью, а элемент крепления весов с помощью контейнера устанавливался в жёсткую стойку механизма перемещения моделей. Измерительные элементы весов для защиты от воздействия потока закрывались следящим обтекателем.

Еще одним типом весов, применяемых в аэродинамических трубах, являются механические весы с тензометрическими динамометрами. Весы находятся за пределами рабочей части, а модель крепится к ним с помощью металлических лент.

В аэродинамических трубах во время испытаний изменяется температура потока. В результате в весах возникают пространственно-временные градиенты температуры, которые влияют на показания тензомостов. Известны следующие физические факторы, обуславливающие воздействия температуры на показания тензометрических весов [109]: деформация чувствительного элемента весов при изменении температуры; изменение сопротивления соединительных проводов; изменение коэффициента чувствительности тензорезисторов; изменение модуля Юнга материала [80], из которого изготовлен чувствительный элемент весов (для высокопрочной стали изменение модуля Юнга составляет  $\sim 0,02 \text{ \%}/^{\circ}\text{C}$ ); самонагрев тензорезисторов, при котором могут различаться температуры резистора и чувствительного элемента весов; уменьшение жёсткости клеевого состава при повышении температуры, что проявляется в виде кажущегося уменьшения

коэффициента чувствительности тензорезистора. Температура влияет также и на нулевые показания весов. Для измерения температуры тензометрических весов в настоящее время наклеивают на весы термометры сопротивления Pt100. Типичная схема расположения термометров сопротивления на внутримодельных тензометрических весах показана на рисунке 2. Среднее значение показаний термометров сопротивления позволяет оценить среднюю температуру весов, а разность показаний датчиков температуры — ее пространственный градиент.

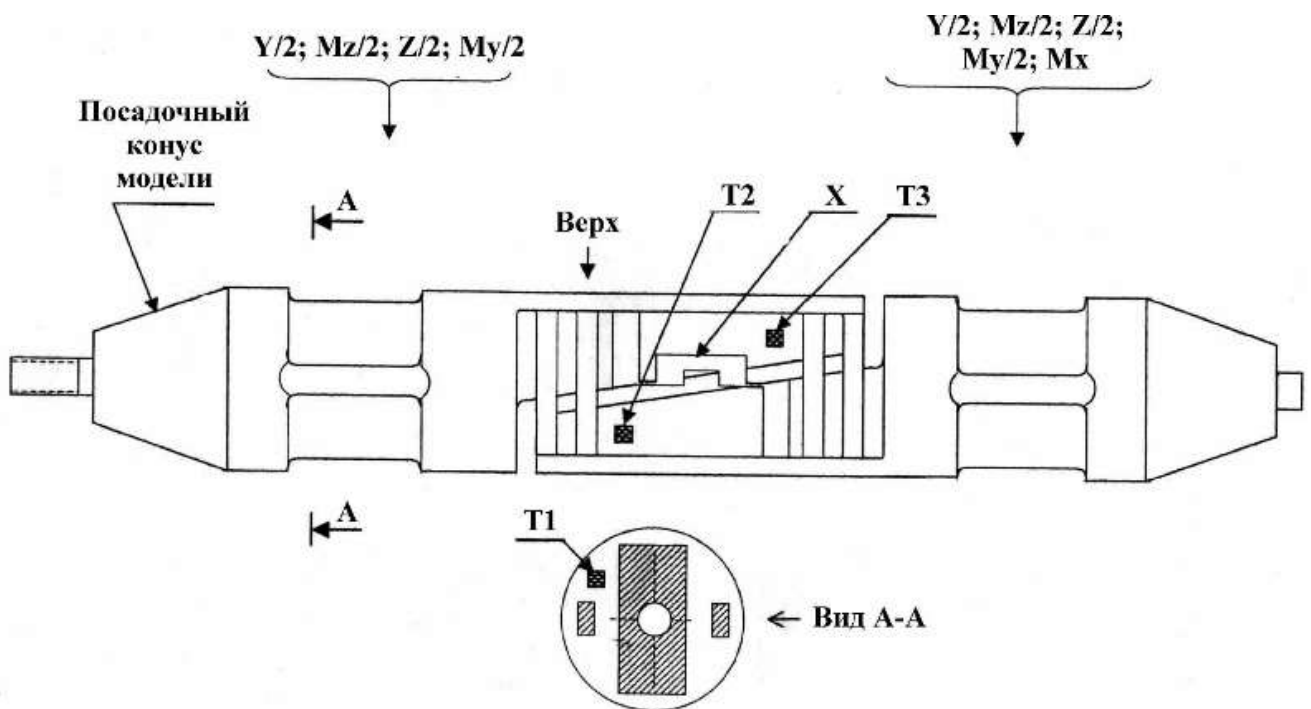


Рисунок 2 — Схема расположения тензорезисторов измерительных мостов и термометров сопротивления на внутримодельных тензометрических весах ( $T1$ ,  $T2$  и  $T3$  — датчики температуры (В. С. Волобуев)).

Температурную погрешность тензометрических весов можно условно разделить на две составляющие — статическую и динамическую. Статическая составляющая температурной погрешности обусловлена стационарным тепловым режимом работы весов, когда температура всех элементов изменяется равномерно без градиентов, а динамическая — наличием пространственно-временных градиентов.

В аэродинамических трубах существующая методика учета изменения нулевых показаний тензометрических весов заключается в выборе одного из трех вариантов использования нулевых показаний (см., например, [20]):

- 1) нулевые показания до опыта;
- 2) нулевые показания после опыта;
- 3) среднеарифметические значения нулевых показаний до и после опыта.

В статье [80] упоминается об использовании простых поправок для устранения влияния градиента температуры на показания весов. В [29] предлагается линейная зависимость изменения нулевых показаний тензометрических весов от времени пуска.

При статических (квазистатических) измерениях сигналы тензометрических весов усредняют на выбранном интервале времени [20].

Более сложной является проблема измерения нестационарных аэродинамических нагрузок, действующих на модели летательных аппаратов и их элементы в аэродинамических трубах. Она охватывает следующие задачи аэродинамики, динамики полета и прочности:

- определение сил и моментов при непрерывном изменении углов атаки или скольжения [30, 110];
- определение производных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов при их свободных или вынужденных колебаниях в потоке [31–43, 111] (рисунок 3);
- измерение аэродинамических нагрузок, действующих на модели с колеблющимися несущими поверхностями [112];
- измерение аэродинамических нагрузок в трубах кратковременного действия: ударных, импульсных, трубах Людвига [45–50, 82, 114–120];
- измерение аэродинамических нагрузок при моделировании порыва ветра в аэродинамической трубе [121, 122];
- измерение нестационарных аэродинамических нагрузок в динамике, например, в процессе раскрытия парашюта в трубе, при имитации маневра

летательного аппарата или при движении объекта, отделяющегося от носителя [123].



Рисунок 3 — Модель самолета SSJ-100, совершающая свободные колебания по крену в трансзвуковой аэродинамической трубе ЦАГИ Т-128.

Нестационарные аэродинамические нагрузки, действующие на модель, возникают под воздействием пульсаций потока, отрывов потока на элементах модели, вынужденных колебаний и движения модели в потоке по заданному закону, и приводят к возникновению колебаний модели и ее элементов. Другим источником возбуждения колебаний модели является быстрое нарастание скорости потока в трубах периодического и кратковременного действия. Эти нестационарные нагрузки вызывают колебания модели на весах и поддерживающем устройстве [124, 125]. В таких условиях появляются инерционные силы и моменты, связанные с колеблющимися массами модели и метрической части весов. Угловые колебания модели и весов приводят к возникновению центробежных сил и соответствующих им моментов. Тензометрические весы измеряют всю совокупность нагрузок. Они обеспечивают

измерение динамической нагрузки в диапазоне частот до  $\sim 30$  кГц [82]. Инерционные и центробежные нагрузки представляют собой систематические погрешности при определении аэродинамических сил и моментов в эксперименте и должны быть исключены из результатов измерений. Вес модели и метрической части тензометрических весов также влияет на их показания, что приводит к возникновению систематических погрешностей в измерении [51]. Тензометрические весы представляют собой упругое устройство, преобразующее деформацию чувствительных элементов в электрические сигналы. Из-за упругости чувствительных элементов весы сами по себе являются динамической системой. Этим обусловлена сложность первой задачи, решаемой в настоящей диссертационной работе: *измерение динамических нагрузок осуществляется динамической системой.*

Колебаниям могут подвергаться как сами тензометрические весы, так и поддерживающее устройство. Наиболее часто применяемыми в аэродинамических трубах являются внутримодельные тензометрические весы, обладающие высокой жесткостью, и хвостовые державки. Первый тон колебаний таких весов составляет сотни герц. Хвостовые поддерживающие устройства представляют собой удлиненные тела, длина которых примерно в 10 раз больше максимального поперечного размера. Характерные частоты колебаний таких устройств по первому тону составляют десятки герц. Мы имеем дело с устройствами, собственные частоты которых значительно отличаются. Многолетний опыт эксплуатации аэродинамических установок показывает, что в аэродинамических трубах с вентиляторным или компрессорным приводом с заметной амплитудой возбуждаются в основном первый и второй тона колебаний поддерживающего устройства (см., например, [32, 124, 126]), а в трубах кратковременного действия — первый и второй тона колебаний тензометрических весов и поддерживающего устройства [82, 113]. Как правило, с повышением номера тона амплитуда колебаний уменьшается.

Задача определения сил и моментов при непрерывном изменении угла атаки модели с небольшой скоростью решена для квазистатического случая, когда

данные измерений усредняются на небольшом интервале времени [110], или полученные данные аппроксимируются набором полиномов [30]. Скорость изменения углов атаки в квазистатическом эксперименте не превышает 1 гр./с. При таких скоростях колебания весов на собственных частотах не возникают, а возбуждаются только колебания хвостового поддерживающего устройства. Методы определения производных аэродинамических коэффициентов моделей летательных аппаратов при их свободных или вынужденных колебаниях в потоке разработаны уже давно (см., например, [31–43, 111]). Частоты свободных колебаний не превышают 50 Гц, а вынужденных колебаний — 15 Гц. Эти частоты существенно ниже собственных частот весов с установленной моделью, и поэтому колебания весов на собственных частотах не возбуждаются. К недостаткам этих методов следует отнести тот факт, что при определении массовых и инерционных характеристик модель и метрическая часть весов рассматриваются как одно целое. В действительности массы метрических частей компонент весов отличаются, особенно внемодельных весов. В [111] предложен метод для определения поправки, компенсирующей инерционную силу в процессе измерения периодической силы с помощью однокомпонентного тензометрического динамометра. Авторы оценивают погрешность определения нестационарной силы величиной 10,3%. Применимость этого метода ограничена случаем измерения синусоидальной силы.

Наиболее сложной является задача измерения аэродинамических нагрузок в трубах кратковременного действия — ударных, импульсных и трубах Людвига. Сложность ее обусловлена очень быстрым запуском установки и малым временем существования потока, не превышающем, как правило, 100 мс [82, 113]. Скоростной напор при запуске представляет собой функцию, близкую по форме к ступенчатой функции Хэвисайда. При таком запуске возбуждаются собственные тона колебаний и державки, и весов [82, 113]. В существующих методах измерения нагрузок в трубах кратковременного действия модель и тензовесы рассматриваются как линейная динамическая система — концепция «черного ящика». Неоднородное уравнение движения второго порядка решается с

помощью преобразования Лапласа. Связь между приложенной нагрузкой и сигналом тензовесов представляется интегралом-сверткой [82, 111, 114, 116–119]. Такой подход приводит к некорректно поставленной математической задаче. Функция реакции на импульс определяется при приложении известной динамической нагрузки — ступенчатой функции Хэвисайда и (или) ее производной —  $\delta$ -функции Дирака. Недостатком этого метода является отсутствие адекватной физической модели системы «модель – тензометрические весы – державка, что ограничивает область применения этого метода только ударными и импульсными трубами. Кроме того, входное воздействие задается с погрешностью, которую трудно измерить. Погрешность измерения осредненной силы с помощью этих методов составляет от 3% [116] до 4,7% [113], а динамической силы  $\sim 10\%$  [116]. В работах [52, 53] предлагается фильтрационное подавление всех частот собственных колебаний и шума. При этом аэродинамическая нагрузка рассматривается в виде ступенчатой функции с широкополосным шумом. В работе [54] предложен метод подавления нескольких первых мод собственных колебаний системы цифровым фильтром динамической коррекции. В [44] разработан метод обработки сигнала однокомпонентного динамометра с помощью показаний акселерометра, установленного на элементе крепления динамометра. Метод позволяет провести коррекцию сигнала динамометра с помощью преобразования Фурье. Множитель при измеренном ускорении определялся в опытах с приложением импульсного воздействия к элементам крепления модели и динамометра. Метод применим только в случае свободы с одной степенью.

Еще одним видом исследований нестационарных аэродинамических нагрузок в аэродинамических трубах является определение влияния порыва ветра на аэроупругие конструкции элементов моделей. Диапазон частот в этих исследованиях не превышает 30 Гц [31]. Для определения инерционных сил в таких испытаниях применяют в дополнение к тензовесам акселерометры [122]. Panta et al. [123] сообщают, что характерные частоты нестационарных сил,

действующих на парашют в процессе его открытия в трубе малых скоростей, не превышают 10 Гц.

С задачами измерения нестационарных нагрузок в аэродинамических трубах тесно связана задача динамического взвешивания. Системы динамического взвешивания в настоящее время незаменимы в большинстве отраслей промышленности, торговли, сельского хозяйства и др. В качестве примера можно привести измерение массы грузов, перевозимых автомобильным [55, 127, 128] и железнодорожным [129, 130] транспортом, а также измерение массы тел на движущихся транспортерах (взвешивание и отбраковка продукции) [56]. Повышение скорости грузов при взвешивании в поточном производстве приводит к уменьшению цикла производства и, следовательно, к потенциальному увеличению производительности линии и росту эффективности всех схем грузопотоков. Измерения массы грузов осуществляются однокомпонентными тензометрическими динамометрами. При увеличении скорости движения грузов понижается точность измерений вследствие возрастающей динамики динамометров на их собственной частоте. Основным способом определения массы движущегося груза является интегрирование сигнала динамометра [55].

Проведенный обзор показывает, что существующие методы применимы лишь для частных задач и не существует единого подхода для решения задачи измерения нестационарных аэродинамических нагрузок. Часть исследований связана с диапазоном частот, которые значительно меньше собственной частоты весов. В существующих методах не используются адекватные физические модели системы «модель — тензометрические весы — поддерживающее устройство». Относительные среднеквадратические погрешности при использовании этих методов составляют при измерении квазистатической силы 3–5% и динамической — 10%. Конструкция калибровочных стендов ЦАГИ для калибровки тензометрических весов требует корректировки уравнений измерения весов, что приводит к дополнительным погрешностям.

## Измерение углов тангажа и крена

Наиболее строгие требования предъявляются к точности измерения сопротивления моделей пассажирских самолетов на крейсерском режиме полета, когда углы крена и рыскания равны нулю, угол атаки  $\alpha$  составляет несколько градусов, а значение коэффициентов подъемной и нормальной сил составляет  $c_{y_a} \approx c_y \approx 0,5$ . Требование к допустимому значению погрешности коэффициента сопротивления для этого режима составляет  $\Delta c_{x_a} = \pm 5 \cdot 10^{-5} - 1 \cdot 10^{-4}$  (таблица 1). Погрешность коэффициента сопротивления на крейсерском режиме полета состоит из двух основных составляющих: погрешности измерения продольной силы тензометрическими весами и погрешности измерения угла тангажа. Погрешность измерения угла тангажа вносит вклад в погрешность определения коэффициента сопротивления при пересчете нормальной и продольной компонент силы из измерительной системы координат в скоростную. Коэффициент сопротивления  $c_{x_a}$  в скоростной системе координат выражается через коэффициенты продольной и нормальной сил  $c_x$ ,  $c_y$  по формуле  $c_{x_a} = c_x \cos \alpha + c_y \sin \alpha$ . Угол атаки  $\alpha$  в аэродинамической трубе отличается от угла тангажа для рассматриваемого случая на величину скоса потока, которая обычно составляет несколько сотых долей градуса. Тогда искомую погрешность можно оценить в виде  $\Delta c_{x_a} = \Delta \theta \cdot c_y$ , где  $\Delta \theta$  — погрешность измерения угла тангажа. Для того чтобы обеспечить требуемую погрешность коэффициента сопротивления, погрешность измерения угла тангажа не должна превышать  $\Delta \theta = 0.005 - 0.01^\circ$ . Такую точность обеспечивают компенсационные маятниковые акселерометры с замкнутой обратной связью [4, 25, 87, 89–92, 131, 132]. Маятниковый акселерометр представляет собой сложное электромеханическое устройство [93, 133]. Схема чувствительного элемента акселерометра [133] приведена на рисунке 4.

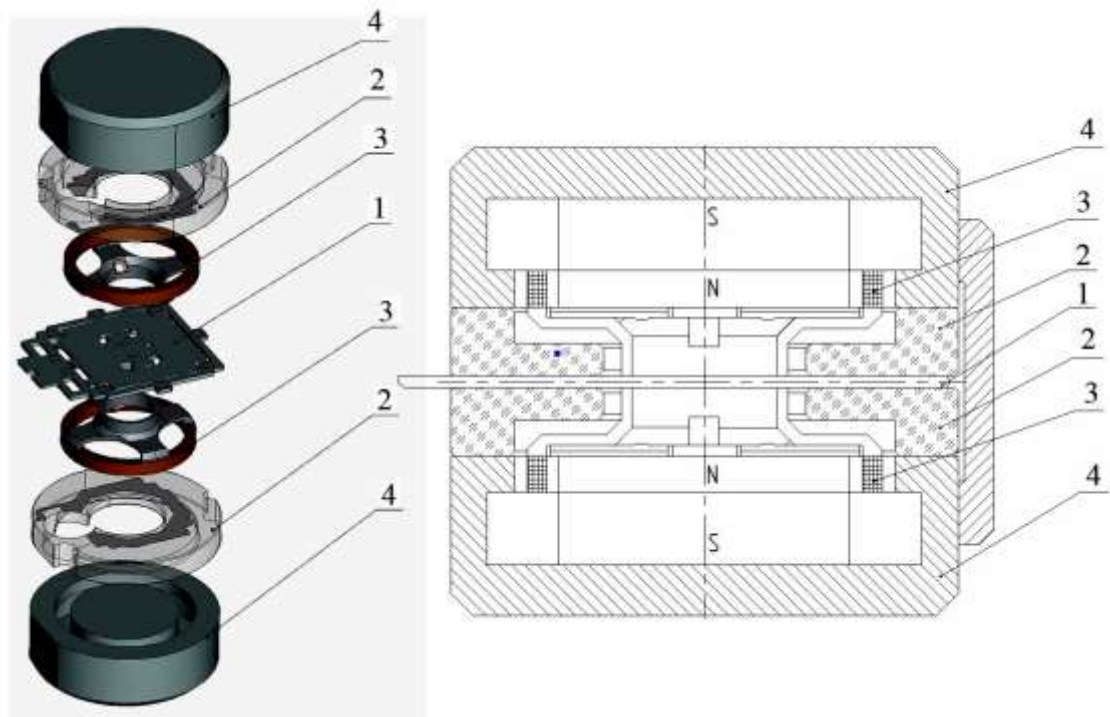


Рисунок 4 — Конструкция чувствительного элемента маятникового компенсационного акселерометра (1 — маятник; 2 — обкладки; 3 — катушки обратной связи; 4 — магнитные системы [133]).

Чувствительный элемент содержит маятник 1, изготовленный из плавного кварца, металла [93] или монокристаллического кремния [133, 134], заключенный между двумя обкладками 2. Маятник содержит в себе две катушки обратной связи 3, представляющие собой намотку из медного провода, образующие в паре с магнитными системами 4 датчик момента обратной связи. Действие ускорения вдоль измерительной оси акселерометра вызывает отклонение маятника, которое регистрируется емкостным датчиком угла. Его выходной сигнал в усилителе акселерометра преобразуется в электрический ток, протекающий через катушку магнитоэлектрического датчика момента, закрепленную на подвижной части маятника и находящуюся в поле постоянного магнита диаметральной намагниченности. В результате взаимодействия тока в катушке с полем постоянного магнита возникает момент вокруг оси подвеса маятника, равный моменту инерционных сил, но противоположный по направлению и противодействующий отклонению маятника от его нулевого положения. Сила тока, протекающего через катушку датчика момента, пропорциональна ускорению,

действующему вдоль измерительной оси акселерометра. Выходной сигнал акселерометра — напряжение, измеренное на масштабном резисторе, включенном последовательно с катушкой обратной связи. Сопротивление масштабного резистора зависит от диапазона измеряемых ускорений и может меняться от 300 до 5000 Ом.

Принцип измерения угла с помощью акселерометра заключается в измерении проекции ускорения свободного падения на его ось чувствительности [93]. Таким образом, конструкция маятникового акселерометра позволяет использовать его для измерения углов тангажа и крена. Для измерения угла тангажа акселерометр устанавливается таким образом, чтобы ось его чувствительности совпадала с осью фюзеляжа модели. Если ось чувствительности направить вдоль крыла, то в этом случае акселерометр будет измерять угол крена модели. Маятник является упругим элементом с демпфированием, обладающим собственной частотой колебаний. Beitia et al. [135] сообщают, что собственная частота колебаний акселерометра находится в диапазоне от 1 до 2 кГц. Kolbas et al. [94] отмечают повышенную вибропогрешность акселерометров в диапазоне частот 1,5–2 кГц.

В [136] разработана система измерения углов крена и тангажа AMS, основанная на трех одноосевых акселерометрах, оси чувствительности которых ортогональны друг другу. В расчетной модели использовалась однокомпонентная математическая модель для каждого акселерометра. Влияние температуры на показания датчиков в системе AMS корректируется с помощью квадратичной зависимости от температуры.

При измерении нестационарных нагрузок с помощью тензометрических весов нестационарным является также угловое положение тензометрических весов и модели, которое следует измерить. Испытания моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах сопровождаются вибрациями, вызванными взаимодействием пульсаций потока и нестационарных аэродинамических сил с упругой системой «тензометрические весы — поддерживающее устройство». Колебания этой системы приводят к появлению тангенциального и центробежного

ускорений. Центробежное ускорение направлено вдоль продольной оси весов и оси чувствительности акселерометра. Оно приводит к возникновению систематической погрешности угла тангажа, измеряемого акселерометром. Fuykschot [131] отмечает, что погрешность измерения среднего значения угла при колебаниях державки может достигать  $0,6^\circ$ . Он предложил метод определения систематической погрешности, основанный на определении радиусов колебаний в горизонтальной и вертикальной плоскостях и касательной скорости с помощью двух дополнительных линейных акселерометров. Данный метод разработан в [125, 137] для нескольких мод колебаний. Применимость метода ограничена квазистатическим случаем: сигнал маятникового акселерометра ограничивался по частоте фильтром с частотой среза 1 Гц. Для ограничения амплитуды колебаний применяют активные демпфирующие системы [138–140], установленные в хвостовой державке. Пьезоэлектрические устройства демпфирующей системы создают нагрузки, приложенные к тензометрическим весам, в противофазе к колебаниям модели.

Методы определения производных аэродинамических коэффициентов моделей летательных аппаратов при их свободных или вынужденных колебаниях в потоке описаны в [31, 32, 111, 141, 142]. Частоты свободных колебаний в таких испытаниях не превышают 50 Гц, а вынужденных — 15 Гц. Для измерения угла тангажа модели Беговщиц и др. [32] использовали тензометрический датчик. Погрешность измерения угла тангажа модели таким датчиком составляет несколько десятых долей градуса.

Первый тип колебаний обусловлен вибрациями поддерживающего устройства. Второй тип колебаний — это колебания тензометрических весов на собственных частотах вдоль трех осей. Наиболее существенными для акселерометра являются колебания вдоль его оси чувствительности, которая совпадает с продольной осью весов. Собственная частота колебаний продольного компонента весов в этом направлении превышает 1 кГц [82]. Третий тип колебаний связан с широкополосными вибрациями поддерживающих устройств и механизмов. Поскольку эти элементы изготавливаются из высокопрочной стали, верхняя граница частоты вибраций, возникающих в процессе испытаний, достигает

нескольких килогерц. Собственная частота акселерометра находится внутри диапазона частот вибраций второго и третьего типа.

Таким образом, можно сформулировать вторую важную задачу диссертационного исследования: *измерение нестационарных углов тангажа и крена модели летательного аппарата в аэродинамической трубе с помощью маятникового акселерометра при наличии широкополосных вибраций*. Сложность решаемой проблемы обусловлена тем, что *измерение нестационарного углового положения модели при наличии вибраций осуществляется динамической системой — маятниковым акселерометром*.

Проведенный обзор показывает, что задача измерения углов тангажа и крена модели летательного аппарата в аэродинамической трубе с помощью маятникового акселерометра при наличии широкополосных вибраций решена только для квазистатического случая.

### **Измерение параметров потока**

Для измерения стационарного полного и статического давления в трансзвуковых аэродинамических трубах широкое распространение получили датчики частотного типа производства АО «Авиаприбор — Восход» (г. Москва). Диапазон измеряемых давлений составляет 1–130 и 1–400 кПа, класс точности 0,01% [57].

В аэродинамических трубах дозвуковых и трансзвуковых скоростей испытания проводятся при разных состояниях атмосферы, что сказывается на составе воздуха в контуре трубы. Наиболее изменчивым параметром воздуха в аэродинамическом эксперименте является массовая концентрация водяных паров. В дозвуковых и трансзвуковых АДТ параметры потока определяются по результатам измерения полного и статического давления, а также температуры торможения. При этом значения удельной газовой постоянной, теплоемкостей при постоянном давлении и объеме обычно принимаются такими же, как для сухого воздуха. Наличие водяного пара изменяет эти параметры влажного воздуха. Образование льда на поверхности модели в сверхзвуковых АДТ было отмечено

Аккеретом [143]. Для устранения этого эффекта стали применять осушку воздуха. Наличие скачков конденсации влаги в сверхзвуковом сопле упоминается в работе [58]. Там же указывается, что «в случае измерения скорости воздуха, содержащего водяные пары, необходимо вводить поправку на изменение газовой постоянной». Удельная газовая постоянная смеси воздуха и пара  $R_{см}$  представлена в [58] следующим выражением:

$$R_{см} = \frac{R_B}{1 - \frac{e}{p} \left( 1 - \frac{R_B}{R_{п}} \right)},$$

где  $R_B$  — удельная газовая постоянная сухого воздуха;

$R_{п}$  — удельная газовая постоянная пара;

$p$  — статическое давление;

$e$  — парциальное давление пара.

Влияние влажности воздуха на плотность, удельную газовую постоянную, удельную теплоемкость, показатель адиабаты, скорость звука и коэффициент кинематической вязкости получено в работе [59]. В [144] рассмотрено влияние относительной влажности на плотность воздуха.

Для определения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в процессе испытаний в аэродинамических трубах и установках требуется измерение нестационарных сил, моментов и давления. Измерение нестационарного давления требуется при решении многочисленных экспериментальных задач аэро- и гидродинамики:

- определение нестационарных аэродинамических характеристик тел и моделей летательных аппаратов [145], когда необходимо знать мгновенные значения числа Маха и скоростного напора;
- исследование пульсаций давления в камерах сгорания [146];
- исследование пульсаций давления в насосах, трубопроводах и гидравлических системах [147], [148];
- исследование нестационарного отрыва из-под скачка уплотнения [149];

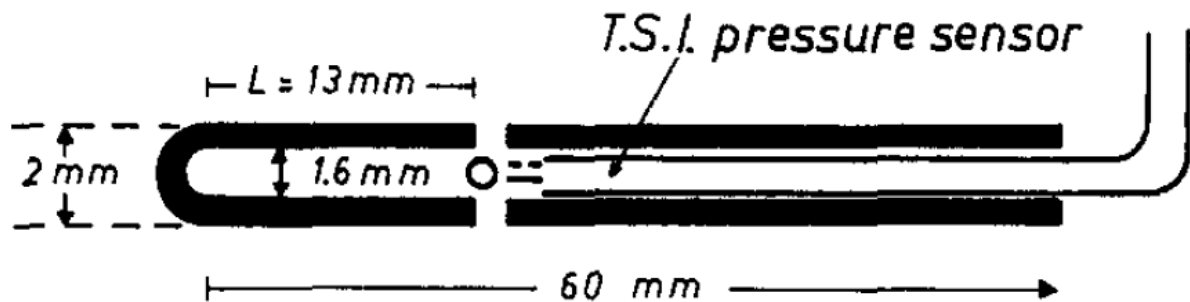
- исследование турбулентного пограничного слоя воздуха над волной жидкости [150, 151];
- исследование пульсаций давления в турбулентном пограничном слое [152–155];
- исследование пульсаций статического и полного давления в соплах [156] и рабочих частях [45–48, 120, 157] аэродинамических труб;
- определение акустических нагрузок, которые при определенных условиях полета летательного аппарата могут многократно превышать средние значения и являются определяющими при выборе его прочностной схемы [145];
- определение нестационарных газодинамических параметров потока в лопаточных машинах и каналах, например, в лопаточных компрессорах, трубопроводах и диффузорах [158];
- экспериментальные исследования с применением высокоскоростных тележек [159].

Во всех этих исследованиях измеряют в основном нестационарное полное и статическое давление. Для измерения пульсаций полного давления наиболее часто применяют приемники Пито [157, 158, 160–165]. Статическое давление измеряют непосредственно на исследуемых поверхностях или с помощью приемников типа приемника Прандтля. В приемниках и исследуемых поверхностях устанавливают специальные, часто миниатюрные датчики для измерения нестационарного давления с высокой точностью. Датчики устанавливают, по возможности, так, чтобы чувствительный элемент датчика находился заподлицо с исследуемой поверхностью. Это обеспечивает максимальный диапазон частот давления при измерении. В некоторых случаях такая установка невозможна:

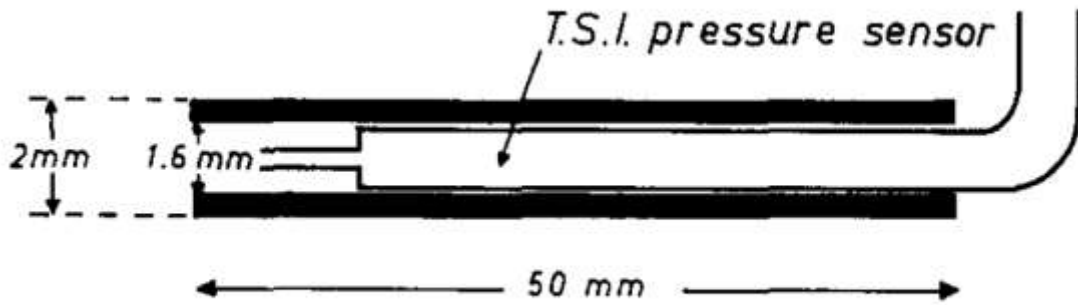
- в тонких элементах моделей летательных аппаратов и лопатках насосов и компрессоров, когда длина датчика больше толщины исследуемого элемента, а диаметр датчика мал и не позволяет установить его в исследуемый элемент;
- при высокой температуре газа в высокоэнthalпийных потоках, разрушающей датчики [157];

– при наличии различных примесей в потоке, повреждающих датчики [157, 164].

К примесям можно отнести естественную запыленность потока или воздуха при испытаниях моделей ЛА на высокоскоростных аэродинамических тележках, привнесенную запыленность в АДТ в виде капель, льда, частиц металла, краски, окалины, пластмассы, частиц для измерения скорости методом PIV, частиц, образованных при разрыве диафрагмы в ударных трубах и т. д. В статьях [157, 164] авторы отмечают, что в гиперзвуковых АДТ частицы, имеющиеся в потоке, могут повреждать датчики давления. То же касается климатических установок, аэродинамических тележек, лопаточных машин и трубопроводов. Возникает *сложная техническая задача — как защитить датчики от повреждения*. Одним из решений этой проблемы является создание протяженной полости (рисунок 5) — буферной области между датчиком и потоком [149, 150, 154, 157, 164], когда частица, движущаяся в потоке, тормозится при попадании в буферную область и не повреждает датчик давления.



a)



б)

Рисунок 5. Схемы приемников с полостью между датчиком и потоком

(а — приемник статического давления; б — приемник полного давления [150]).

Эта буферная область состоит из полости и приемного отверстия и представляет собой резонатор Гельмгольца [166]. Возникает третья важная и сложная задача — как измерить нестационарное давление, когда между датчиком и потоком имеется полость с небольшим отверстием. Резонатор Гельмгольца является динамической системой. Этим обусловлена сложность решаемой проблемы: измерение нестационарного давления осуществляется динамической системой.

Естественно, что для такой конструкции приемника давления следует определить его динамические характеристики. Theodoro et al. [167] определяли динамические характеристики приемников давления в ударной трубе. Brandão и Schnitzer [168] исследовали резонатор Гельмгольца методом сращиваемых асимптотических разложений. Seifert и Pack [149] воздействовали на приемник Пито и установленный рядом микрофон звуком в виде дискретных тонов и белого шума. В результате они получили полином 2-й степени для коррекции амплитуд в спектре сигнала датчика в диапазоне 95% резонансной частоты. Giovanangeli [150] измерял пульсации полного и статического давления насадками типа Пито и Прандтля (рисунок 5) с внутренней полостью в полосе частот ниже собственной частоты насадков. Tsuji и Ishihara [154] использовали приемник статического давления с полостью между приемным отверстием и датчиком. Они оценили

резонансную частоту насадка и проводили исследования в диапазоне частот ниже резонансной.

Проведенный обзор литературы показывает, что пульсации давления в экспериментальных исследованиях измеряют в диапазоне частот ниже собственной частоты приемника давления.

Обобщая анализ имеющейся литературы по измерению нестационарных характеристик динамическими устройствами (приборами), можно сделать следующий вывод: основная часть измерений традиционными методами осуществляется в диапазоне частот, верхняя граница которого меньше собственных частот измерительных устройств. Частотный диапазон в этом случае определяется или погрешностью устройства, или погрешностью измерений, задаваемых экспериментатором.

Поясним на примере новизну разработанного в диссертации метода измерения нестационарных характеристик, в сравнении с традиционными методами. На рисунке 6 показана амплитудно-частотная характеристика линейной динамической системы с малым демпфированием. Амплитуда сигнала  $P$ , измеренная прибором, отнесена к амплитуде  $P_0$  гармонических колебаний, воздействующих на измерительное устройство. Частота колебаний  $f$  отнесена к резонансной частоте устройства  $f_0$ . Синей линией показана верхняя граница частотного диапазона измерения динамической системой традиционным методом, когда погрешность измерения не превышает, скажем, 5% измеряемой величины. Верхняя граница частот в этом случае составляет ~20% резонансной частоты устройства. В диссертации разработан метод, в котором диапазон измерения ограничивается частотой, при которой показания прибора становятся соизмеримы с погрешностью измерительного устройства. На рисунке это соответствует точке пересечения красной пунктирной линии, представляющей погрешность устройства 5% измеряемой величины, с амплитудой сигнала, измеренной устройством. В этом случае верхняя граница диапазона измерения прибора в почти в пять раз превышает значение резонансной частоты и значительно превышает верхнюю границу частот при измерении традиционными методами.

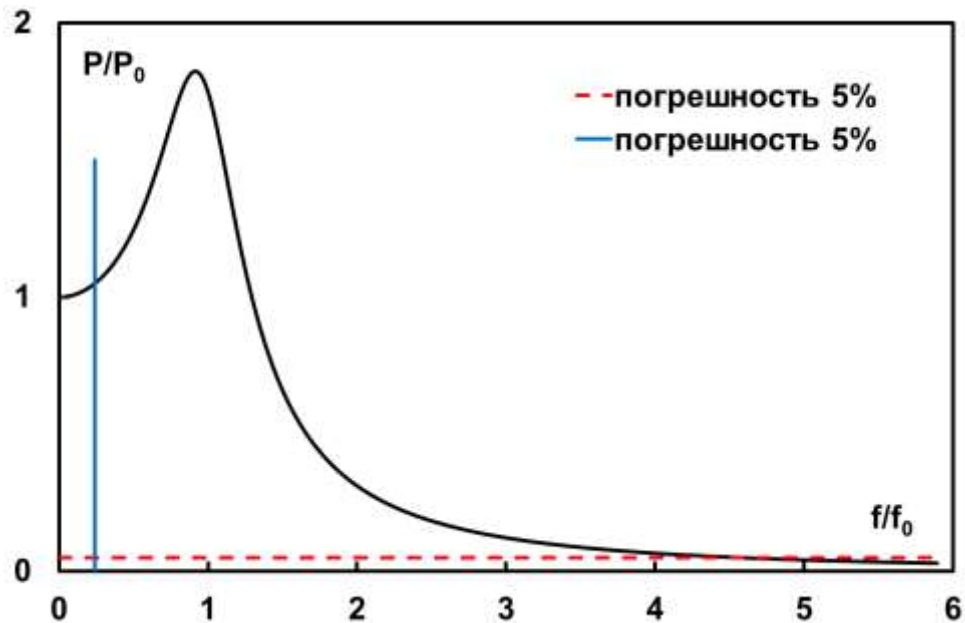


Рисунок 6 — Зависимость относительной амплитуды показаний линейной динамической системы (измерительного устройства) от относительной частоты.

**Актуальность темы исследования.** Актуальность исследования определяется повышением требований производителей летательной техники к точности и достоверности экспериментальных данных, получаемых в аэродинамических трубах. Требования, в свою очередь, диктуются повышением как безопасности полета летательных аппаратов, так и экономической эффективности транспортных самолетов. Наиболее высокие требования предъявляются производителями гражданских самолетов к коэффициенту сопротивления  $\Delta c_{x_a} \approx \pm 0,00005 - 0,0001$  и углу атаки  $\Delta \alpha \approx \pm 0,005 - 0,01^\circ$ .

**Соответствие диссертации паспорту научной специальности.** Содержание диссертации соответствует паспорту научной специальности 2.5.12. Аэродинамика и процессы теплообмена летательных аппаратов, в частности, следующим направлениям исследований:

«Теоретические, расчетные и экспериментальные исследования обтекания летательных аппаратов, объектов авиационной и ракетно-космической техники, и их частей установившимися и неустановившимися потоками газовых сред» — 1;

«Разработка средств и методов экспериментальных исследований, аэродинамических и тепловых исследований (методики, установки, летный эксперимент)» — 10;

«Экспериментальные и теоретические исследования силового, теплового и физико-химического взаимодействия газообразных сред с поверхностями элементов конструкции из различных конструкционных материалов» — 11.

**Степень разработанности темы исследования.** Во введении выполнен обзор известных исследований по теме диссертации. Выявлены нерешенные проблемы и определены направления исследования. Диссертация обладает внутренним единством и является законченной научно-технической работой. В диссертации решена научная проблема, заключающаяся в создании методов определения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах и имеющая важное значение для аэрокосмической отрасли.

**Цель работы.** Повышение точности определения квазистатических и нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах.

**Задачи работы.** Для достижения поставленной цели в работе следовало разработать устройства для измерения нестационарных нагрузок, давления, углов тангажа и крена, создать математические модели измерительных устройств, а также методы определения систематических погрешностей измерительных устройств и методы их исключения из результатов измерений и изучить следующие систематические погрешности:

1. Влияние температуры на показания тензометрических весов и маятниковых акселерометров.

2. Влияние массы модели и метрических частей компонент тензометрических весов на их показания.

3. Влияние поперечных ускорений на показания одноосевых маятниковых компенсационных акселерометров.

4. Влияние вибраций тензометрических весов и маятниковых компенсационных акселерометров на их показания.

5. Влияние резонатора Гельмгольца, образованного полостью и приемным отверстием приемника воздушного давления, на показания датчика, расположенного в полости.

6. Влияние влажности потока в аэродинамической трубе на его параметры.

**Научная новизна.** Разработан метод, который позволяет измерять с высокой точностью вектор нестационарной аэродинамической силы и вектор нестационарного аэродинамического момента с помощью тензометрических весов, нестационарные углы тангажа и крена с помощью маятниковых акселерометров, нестационарное давление при наличии полости между датчиком и приемным отверстием приемника воздушного давления в аэродинамических трубах. Метод обеспечивает измерения в широком диапазоне частот, включая собственную частоту измерительных устройств. Задача решена для общего случая, когда система координат тензометрических весов и акселерометра является неинерциальной.

Разработана трехкомпонентная математическая модель одноосевого маятникового акселерометра как средства для измерения углов тангажа и крена, которая учитывает влияние ускорения, приложенного перпендикулярно к его оси чувствительности.

Впервые получено влияние влажности потока на скорость потока, скоростной напор, числа Маха и Рейнольдса в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке.

**Теоретическая значимость работы** заключается в постановке и аналитическом решении трех смешанных задач теоретической механики:

1. Определение векторов нестационарной аэродинамической силы и нестационарного аэродинамического момента, действующих на модель летательного аппарата в аэродинамической трубе, с использованием показаний шестикомпонентных тензометрических весов.

2. Определение нестационарных углов тангажа и крена модели летательного аппарата в аэродинамической трубе с использованием показаний маятниковых компенсационных акселерометров.

3. Определение нестационарного давления в аэродинамической трубе приемниками воздушного давления, у которых имеется полость между приемным отверстием и датчиком, расположенным в полости.

**Практическая значимость работы.** Разработанная методика обработки результатов испытаний на тензометрических весах позволила существенно повысить точность результатов испытаний за счет выявления систематических погрешностей и исключения их из результатов испытаний. Разработанная методика свела случайные погрешности определения квазистатических коэффициента сопротивления и угла атаки до уровня требований производителей транспортных самолетов:  $\Delta c_{x_a} \approx \pm 0,00005 - 0,0001$  и  $\Delta \alpha \approx \pm 0,005 - 0,01^\circ$ . Такой уровень случайных погрешностей позволяет сокращать программы экспериментальных исследований моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах за счёт уменьшения количества повторных испытаний.

Методика внедрена в программу обработки квазистатических результатов испытаний программного комплекса «Поток» в аэродинамических трубах Т-128 ЦАГИ, АУ-1 и АУ-2 АО ГосМКБ «Радуга имени А. Я. Березняка». Результаты работы используются в учебном процессе МФТИ при проведении лекционных и лабораторных занятий, в аэродинамической трубе Т-128 на протяжении 15 лет при измерении квазистатических аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов военного и гражданского назначения, в частности Су-57, Як-130, Ту-334, Ту-324, SSJ-100, MC-21, А-380, ERJ-170, ERJ-190, Legacy-600, Legacy-450, Phenom-100, Phenom-300, ARJ-21, модели перспективного административного сверхзвукового самолета по проекту Европейской 6-й рамочной программы HISAC, модели спускаемого аппарата Pre-X, моделей мотогондол SaM-146 и ПД-8.

Разработанная методика измерения нестационарных аэродинамических характеристик может быть использована для обработки результатов испытаний

моделей летательных аппаратов и их элементов в аэродинамических трубах кратковременного, периодического и непрерывного действия с применением тензометрических весов и маятниковых компенсационных акселерометров. Разработанная методика может применяться в следующих видах испытаний:

- определение сил и моментов при непрерывном изменении углов атаки или скольжения;
- определение производных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов при их свободных или вынужденных колебаниях в потоке;
- измерение аэродинамических нагрузок в трубах кратковременного действия: ударных, импульсных и трубах Людвига;
- измерение аэродинамических нагрузок при моделировании порыва ветра в аэродинамической трубе;
- измерение нестационарных аэродинамических нагрузок в динамике, например, в процессе раскрытия парашюта в трубе, при имитации маневра летательного аппарата или при движении объекта, отделяющегося от носителя.

**Методология и методы исследования.** Разработка методики основывается на подходе профессора Н. Е. Жуковского [23–25, 170]: создание измерительного устройства — построение математической модели измерений — верификация математической модели измерений — измерение физических явлений с помощью разработанного устройства (экспериментальная проверка).

Созданы и запатентованы четыре измерительных устройства для определения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах. Разработаны методы измерений квазистатических и нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с помощью существующих и созданных устройств. Методы базируются на решении трех смешанных задач теоретической механики. Разработанные методы верифицированы опытами с приложением ступенчатого или импульсного воздействия и проверены в трансзвуковой аэродинамической трубе и трубе Людвига.

**Положения, выносимые на защиту.** На защиту выносятся методы определения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах с высокой точностью:

1. Методы измерения векторов нестационарной аэродинамической силы и нестационарного аэродинамического момента, нестационарных углов тангажа и крена, нестационарного давления при наличии полости между датчиком и приемным отверстием приемника воздушного давления в аэродинамических трубах.

2. Методы учета влияния температуры на показания тензометрических весов и маятниковых акселерометров.

3. Метод учета влияния влажности воздуха на скорость потока, скоростной напор, числа Маха и Рейнольдса в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке.

**Личный вклад автора.** Из совместных публикаций в диссертацию включены результаты, полученные непосредственно автором. При использовании результатов соавторов даны соответствующие ссылки.

**Степень достоверности.** Разработанные методы основаны на известных соотношениях механики твердого тела, жидкости и газа. В диссертации решены смешанные задачи теоретической механики, сводящиеся к обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка, свойства решений которых известны. Методы верифицированы широко распространенными опытами с приложением ступенчатого или импульсного воздействия и апробированы в трансзвуковой аэродинамической трубе и трубе Людвига.

**Апробация результатов.** По результатам исследований опубликовано девять печатных работ, входящих в список ВАК, пять печатных работ в журналах первого квартиля (Q1), входящих в базу данных Web of Science Core Collection, три статьи в научных трудах конференций и шесть патентов на изобретения. Три

статьи и один патент подготовлены без соавторов. Материалы диссертации представлены на 32-х международных и российских конференциях.

Материалы диссертации опубликованы автором в следующих работах:

1. Горбушин А. Р. Метод учета влияния веса модели и веса динамометра на показания тензометрических весов // Ученые записки ЦАГИ. – 2009. – Т. XL. – № 4. – С. 63–70.

2. Богданов В. В., Волобуев В. С., Горбушин А. Р. Исследование тепловой динамики тензометрических весов и разработка методов снижения их температурных погрешностей // Ученые записки ЦАГИ. – 2009. Т. XL. – № 5. – С. 74–81.

3. Буров В. В., Волобуев В. С., Глазков С. А., Горбушин А. Р., Чумаченко Е. К. Измерительно-вычислительный комплекс трансзвуковой аэродинамической трубы Т-128 // Датчики и системы. – 2010. – № 5 (132). – С. 20–24.

(Перевод) Burov V. V., Volobuev V. S., Glazkov S. A., Gorbushin A. R., Chumachenko E. K. Measuring and computational system of TsAGI T-128 transonic wind tunnel // Autom Remote Control. – 2011. – 72:634. doi.org/10.1134/S0005117911030147

4. Горбачев Н. А., Горбушин А. Р., Крапивина Е. А., Судакова И. А. Применение акселерометров для измерения углов тангажа и крена в аэродинамическом эксперименте // Измерительная техника. – 2012. – № 8, – С. 25–28.

(Перевод) Gorbachev N. A., Gorbushin, A. R., Krapivina, E. A., et al. Use of accelerometers for measurement of pitch and bank angles in an aerodynamic experiment // Meas Tech. – 2012. – Vol. – 55. – P. 883–889. doi.org/10.1007/s11018-012-0054-4.

5. Волобуев В. С., Горбушин А. Р., Судакова И. А., Тихомиров В. И. Два способа калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах ЦАГИ // Ученые записки ЦАГИ. – 2017. – Т. – XLVIII, – № 2. – С. 62–70.

6. Gorbushin A. R. Pioneering Russian wind tunnels and first experimental investigations, 1871–1915 // Progress in Aerospace Sciences. – 2017. – 95C. – P. 99–139. doi.org/10.1016/j.paerosci.2017.10.003.

7. Горбушин А. Р. Влияние влажности воздуха на параметры потока в до и трансзвуковых аэродинамических трубах // Ученые записки ЦАГИ. – 2018. – Т. XLIX. – № 1. – С. 3–13.

8. Горбушин А. Р., Колесников А. И. Трёхкомпонентная математическая модель одноосевого акселерометра для измерения углов тангажа и крена // Измерительная техника. – 2019. – № 2. – с. 23–28.

(Перевод) Gorbushin, A. R., Kolesnikov, A. I. A Three-component mathematical model of a single-axis accelerometer for measuring pitch and roll angles // Meas Tech. – 2019. – 62. – P. 118–125. doi.org/10.1007/s11018-019-01595-0.

9. Gorbushin A. R., Bolshakova A. A. Unsteady axial force measurement by the strain gauge balance // Measurement. – 2020. – 152C. – P. 1–8. doi.org/10.1016/j.measurement.2019.107381.

10. Горбушин А. Р., Крапивина Е. А., Тытык М. Н. Статическая составляющая температурной погрешности тензометрических весов: определение коэффициента температурной чувствительности // Измерительная техника. – 2021. – № 10. – С. 8–13.

(Перевод) Gorbushin A. R., Krapivina E. A. & Tytyk M. N. General problems of metrology and measurement technique static component of temperature error in the strain-gauge balance: determination of the temperature sensitivity coefficient // Meas Tech. – 2022. – 64. – P. 794–800 (2022). doi.org/10.1007/s11018-022-02006-7.

11. Gorbushin A. R., Anokhina E. N., Stolyarov E. P. Unsteady pressure measurement in the presence of a cavity between the sensor and the flow // Sensors and Actuators A: Physical. – 2023. – 349. doi.org/10.1016/j.sna.2022.114095.

12. Анохина Е. Н., Горбушин А. Р. Исследование тензометрического динамометра для измерения силы трения пограничного слоя на стенках аэродинамических труб // Измерительная техника. – 2023. – № 7. – С. 41–48. doi.org/10.32446/0368-1025it.2023-7-41-48.

(Перевод) Anokhina E. N., Gorbushin A. R. Strain gauge dynamometer for measuring the boundary layer friction force on the walls of wind tunnels // Meas Tech. – 2023. – 66. – P. 498–507 (2023). doi.org/10.1007/s11018-023-02251-4.

13. Gorbushin A. R., Kozik A. E. Novel method for measuring non-stationary pitch and roll angles with a pendulous accelerometer in the presence of vibrations // Measurement. – 2023. – 223, 113724. doi.org/10.1016/j.measurement.2023.113724.

14. Gorbushin A. R., Kozik A. E., Anokhina E. N. Non-stationary load measurement using six-component strain-gauge balances // Measurement. – 2024. – 226. – 114176 (2024). doi.org/10.1016/j.measurement.2024.114176.

15. А. Р. Горбушин, Е. Н. Анохина, Е. А. Крапивина, М. Реслан. Исследование статических и динамических характеристик однокомпонентного тензометрического динамометра для измерения силы трения пограничного слоя. Материалы V Отраслевой конференции по измерительной технике и метрологии для исследований летательных аппаратов. ISSN 2541-8920. 17–18 октября 2023, Дом ученых ЦАГИ, Жуковский. С. 371–382.

16. Gorbusin A. R., Glazkov S. A., Gribkova M. S., Dugin D. I., Epikhin A. D., Kozik A. E., Mosharov V. E., Radchenko V. N. A comprehensive study of a sharp cone in a shock tube. 22-st International Conference on the Methods of Aerophysical Research ((ICMAR 2024). Тезисы доклада. doi: 10.53954/9785604990131\_39.

17. Глазков С. А., Горбушин А. Р., Грибкова М. С., Дугин Д. И., Епихин А. Д., Козик А. Е., Мошаров В. Е., Радченко В. Н. Тестовый случай – нестационарное обтекание острого конуса в трубе Людвига / 10-я российская конференция «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике», Светлогорск Калининградской области. ISBN 978-5-98354-074-3. 16–21 сентября 2024 г.: Сборник трудов. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. С. 494–498.

По материалам диссертации опубликовано шесть патентов:

1. Пат. 2743778 Российская Федерация, МПК G 01 L 5/00, G 01 M 17/00. Способ определения нестационарной силы и устройство для его реализации / Горбушин А. Р.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2020117452 ; заявл. 27.05.20 ; опубл. 25.02.21, Бюл. № 6. – 2 с. : ил.

2. Пат. 2786749 Российская Федерация, МПК G 01 M 9/00. Способ определения нестационарного давления газа и устройство для его реализации /

Анохина Е. Н., Бусел В. И., Горбушин А. Р.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2022121402 ; заявл. 05.08.22 ; опубл. 26.12.22. Бюл. № 36. – 2 с. : ил.

3. Пат. 2780360 Российская Федерация, МПК G 01 N 19/02, G 01 M 9/06. Способ определения нестационарных углов тангажа и крена и устройство для его реализации / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А. Е., Крапивина Е. А.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского. – № 2022110068 ; заявл. 14.04.22 ; опубл. 21.09.22. Бюл. № 27. – 2 с.

4. Пат. 2780307 Российская Федерация, МПК G 01 N 19/02, G 01 M 9/06. Устройство для измерения силы трения пограничного слоя потока газа на обтекаемых поверхностях / Чернышев Л. Л., Вермель В. Д., Горбушин А. Р., Лацоев К. Ф., Шардин А. О., Розин И. В., Руденко Д. С., Качарава И. Н.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2021139348; заявл. 28.12.21 ; опубл. 21.09.22, Бюл. № 27. – 2 с. : ил.

5. Пат. 2805536 Российская Федерация, МПК G 01 G 19/02. Способ определения массы движущегося объекта (варианты) / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А. Е., Крапивина Е. А., Глазков С. А., Коваленков В.М., Семенов А. В., Якушев В. А., Яцуков О. И.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2022125494; заявл. 29.09.22 ; опубл. 18.10.23, Бюл. № 29. — 2 с. : ил.

6. Пат. 2805127 Российская Федерация, МПК G 01 G 19/02 (2006.01). Способ определения массы движущегося объекта (варианты) / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А. Е., Крапивина Е. А., Глазков С. А., Коваленков В. М., Семенов А. В., Якушев В. А., Яцуков О. И.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2022125496; заявл. 29.09.22 ; опубл. 11.10.23, Бюл. № 29. – 2 с. : ил.

Результаты диссертационной работы изложены на видеосеминаре по аэромеханике ЦАГИ — ИТПМ СО РАН — СПбПУ — НИИМ МГУ (24.09.2024), на семинаре Лаборатории радиационной газовой динамики Института проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН (02.10.2024) и 32-х российских и международных конференциях с последующей публикацией в научных трудах:

1. XXIII Научно-техническая конференция по аэродинамике. 1–2 марта 2012 г., п. Володарского.
2. 8-th International Symposium on Strain-Gauge Balances, May 7–10, 2012, Hosted by RUAG, Lucerne, Switzerland.
3. XXV Научно-техническая конференция по аэродинамике. 27–28 февраля 2014 г., п. Володарского.
4. 9-th International Symposium on Strain-Gauge Balances, May 19–22, 2014, Hosted by Boeing. Seattle, USA.
5. 57-я научная конференция МФТИ. 24–29 ноября 2014 г., Москва — Долгопрудный — Жуковский.
6. 29-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. September 7–12, 2014, Sankt Petersburg, Russia.
7. AIAA SciTech 2015, January 5-9, 2015, Kissimmee, FL, USA
8. 2-nd Joint Conference of STAI & SATA, June 7–12, 2015, Newport News, VA, USA.
9. XXVII Научно-техническая конференция по аэродинамике, 21–22 апреля 2016г., п. Володарского.
10. 10-th International Symposium on Strain-Gauge Balances, May 16–19, 2016, Hosted by CARDIC, Chengdu, China.
11. 18-th International Conference on the Methods of Aerophysical Research. June 27 — July 3, 2016, Perm, Russia.
12. 30-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS-2016. September 25–30, 2016, DCC, Daejeon, Korea.
13. XI Всероссийская конференция молодых ученых. 2017 г., Новосибирск.

14. XXIX Научно-техническая конференция по аэродинамике. 1–2 марта 2018г., Парк-Отель «Орловский», Московская область.
15. XII Всероссийская конференция молодых ученых. 2018, г. Новосибирск.
16. 11-th International Symposium on Strain-Gauge Balances, May 14–18, 2018, Hosted by ETW, Cologne, Germany.
17. III отраслевая конференция по измерительной технике и метрологии для исследований летательных аппаратов КИМИЛА. 5–6 июня 2018 г., г. Жуковский.
18. XIX ICMAR International conference on the methods of aerophysical research, August 13–19, 2018, Novosibirsk, Russia.
19. AIAA SciTech 2019, January 7–11, 2019, San Diego, CA, USA.
20. XX ICMAR International conference on the methods of aerophysical research. November 1–7, 2020, Novosibirsk, Russia.
21. XV Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии». 25 февраля — 5 марта 2021 г., Новосибирск — п. Шерегеш.
22. XXI Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». 5–11 июня 2021 г., Евпатория.
23. Седьмая открытая всероссийская (XIX научно-техническая) конференция по аэроакустике. 20–25 сентября 2021 г., Геленджик.
24. XXXII научно-техническая конференция по аэродинамике. 28–29 октября 2021 г., парк-отель «Яхонты», Ногинский район.
25. IV Отраслевая конференция по измерительной технике и метрологии КИМИЛА-2020. 10–11 ноября 2021 г., Жуковский.
26. XVI Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии». 14–17 марта 2022 г., Новосибирск.
27. XXII Международная школа-семинар «Модели и методы аэродинамики». 4–9 сентября 2022 г., Сочи.
28. XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике. 21–25 августа 2023 г., Санкт-Петербург.

29. V Отраслевая конференция по измерительной технике и метрологии КИМИЛА-2023. 17–18 октября 2023 г., Жуковский.

30. 51 школа-конференция «Актуальные проблемы механики». 19–21 июня 2024 г., Великий Новгород.

31. 22 Международная конференция по методам аэрофизических исследований (ICMAR 2024). 01–05 июля 2024 г., Новосибирск.

32. 10 юбилейная российская конференция «Вычислительный эксперимент в аэроакустике и аэродинамике». 16–21 сентября 2024 г., Светлогорск Калининградской области.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы, состоящего из 190 пунктов. Диссертация представлена на 250 страницах.

Во **введении** выполнен обзор известных исследований по теме диссертации, представлены общие сведения о тензометрических весах и компенсационных маятниковых акселерометрах, выявлены направления исследования, обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость результатов, приведены положения, выносимые на защиту, обоснована степень достоверности работы, представлены апробация работы, список статей по теме диссертации, реализация её результатов, объём и структура диссертации.

В **первой главе** разработаны методы измерения с помощью тензометрических весов: метод калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах ЦАГИ; метод учета влияния веса модели и веса компонент тензометрических весов на их показания; метод определения коэффициента температурной чувствительности тензометрических весов; метод учета влияния температуры на нулевые показания тензометрических весов, метод измерения векторов нестационарной аэродинамической силы и нестационарного аэродинамического момента в аэродинамических трубах с помощью шестикомпонентных тензометрических весов; два метода измерения массы движущегося объекта с помощью однокомпонентного динамометра.

Во **второй главе** разработаны трёхкомпонентная математическая модель одноосевого маятникового акселерометра для измерения углов тангажа и крена и метод измерения нестационарных углов тангажа и крена моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с помощью компенсационных маятниковых акселерометров при наличии вибраций.

В **третьей главе** разработаны метод учета влияния влажности воздуха на параметры потока в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке, и метод измерения нестационарного давления приемником воздушного давления при наличии полости между датчиком и потоком.

**Четвертая глава** посвящена верификации разработанных в главах 1-3 методов измерений.

В **пятой главе** представлены результаты применения разработанной методики в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 и трубе Людвига УТ-1М.

В **заключении** приводятся основные выводы исследования.

Автор выражает глубокую благодарность В. С. Волобуеву за многолетнюю совместную деятельность в области тензометрии, позволившую вникнуть в данную проблематику, детальное обсуждение работы и высказанные ценные замечания, а также Н. А. Горбачеву за многолетнее сотрудничество в области применения акселерометров в аэродинамическом эксперименте. Автор благодарен С. А. Глазкову за полезные замечания. Автор выражает особую признательность аспирантам Е. Н. Анохиной и А. Е. Козику за проведенные экспериментальные исследования и обработку данных. Автор выражает свою благодарность Е.К. Чумаченко за внедрение разработанной методики в программу обработки результатов испытаний, а также коллективам лабораторий, проводившим испытания в установках Т-128 и УТ-1М. Автор благодарит д.ф.-м.н. В. Б. Заметаева и научного рецензента А. М. Гайфуллина за полезные замечания.

Разделы 1.3, 4.1, 4.3, 4.5, 5.1 и 5.2 диссертации выполнены при поддержке Российского научного фонда, проект № 23-19-00041.

## **Глава 1. Измерение аэродинамических сил и моментов с помощью тензометрических весов**

В главе 1 разработаны следующие методы измерения с помощью тензометрических весов:

- новый способ калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах ЦАГИ; метод учета влияния веса модели и веса метрических частей тензометрических весов на их показания;
- метод определения коэффициента температурной чувствительности тензометрических весов;
- метод учета влияния температуры на нулевые показания тензометрических весов, метод измерения векторов нестационарной аэродинамической силы и нестационарного аэродинамического момента в аэродинамических трубах с помощью шестикомпонентных тензометрических весов;
- два метода измерения массы движущегося объекта с помощью однокомпонентного динамометра.

### **1.1. Новый способ калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах ЦАГИ**

В 1974 г. в ЦАГИ был изготовлен калибровочный стенд 6ГС-20 для калибровки внутри- и внемодельных шестикомпонентных тензометрических весов с максимальной нормальной силой 20 кН [27]. Все остальные стенды в ЦАГИ принципиально построены по такой же схеме и различаются диапазоном задаваемых нагрузок, уровнем автоматизации и типом используемых измерительных систем. Стенд имеет неподвижный узел крепления калибруемых весов к основанию стенда. В стандартном способе калибровки весов на стенде 6ГС-20 нагрузки, прилагаемые к весам, задаются в системе координат основания стенда (нормальная, или земная система координат). Поэтому измерительная система координат весов совпадает с нормальной и, следовательно, с задней частью весов.

При испытаниях в аэродинамических трубах с применением внутримодельных тензометрических весов удобнее пользоваться измерительной системой координат, связанной с передней (модельной) частью весов. Тогда измерительная и связанная системы будут отличаться постоянными углами тангажа, рыскания и крена. При этом один датчик, установленный в модели, обеспечит одновременное измерение угла тангажа этих систем координат. Для этого коэффициенты уравнений измерения весов пересчитываются из нормальной системы координат, связанной с задней частью, в систему, связанную с передней (метрической) частью весов. Эта процедура выполняется экспериментально для каждого шага калибровочной нагрузки с применением приборов ограниченной точности. При этом в результаты калибровки вносятся дополнительные погрешности, связанные с точностью измерений деформации весов по углам тангажа, крена и рыскания. Оценим эти погрешности для наиболее значимой компоненты — продольной силы  $X$ :

$$\frac{\Delta X}{X} \sim \frac{Y}{X} \sin \Delta\theta,$$

где  $Y$  — нормальная сила;

$\Delta\theta$  — погрешность измерения угла.

Характерная погрешность измерения угла составляет  $0,05^\circ$ , а характерное отношение диапазонов компонент нормальной и продольной сил — 5 (см. таблицу 1.1). Тогда относительная погрешность продольной силы при пересчете из нормальной системы координат в систему, связанную с метрической частью весов, составляет  $\sim 0,07\%$ .

Диапазон задаваемых стендом 6ГС-20 компонент силы и момента приведен в таблице 1.1.

Таблица 1.1 — Диапазон задаваемых стендом 6ГС-20 компонент силы и момента

| Компонента | $X$<br>(кН) | $Y$<br>(кН) | $Z$<br>(кН) | $M_x$<br>(кН·м) | $M_y$<br>(кН·м) | $M_z$<br>(кН·м) |
|------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|------------|-------------|-------------|-------------|-----------------|-----------------|-----------------|

|          |         |          |         |         |           |         |
|----------|---------|----------|---------|---------|-----------|---------|
| Диапазон | $\pm 4$ | $\pm 20$ | $\pm 4$ | $\pm 1$ | $\pm 1,5$ | $\pm 4$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|-----------|---------|

Кинематическая схема станда показана на рисунке 1.1. Для задания сил и моментов используются рейтерные весовые элементы ЦАГИ с системой дистанционного задания нагрузок по всем компонентам.

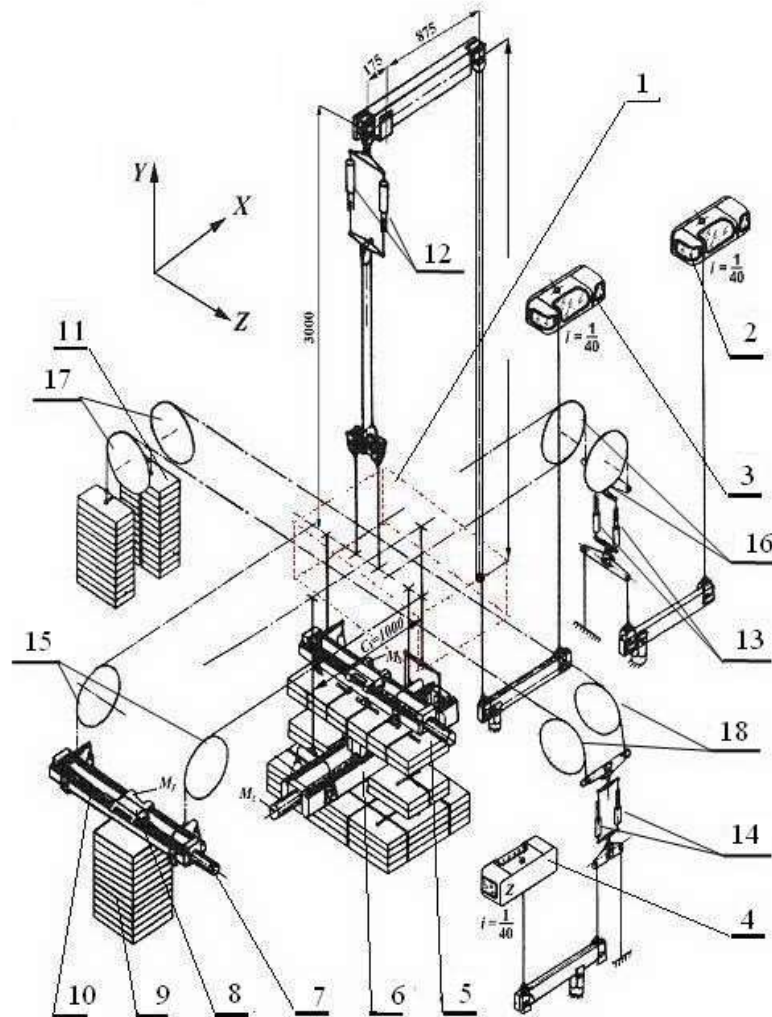


Рисунок 1.1 — Кинематическая схема калибровочного станда 6ГС-20.

Станд состоит из следующих элементов:

- опорного стола, на котором закрепляются калибруемые весы;
- калибровочного приспособления 1, в котором жестко закрепляется передний посадочный конус весов;

- трех силозадающих устройств для компонент  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , в состав которых входят весовые элементы 2, 3 и 4, механизмы компенсаторов деформаций 12, 13 и 14, блоки 15, 16, 17 и 18, соединительные тяги и рычаги;
- трех моментозадающих устройств 5, 6 и 7 с траверсой 10 и подвижным грузом 9.

В исходном положении оси калибровочного приспособления 1 совпадают с геометрическими осями стенда и сохраняют это положение благодаря равенству сил, создаваемых контргрузами и силозадающими устройствами. В качестве контргруза в силозадающем устройстве для компоненты  $X$  используется вес моментозадающего устройства для компоненты  $M_y$  с элементами 7, 8, 9 и 10; в силозадающем устройстве для компоненты  $Y$  — вес калибровочного приспособления 1 и вес подвешенных к нему моментозадающих устройств 5 и 6 для компонентов  $M_x$  и  $M_z$ ; а в силозадающем устройстве для компоненты  $Z$  — вес двух грузовых платформ с грузами 11.

Задание требуемой нагрузки осуществляется путем перемещения подвижного груза весового элемента на некоторое расстояние, определяемое числом оборотов ходового винта весового элемента. Перемещение подвижного груза весового элемента вызывает отклонение его рычага, что приводит к замыканию верхнего или нижнего контактов в цепи управления исполнительных механизмов — компенсаторов деформаций, которые увеличивают или уменьшают натяжение тяг соответствующей силозадающей системы.

Задание моментов осуществляется путем перемещения подвижной каретки 8 грузовой платформы 9 по траверсе 10 моментозадающего устройства. Это перемещение, регистрируемое в оборотах ходового винта, вызывает изменение реакций в тягах, соединяющих траверсу с калибровочным приспособлением, и воспринимается им как момент. Коэффициент передачи каждого моментозадающего устройства зависит от степени загрузки грузовой платформы и определяется при калибровке стенда. Случайная погрешность моментозадающих устройств обусловлена в основном трением в блоках.

В выходные тяги весовых элементов встроены однокомпонентные тензодинамометры, приведенная погрешность которых не превышает 0,02%. Аналогичные тензодинамометры встроены и в тяги, соединяющие КП с траверсами моментозадающих устройств. СКО станда 6ГС-20, определенная при его аттестации, составляет 0,1% от диапазона компонент.

При задании нагрузок вследствие деформации весов меняется угловое и линейное положение калибровочного приспособления по отношению к станду, что приводит к возникновению систематических погрешностей. Величина систематических погрешностей зависит от деформационных характеристик (жесткости) исследуемых тензовесов, от предварительной загрузки силозадающих систем станда и от значений прикладываемых нагрузок. При задании нагрузок происходит деформация земли весов, которая учитывается при обработке результатов измерений. Аналитические зависимости для определения систематических погрешностей станда 6ГС-20 получены в работе [26]. Для каждой точки нагружений систематические погрешности вычисляются и учитываются при обработке данных калибровок.

Для обеспечения комплекса измерений, проводимых при наладке, исследовании и калибровке тензовесов используется измерительная система Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия [4]. Описание станда 6ГС-20 предоставлено В. С. Волобуевым.

**Новый способ калибровки тензовесов.** Новый способ калибровки весов на стандах типа 6ГС-20 заключается в закреплении весов элементом крепления модели к станине (земле) станда, а элемент крепления весов закрепляется в калибровочном приспособлении. К переднему торцу калибровочного приспособления крепится передняя переходная втулка, обеспечивающая в последующем жесткую связь КП с калибруемыми тензометрическими весами посредством конусной посадки. На переходной втулке устанавливаются компенсационные маятниковые акселерометры [4], предназначенные для измерения углов тангажа и крена переднего конуса тензометрических весов и КП в процессе задания нагрузок. Для верификации метода была выполнена

калибровка внутримодельных тензометрических весов 6ЭВ-128-19 двумя способами. Ось  $OY$  весов совмещалась с осью  $OY$  стенда. При этом нагрузки, задаваемые стендом в новом способе калибровки, воспринимаются весами в виде реакций опоры стенда, действующих на модельную часть весов. Тогда реакции стенда в системе координат весов можно выразить через нагрузки, задаваемые в системе координат стенда, следующим образом:

$$X_B = X_{CT}, Y_B = -Y_{CT}, Z_B = Z_{CT}, M_{XB} = M_{XCT}, M_{YB} = -M_{YCT}, M_{ZB} = M_{ZCT},$$

где индекс «в» соответствует нагрузкам в системе координат весов;

«ст» — в системе координат стенда.

Уравнения измерения весов (уравнение (1) Введения) получены при стандартном способе калибровки для системы координат, связанной с задним конусом весов. Диапазон измерения компонент весов и приведенная к диапазону стенда погрешность аппроксимации результатов калибровки весов методом наименьших квадратов по компонентам представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 — Диапазон и погрешности компонент весов 6ЭВ-128-19

| Компонента              | $X$ (кН)  | $Y$ (кН) | $Z$ (кН)  | $M_x$ (кН·м) | $M_y$ (кН·м) | $M_z$ (кН·м) |
|-------------------------|-----------|----------|-----------|--------------|--------------|--------------|
| Диапазон                | $\pm 1,5$ | $\pm 5$  | $\pm 1,5$ | $\pm 0,15$   | $\pm 0,5$    | $\pm 1$      |
| Погрешность<br>(СКО, %) | 0,014     | 0,003    | 0,014     | 0,009        | 0,051        | 0,003        |

Для корректного сопоставления результатов двух методов калибровки уравнения измерения тензометрических весов, полученные стандартным способом, пересчитывались в систему координат, связанную с передней частью весов, с использованием стандартных формул пересчета из нормальной системы координат в связанную [60].

Для оценки погрешностей проведенных экспериментальных исследований использовались разности между приложенными нагрузками, измеренными динамометрами стенда, и нагрузками, вычисленными по показаниям тензометрических весов. Вычисленные разности в процентах от половины

диапазона компонент весов приведены на рисунке 1.2 в зависимости от приложенной нагрузки.

Среднеквадратичные отклонения полученных разностей, приведенные к диапазону стенда, представлены в таблице 1.3.

Таблица 1.3 — Приведенные погрешности результатов калибровки новым методом

| Компонента | $X$  | $Y$  | $Z$  | $M_x$ | $M_y$ | $M_z$ |
|------------|------|------|------|-------|-------|-------|
| СКО (%)    | 0,03 | 0,02 | 0,06 | 0,07  | 0,12  | 0,02  |

СКО результатов калибровки новым способом не превышает паспортной погрешности стенда (0,1%). Таким образом, можно сделать вывод, что новый способ калибровки тензометрических весов можно применять на стендах типа 6ГС-20, когда метрическая часть весов закрепляется на основании стенда, а нагрузки прикладываются к хвостовой части весов посредством калибровочного приспособления. В этом способе в отличие от стандартного отсутствует операция пересчета приложенных стендом нагрузок в систему координат, связанную с метрической частью весов, погрешность которой составляет  $\sim 0,07\%$  и является сопоставимой с погрешностью стенда. Новый способ обеспечивает более высокую точность калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах типа 6ГС-20.

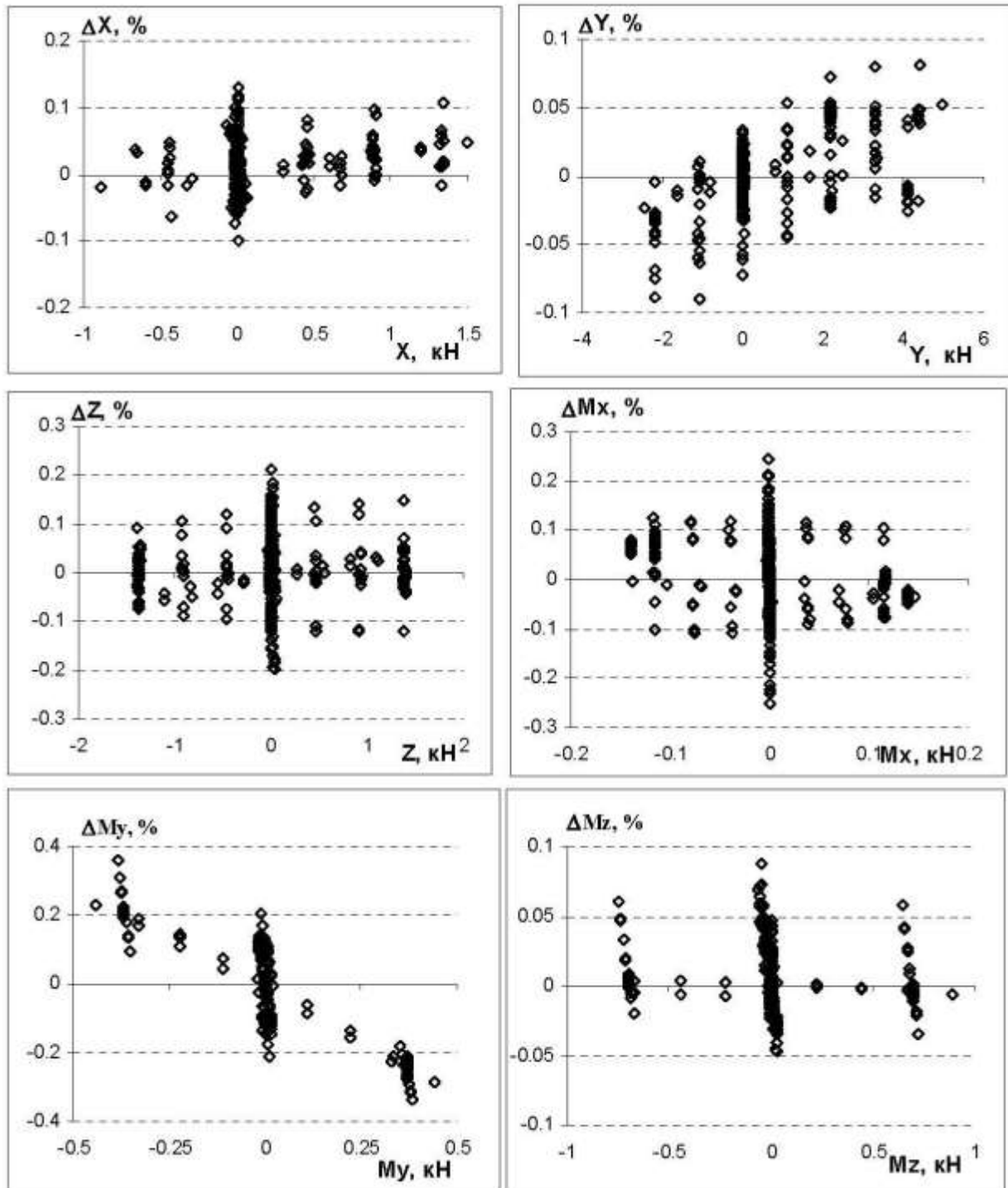


Рисунок 1.2 — Разности между приложенными нагрузками, измеренными динамометрами стенда, и нагрузками, вычисленными по показаниям тензометрических весов.

Экспериментальные исследования на стенде 6ГС-20 выполнены автором совместно с В. С. Волобуевым и В. И. Тихомировым. Обработка данных выполнена И. А. Судаковой.

## 1.2. Учет влияния температуры на показания тензометрических весов

В разделе рассматривается влияние статической и динамической составляющих температуры на показания тензометрических весов.

### 1.2.1. Метод определения коэффициента температурной чувствительности тензометрических весов

Уравнение (1) Введения без последних двух сумм представляет собой закон Гука, поскольку электрический сигнал пропорционален деформации, а коэффициент  $a_i$  является коэффициентом жёсткости (упругости) компоненты весов и линейно связан с модулем Юнга материала, из которого изготовлены весы. Члены, представленные двумя суммами в правой части уравнения (1) Введения, являются взаимными влияниями компонент. Эти члены существенно меньше диагональных членов (первый член в правой части уравнения (1) Введения) [2, 3, 81, 82, 105]. В работе [81] приведено выражение для поправки к электрическим сигналам тензометрических весов в уравнении измерения (1) Введения, обусловленной влиянием статической составляющей температуры, в следующем виде:

$$N_i^c = N_i / (1 + k_i(t - t_k)), \quad (1.1)$$

где  $N_i^c$  — электрический сигнал  $i$ -й компоненты весов с поправкой на влияние температуры;

$N_i$  — электрический сигнал  $i$ -й компоненты весов;

$k_i$  — коэффициент температурной чувствительности;

$t$  — температура весов;

$t_k$  — температура весов при их калибровке.

Изменение модуля Юнга материала чувствительного элемента весов от температуры приводит к изменению коэффициента чувствительности  $a_i$  уравнения (1) Введения. Следовательно, поправку на изменение модуля Юнга материала от температуры следует вводить к коэффициенту чувствительности.

Математически все поправки на влияние температуры, описанные во Введении, можно объединить в одну и вводить их или к электрическому сигналу, как это предложено в [81], или к коэффициенту чувствительности, как это будет сделано ниже.

Классический метод определения коэффициента температурной чувствительности заключается в калибровке тензометрических весов на калибровочном стенде с термокамерой, которая позволяет варьировать температуру весов. Такими стендами оборудуются, как правило, криогенные аэродинамические трубы [80, 81, 85, 88, 171]. Ниже предложен метод определения коэффициента температурной чувствительности тензометрических весов, когда отсутствует специализированный калибровочный стенд с термокамерой. В работе [172] описан метод одновекторной калибровки тензометрических весов и устройство для калибровки, которое позволяет прикладывать нагрузки к компонентам весов посредством вращения весов по углам тангажа и крена с прикреплённым к весам грузом. Для определения коэффициента температурной чувствительности тензометрических весов в рабочей части аэродинамической трубы применим метод одновекторной калибровки. В качестве груза используем модель самолёта, установленную на тензометрических весах в рабочей части аэродинамической трубы Т-128 (рисунок 1.3).

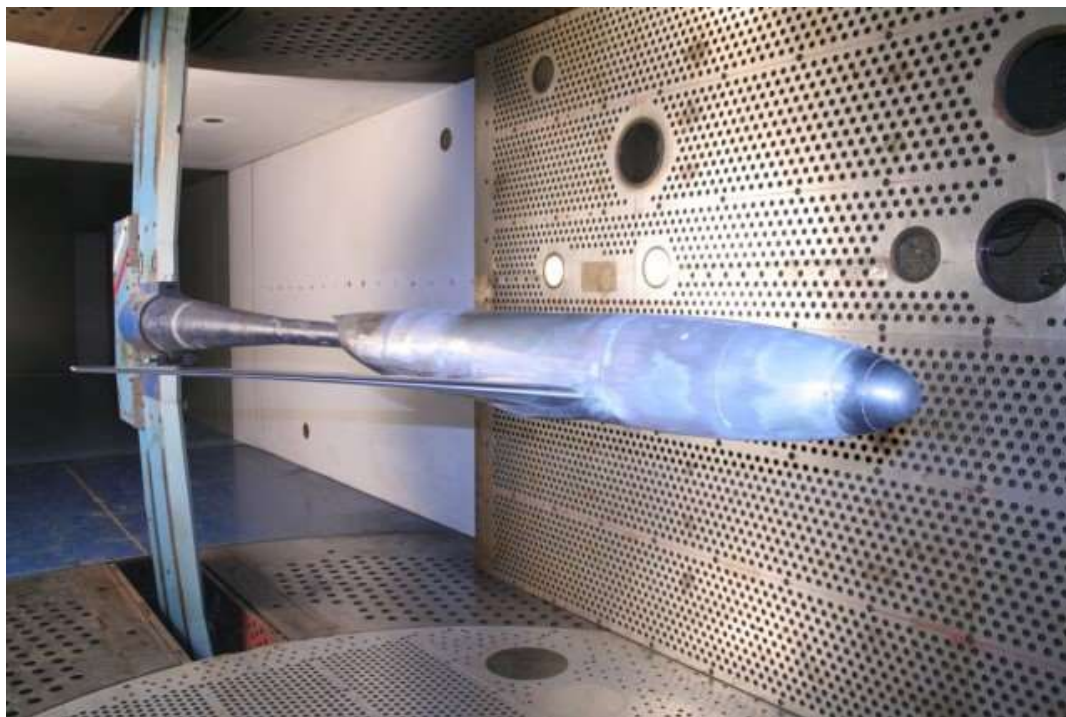


Рисунок 1.3 — Модель самолета в рабочей части трансзвуковой аэродинамической трубы Т-128.

Весы закрепляются в хвостовом поддерживающем устройстве, смонтированном в серповидной стойке. Серповидная стойка с помощью специального механизма перемещает модель самолёта вместе с тензометрическими весами по углу тангажа в рабочей части аэродинамической трубы Т-128. На компоненты силы тензометрических весов действуют составляющие веса модели самолёта и собственного веса метрической части компонент весов. Метрическая часть компоненты силы весов представляет собой элемент крепления модели 1 и часть чувствительного элемента 2 весов (см. рисунок 1 Введения), которая расположена между элементом крепления модели и местом наклейки тензорезисторов компоненты. Веса модели самолёта и метрических частей компоненты силы весов определяли методом, разработанным в разделе 1.4 Главы 1, с использованием следующих выражений:

$$X = (G_M + G_x) \sin \theta, \quad (1.2)$$

$$Y = G_y - (G_M + G_y) \cos \theta, \cos y, \quad (1.3)$$

$$Z = (G_M + G_z) \cos \theta, \sin y, \quad (1.4)$$

где  $G_M$  — вес модели;

$G_x, G_y, G_z$  — вес метрических частей компонент силы весов  $X, Y, Z$  соответственно;

$\theta, \gamma$  — углы тангажа и крена весов соответственно.

Для определения температурного коэффициента чувствительности  $k_i$  отбросим две суммы в правой части уравнения (1) Введения, в которых не содержатся ни электрические сигналы, ни коэффициенты чувствительности. Тогда уравнение (1) Введения преобразуется с учетом (1.1) в следующий вид:

$$X_i^c = a_i N_i / (1 + k_i(t - t_k)) = X_i / (1 + k_i(t - t_k)), \quad (1.5)$$

где  $X_i^c$  — нагрузка по  $i$ -й компоненте с температурной поправкой.

В уравнениях (1.2) и (1.4) вес модели  $G_M$  линейно связан с компонентами силы  $X$  ( $i = 1$ ) и  $Z$  ( $i = 3$ ). Поэтому по аналогии с уравнением (1.5) выпишем следующие соотношения:

$$G_M^0 + G_i^0 = (G_M + G_i) / (1 + k_i(t - t_k)), \quad (1.6)$$

где  $G_M^0$  — вес модели при температуре весов, равной температуре при их калибровке;

$G_i$  — вес метрической части  $i$ -й компоненты весов при текущей температуре  $t$ ;

$G_i^0$  — вес метрической части  $i$ -й компоненты весов при температуре калибровки  $t_k$ .

Возьмем производную от выражения (1.6) по температуре и получим следующее выражение для определения коэффициента  $k_i$  при  $i = 1, 3$ :

$$k_i = 1 / (G_M^0 + G_i^0) d(G_M + G_i) / dt. \quad (1.7)$$

Для компоненты силы  $Y$  ( $i = 2$ ) упростим выражение (3) в случае нулевых углов тангажа и крена. Тогда выражение для коэффициента  $k_2$  запишется в следующем виде:

$$k_2 = 1 / G_M^0 dG_M / dt. \quad (1.8)$$

**Экспериментальное оборудование.** В экспериментальных исследованиях использовались внутримодельные шестикомпонентные тензометрические весы 6ЭВ-128-1 [4], изготовленные из единой заготовки высокопрочной стали ВЛ1. Изменение модуля Юнга этого материала составляет  $-0,014\%/^{\circ}\text{C}$  при изменении температуры в диапазоне  $20\text{--}200\text{ }^{\circ}\text{C}$  [71]. Диапазон измерений компонент силы весов  $D$ , СКО результатов измерений при калибровке (в Ньютонах) и отнесённое к половине диапазона измерений (в процентах), представлены в таблице 1.4.

Таблица 1.4 — Диапазон измерений компонент силы весов и СКО, полученные при калибровке

| Компонента | $D$ , кН | СКО, Н | СКО, % |
|------------|----------|--------|--------|
| $X$        | $\pm 2$  | 3,2    | 0,16   |
| $Y$        | $\pm 20$ | 4,0    | 0,02   |
| $Z$        | $\pm 2$  | 1,0    | 0,05   |

Температура весов в процессе калибровки составила  $t_k = 23,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для измерения угла тангажа использовался акселерометр А-17 (АО ИТТ, Россия) с погрешностью  $\pm 0,001^{\circ}$  [4]. Для измерения температуры на поверхность чувствительного элемента весов вблизи тензорезисторов наклеены термометры сопротивления Pt100 (Heraeus, Германия) [4]. Сигналы весов регистрировались прецизионными платами ML-38 (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) измерительной системой MGCplus (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) с приведенной погрешностью  $0,0025\%$  [4], а термометров сопротивления и акселерометра — платами ML-35 и ML-01 (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) с приведенной погрешностью  $0,03\%$  [4].

**Определение веса метрических частей весов.** На специальном стенде весы перемещались по углам тангажа и крена. Значения веса метрических частей компонент силы весов с соответствующими СКО результатов измерений приведены в таблице 1.5. Измерения проводились при той же температуре весов, что и при их калибровке. Благодаря высокой точности датчика угла тангажа и

измерительной системы значения погрешностей для компонент  $X$  и  $Y$  на порядок меньше СКО, полученных при калибровке весов (таблица 1.4).

Таблица 1.5 — Вес метрических частей компонент силы тензометрических весов и СКО результатов их измерений

| Метрическая часть | Вес, Н | СКО, Н |
|-------------------|--------|--------|
| $G_x$             | 85,10  | 0,15   |
| $G_y$             | 85,30  | 0,30   |
| $G_z$             | 85,62  | 0,40   |

#### **Определение веса модели при различной температуре весов.**

Эксперимент проводился многократно между повторными испытаниями модели ЛА в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 (рисунок 1.3) при изменении угла тангажа модели и весов. Температура весов в процессе испытаний изменялась, поскольку менялась температура потока. Угол крена весов составил  $1,79^\circ$ . Угол тангажа весов варьировался в диапазоне  $26\text{--}28^\circ$  с шагом  $2^\circ$ . Суммарный вес модели и метрической части компонент весов определялся методом наименьших квадратов.

**Результаты исследований.** Результаты измерения с помощью продольной компоненты  $X$  суммарного веса модели и метрической части весов в зависимости от температуры компоненты приведены на рисунке 1.4 (кривая 1).

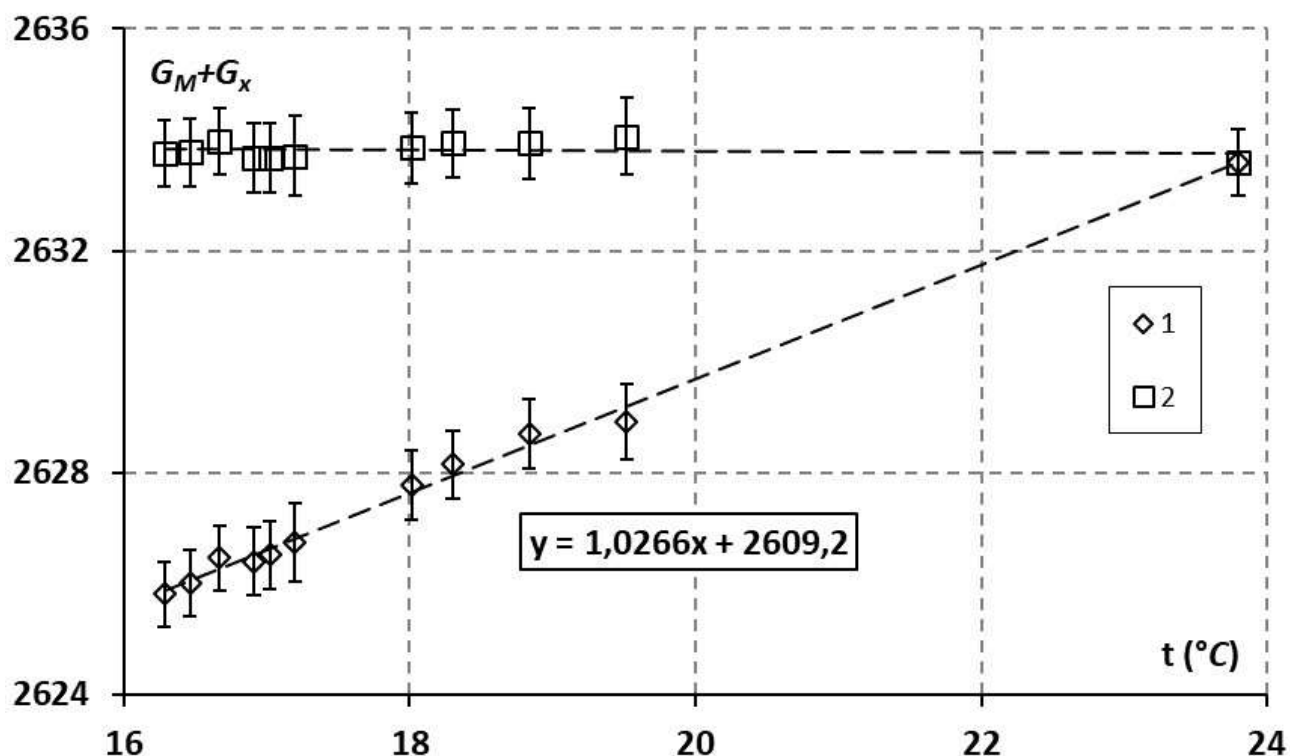


Рисунок 1.4 — Зависимость суммарного веса модели и метрической части весов, определённого продольной компонентой силы  $X$ , от ее температуры (1 — исходные данные; 2 — данные с поправкой на влияние температуры).

На рисунок 1.4 нанесены СКО результатов определения веса методом наименьших квадратов, которые примерно в пять раз меньше среднеквадратичного отклонения продольной компоненты  $X$ , полученного при калибровке и приведённого в таблице 1.4. Изменение суммарного веса модели и метрической части продольной компоненты  $X$  составило примерно 8 Н в исследованном диапазоне температур, что превышает СКО компоненты, указанное в таблице 1.4. Следовательно, эту систематическую погрешность следует определить и исключить из результатов измерений. Влияние температуры на показания компоненты  $X$  тензометрических весов представляет линейную функцию и соответствует математической модели (1.6). Методом линейной регрессии определим производную  $d(G_M + G_x)/dt = 1,027 \pm 0,024 \text{ Н/}^\circ\text{C}$ . В результате по формуле (1.7) получаем значение коэффициента температурной чувствительности для компоненты  $X$   $k_1 = 0,00039 \pm 0,00001 \text{ 1/}^\circ\text{C}$ . Значение коэффициента сопоставимо с уровнем влияния температуры на элементы

тензометрических весов, приведенным во Введении. На рисунке 1.4 приведены также данные с введенной поправкой (уравнение (1.5) на влияние статической составляющей температуры для верификации метода и справедливости сделанного предположения об отбрасывании двух сумм в правой части уравнения измерения (1) Введения. Суммарный вес модели и метрической части весов с введенной поправкой на влияние температуры постоянен в пределах погрешностей измерений. Аналогичные результаты для нормальной компоненты силы  $Y$  приведены на рисунке 1.5.

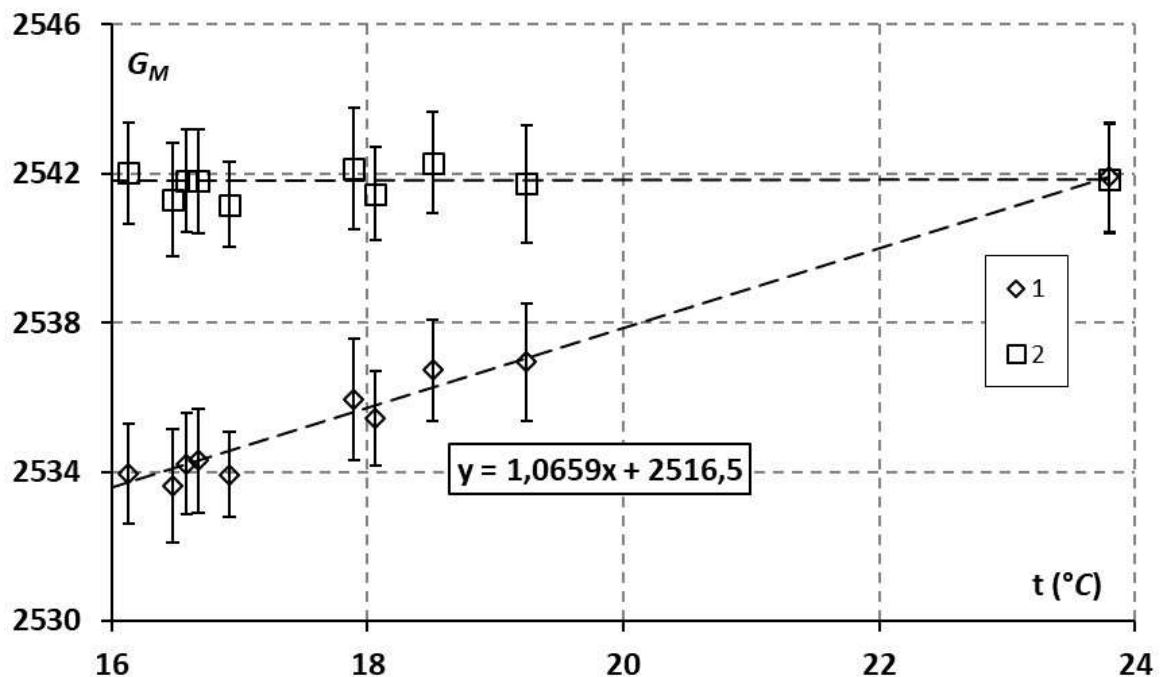


Рисунок 1.5 — Зависимость веса модели, определённого нормальной компонентой  $Y$ , от ее температуры (1 — исходные данные; 2 — данные с поправкой на влияние температуры).

Среднеквадратичные отклонения веса модели приблизительно в 2,5 раза меньше аналогичного показателя нормальной компоненты  $Y$ , полученного при калибровке весов (таблица 1.4). Влияние температуры на показания компоненты  $Y$  тензометрических весов также представляет собой линейную функцию с коэффициентом  $dG_M/dt = 1,066 \pm 0,056 \text{ Н/}^{\circ}\text{C}$ , что соответствует коэффициенту температурной чувствительности для компоненты  $Y$   $k_2 = 0,00042 \pm 0,00002 \text{ 1/}^{\circ}\text{C}$ . Вес модели с температурной поправкой в пределах СКО измерений стал

постоянным. Значение коэффициента  $k_2$  оказалось практически таким же, как и  $k_1$ . Этого и следовало ожидать, поскольку тензометрические весы сделаны из единой заготовки и использованы одинаковые для всех компонент тензорезисторы и технология их наклейки. СКО коэффициента  $k_2$  в два раза больше аналогичного показателя для  $k_1$ , что объясняется двумя обстоятельствами. СКО результатов измерений с использованием компоненты  $Y$  больше аналогичных показателей с компонентой  $X$ , полученных при калибровке весов (таблица 1.4). Второе обстоятельство следует из вида функциональных зависимостей от угла тангажа продольной (1.2) и нормальной (1.3) компонент силы: изменение продольной силы при изменении угла тангажа в исследуемом диапазоне больше, чем изменение нормальной силы. Значения коэффициентов температурного влияния  $k_1$  и  $k_2$ , полученные в настоящем исследовании, близки к значениям, полученным другими исследователями и приведенным во Введении.

Влияние температуры на показания компоненты  $Z$  при таком положении весов (угол крена весов  $1,79^\circ$ ) не определяется, поскольку изменения показаний компоненты  $Z$  при изменении угла тангажа были малы. Это следует из выражения (1.4).

Экспериментальные исследования и обработка данных выполнены Е. А. Крапивиной и М. Н. Тытык.

### **1.2.2. Метод внесения поправок на изменение нулевых показаний тензометрических весов за время опыта**

Рассмотрим влияние изменения температуры на нулевые показания внутримодельных тензометрических весов на примере испытаний в аэродинамической трубе непрерывного действия Т-128. Типичное изменение показаний трех датчиков температуры (рисунок 2 Введения) тензометрических весов и температуры торможения в форкамере в зависимости от времени пуска представлено на рисунке 1.6 для так называемого прогретого состояния весов: модель и весы нагрелись за время предыдущих испытаний.

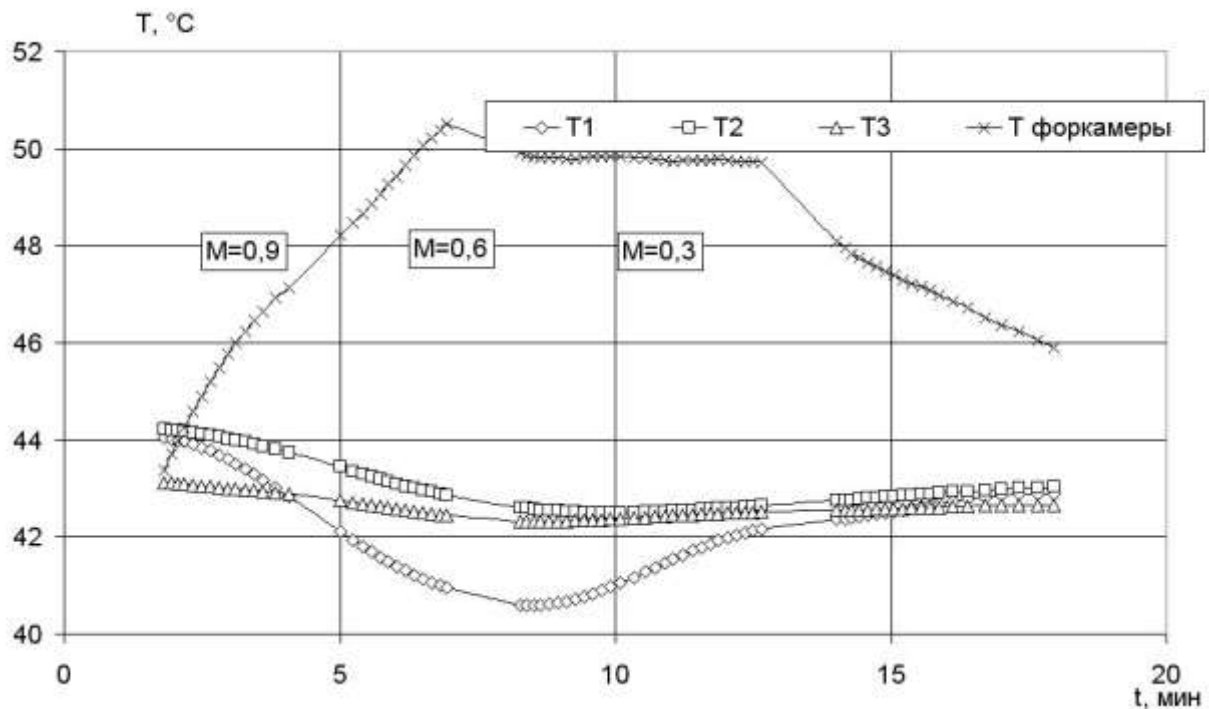


Рисунок 1.6 — Изменение температуры весов и температуры торможения в форкамере трубы на протяжении пуска.

Начало отсчета времени соответствует моменту измерению нулевых показаний до опыта. В пуске было проведено три испытания при значениях числа Маха  $M = 0,9; 0,6; 0,3$  соответственно. После пуска модель и весы, как правило, охлаждаются, поскольку их температура выше температуры воздуха в рабочей части. На протяжении первого испытания весы продолжают охлаждаться, в то время как температура потока растет. При увеличении температуры форкамеры на  $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  температура в передней части весов (датчик  $T1$ , рисунок 2 Введения) уменьшилась на  $\Delta T = -3,5^{\circ}\text{C}$ . Начиная со второго испытания температура весов повышается, причем быстрее в носовой части весов. Это говорит о том, что основной тепловой поток обусловлен распространением тепла от нагретой носовой части модели через весы к хвостовой державке. Следует отметить, что наряду с изменением средней температуры весов меняется и ее градиент. В целом можно сказать, что динамика изменения температуры весов имеет весьма сложный характер.

Рассмотрим показания компоненты момента рыскания  $M_y$  внутримодельных тензометрических весов, полученные в течение одной серии испытаний, состоящей из 86 пусков трубы. Значения нулевых показаний компоненты  $M_y$ , отнесенные к половине ее диапазона в процентах, представлены на рисунке 1.7 в зависимости от номера пуска.

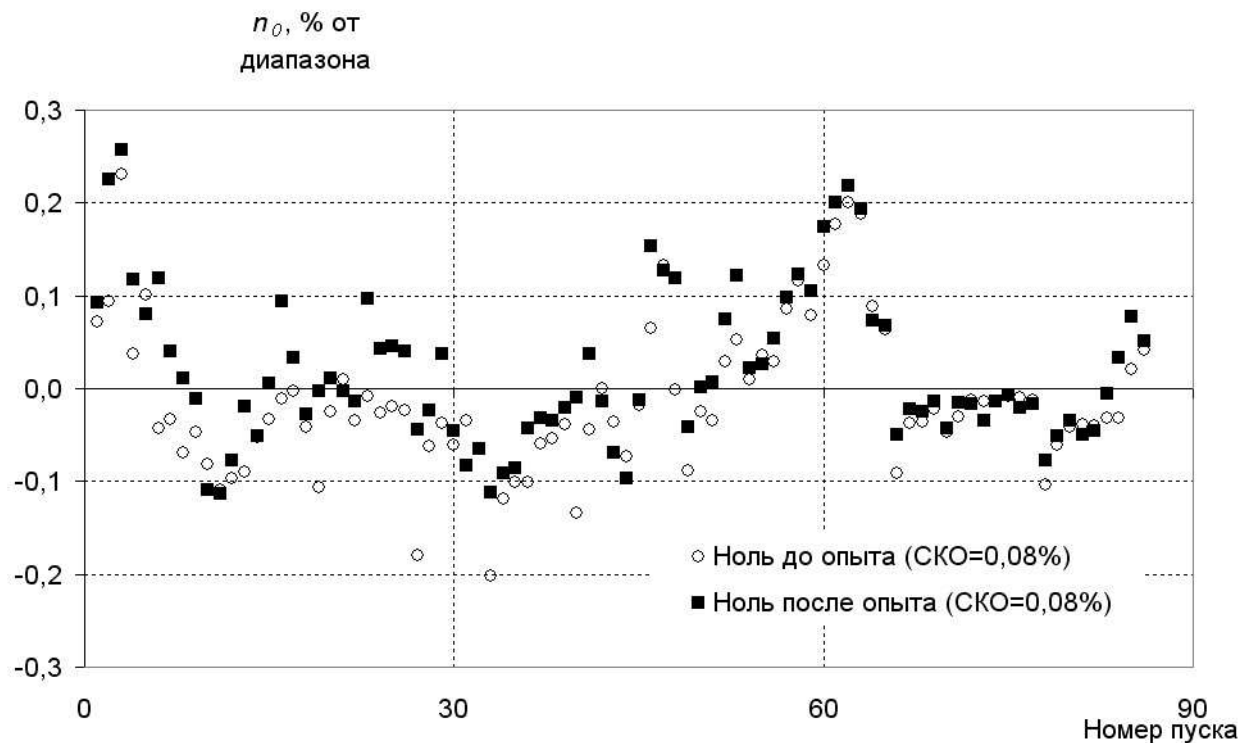


Рисунок 1.7 — Приведенные значения нулевых показаний компоненты  $M_y$  в зависимости от номера пуска.

Разными символами показаны нулевые показания до и после опыта. Значения СКО нулевых показаний до и после опыта приведены в таблице на графике. Рассматриваемые нулевые показания пересчитаны из измеренных в эксперименте по методике, изложенной в разделе 1.4 Главы 1, и соответствуют нулевым показаниям, получаемым при калибровке весов на стенде: отсутствии нагрузки на тензометрические весы, равенстве нулю углов крена и тангажа весов. Среднеквадратичное отклонение нулевых показаний компоненты  $M_y$  до и после опыта за всю серию испытаний, отнесенное к половине диапазона в процентах, составило 0,08%. Это значение превышает на 0,03% величину, полученную при

калибровке весов (таблица 1.2). Влияние температуры на показания тензометрических весов является значимым и его следует исключать из результатов измерений.

Изменение нулевых показаний компоненты  $M_y$  в зависимости от номера пуска представлено на рисунке 1.8. Характер зависимости носит случайный характер. Значение СКО получено в 2 раза меньше СКО нулевых показаний и составило 0,042%.

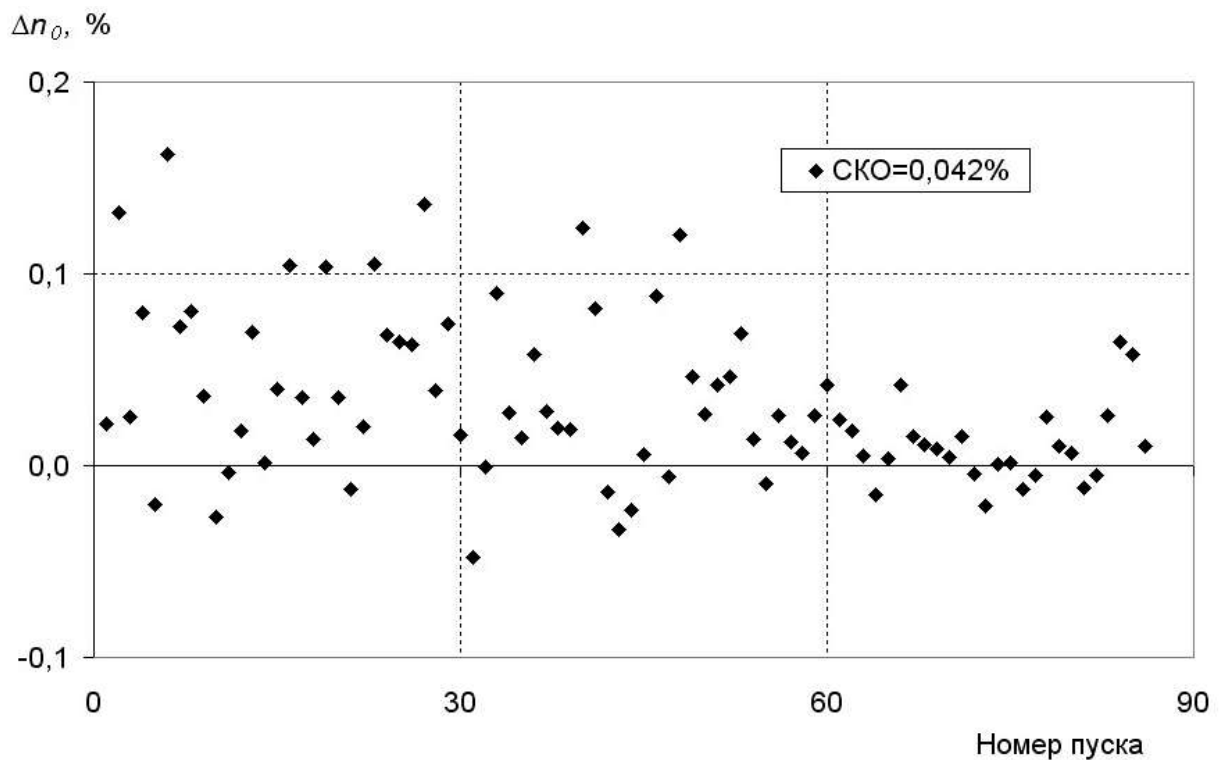


Рисунок 1.8 — Изменение нулевых показаний компоненты  $M_y$  в зависимости от номера пуска.

Найдем взаимосвязь изменения нулевых показаний тензометрических весов и изменения их температуры. Представим функцию изменения нулевых показаний в виде линейной комбинации изменения показаний датчиков температуры весов:

$$\Delta n_{0j} = f_j = a_{1j}\Delta T_1 + a_{2j}\Delta T_2 + a_{3j}\Delta T_3 + a_{0j}, \quad (1.9)$$

где  $j$  — номер компоненты весов ( $j = 1, 2, \dots, 6$ );

$\Delta n_{0j}$  — изменение нулевых показаний за время пуска для  $j$ -й компоненты, мВ/В;

$\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3$  — изменение показаний датчиков температуры за время пуска, °С.

По существу, эта функция является аппроксимацией решения уравнения теплопроводности с использованием имеющихся экспериментальных данных. Значения коэффициентов, определенные с помощью метода наименьших квадратов, представлены в таблице 1.5.

Таблица 1.5 — Температурные коэффициенты

| Компонента | $j$ | $a_{1j}$ (мВ/В /°С) | $a_{2j}$ (мВ/В /°С) | $a_{3j}$ (мВ/В /°С) | $a_{0j}$ (мВ/В) |
|------------|-----|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|
| $M_y$      | 5   | 0,0118              | −0,00226            | −0,00258            | 0,00086         |

Зависимость разности нулевых показаний после и до опыта от аппроксимирующей функции  $f_5$  показана на рисунке 1.9. Значения коэффициента корреляции  $R^2$  и СКО составляют 0,96 и 0,008% соответственно.

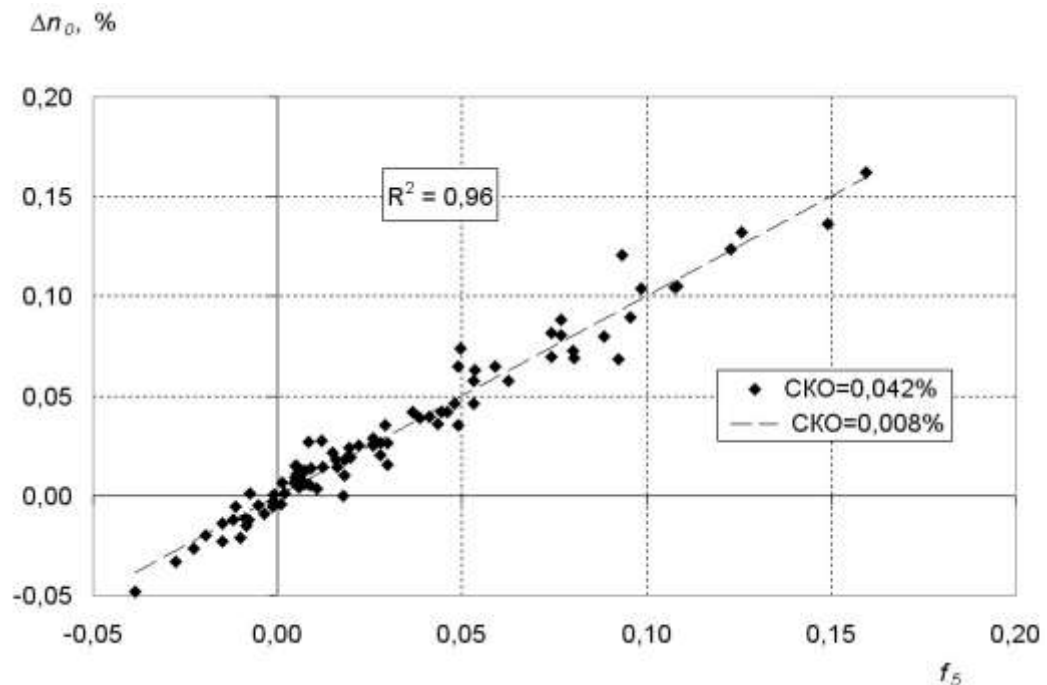


Рисунок 1.9 — Зависимость разности нулевых показаний после и до опыта компоненты  $M_y$  тензовесов от аппроксимирующей функции  $f_5$ .

Коэффициент корреляции достаточно высок, что подтверждает справедливость применения линейной зависимости изменения нулевых показаний от изменения температуры весов (1.9). Остаточная погрешность весов (0,008%) в 6,4 раза меньше погрешности, полученной при калибровке (0,051%, таблица 1.2). Для остальных компонент получились следующие значения погрешностей:  $X$  — 0,061%;  $Y$  — 0,023%;  $Z$  — 0,014%;  $M_x$  — 0,043%;  $M_z$  — 0,022%. Величины погрешностей для всех компонент меньше значений, полученных при калибровке (таблица 1.2).

Таким образом, разработанный метод позволяет существенно уменьшить погрешности, обусловленные динамической составляющей температуры весов, что является актуальным при испытаниях с небольшими изменениями геометрической формы модели и, соответственно, малыми изменениями нагрузок на весы. Кроме того, данный метод позволяет проводить несколько испытаний за один пуск аэродинамической трубы и таким образом увеличить производительность установки и уменьшить стоимость одного испытания. По сравнению с обычной методикой (использование нулевых показаний до или после опыта, или в виде среднего арифметического), разработанный метод уменьшает погрешность в 5 раз для компоненты  $M_y$  исследованных весов. Следует отметить, что столь значительное уменьшение погрешности может быть получено только для качественно спроектированных и изготовленных весов.

В процессе экспериментальных исследований поправки к показаниям тензометрических весов, обусловленным влиянием температуры, вводятся следующим образом. Для каждого экспериментального измерения и каждой компоненты весов подсчитывается текущее значение нулевых показаний, соответствующее условиям калибровки весов, по формуле (1.9), когда значение коэффициента корреляции для аппроксимирующей функции  $f_j$  равно единице. Для меньших значений коэффициента корреляции, что, как правило, имеет место в эксперименте, текущее значение нулевых показаний определяется в виде линейной зависимости от найденной функции  $f_j$  по следующей формуле:

$$n_{0ij} = n_{0\partial j} + \frac{n_{0nj} - n_{0\partial j}}{f_{nj} - f_{\partial j}} (f_{ij} - f_{\partial j}), \quad (1.10)$$

где индекс  $\partial$  соответствует значениям до опыта;

индекс  $n$  соответствует значениям после опыта;

$n_{0ij}$  — текущее значение нулевых показаний компоненты  $j$  для  $i$ -го отсчета;

$f_{ij}$  — текущее значение аппроксимирующей функции для  $i$ -го отсчета и для  $j$ -й компоненты весов.

Формулы (1.9) и (1.10) дают одинаковые результаты, когда коэффициент корреляции точно равен единице. В случае, когда значения функции  $f_j$  или нулевых показаний не изменились после опыта, текущее значение нулевых показаний вычисляется по следующей формуле (неопределенность в формуле (1.10) раскрывается по правилу Лопиталя):

$$n_{0ij} = n_{0\partial j} + f_{ij} - f_{\partial j}.$$

Для весов, не оборудованных датчиками температуры, в качестве функции  $f$  можно использовать время, как это предложено в [29]. Естественно, что точность при таком подходе уменьшится.

Верификация разработанного метода приведена в разделе 4.2 Главы 4.

### **1.3. Метод измерения векторов нестационарной силы и нестационарного момента с помощью шестикомпонентных тензометрических весов**

Воспользуемся физической моделью тензометрических весов в виде пружины с демпфированием [82] для каждой компоненты весов. Поставленная задача является смешанной задачей динамики твердого тела, в которой между величинами, определяющими положение элементов весов, имеются известные соотношения, действующие силы частично известны, а часть сил должна быть определена в результате решения задачи [61].

### 1.3.1. Измерение вектора нестационарной силы

Динамическая модель нормальной компоненты тензометрических весов для измерения нестационарной силы вдоль оси  $OY$  изображена на рисунке 1.10. Чувствительный элемент заменяется пружиной с демпфированием. Схемы для продольной и поперечной компонент весов аналогичны схеме для нормальной компоненты. Под воздействием произвольной нормальной силы  $N F^A$  метрическая часть весов смещается относительно их земли в направлении действия силы.

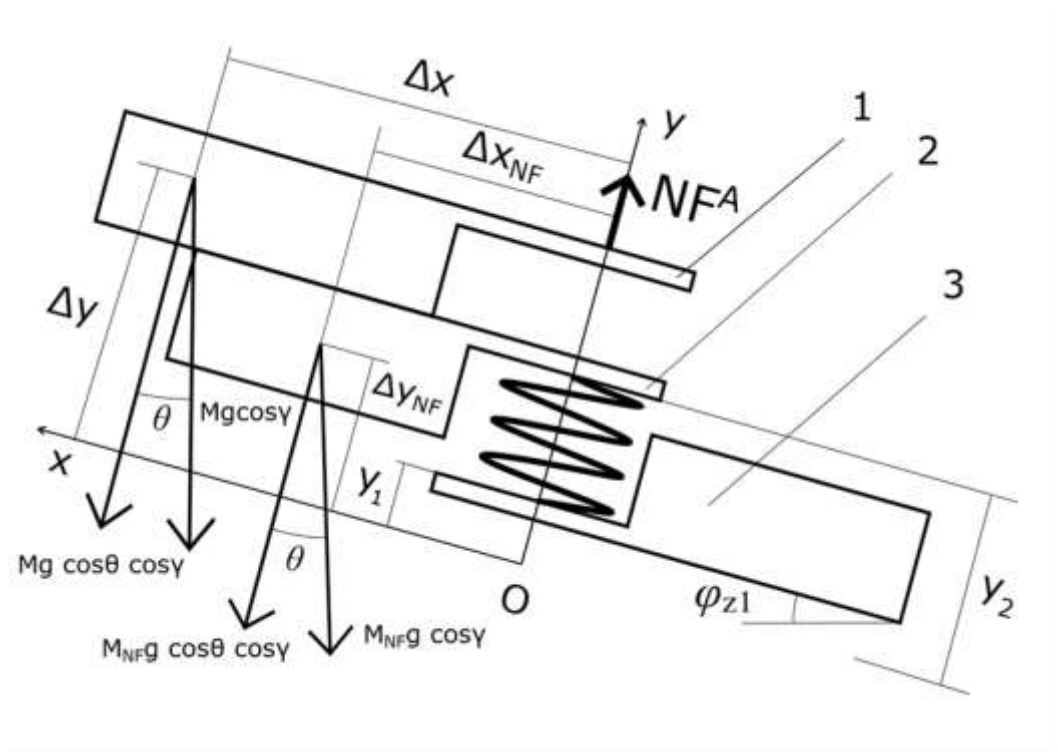


Рисунок 1.10 — Схема нормальной компоненты тензометрических весов

(1 — модель или груз; 2 — элемент крепления модели;  
3 — элемент крепления весов).

Измерительная система координат весов  $OXYZ$  расположена по отношению к земной системе под углами тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  (рисунок 1.10). Метрическая часть весов 2 соединяется с элементом крепления весов 3 с помощью пружины. К модели 1 приложены компоненты искомой нестационарной аэродинамической силы  $A F^A$ ,  $N F^A$  и  $S F^A$ , направленные по осям  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  соответственно. На

нормальную, поперечную и продольную компоненты весов действуют составляющие веса модели 1 и метрической части весов 2 (рисунок 1.10):

$$NF^0 = M_{NF}g - (M + M_{NF})g \cos \theta \cos \gamma; \quad (1.11)$$

$$SF^0 = (M + M_{SF})g \cos \theta \sin \gamma; \quad (1.12)$$

$$AF^0 = (M + M_{AF})g \sin \theta, \quad (1.13)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения;

$M$ ,  $M_{NF}$ ,  $M_{SF}$  и  $M_{AF}$  — массы модели и метрической части нормальной ( $NF$ ), поперечной ( $SF$ ) и продольной ( $AF$ ) компонент силы весов соответственно.

Выражения (1.11) и (1.12) функционально отличаются. Это связано с методикой калибровки тензовесов на калибровочных стендах. На большинстве калибровочных стендов тензовесы калибруются в статических условиях при нулевых углах тангажа и крена [2, 32, 34]. Уравнение (1.11) для таких условий калибровки тензовесов  $\theta = \gamma = 0$  преобразуется в вид  $NF^0 = 0$ , т. е. вес метрической части нормальной компоненты включен в нулевые показания тензовесов. При расчете нагрузок, действующих на тензометрические весы, используются их нулевые показания, соответствующие условиям калибровки. Более подробное объяснение изложено в разделе 1.4.

При вращении весов вдоль осей  $OX$  и  $OZ$  возникает дополнительная нормальная сила, действующая на весы [31]. Она вызвана тем, что центры масс модели и метрической части весов не совпадают с осью вращения (рисунок 1.10). Эта сила имеет две составляющие — инерционную, вызванную тангенциальным ускорением, и центробежную. Аналогичным образом появляются поперечная сила при вращении весов вдоль осей  $OX$  и  $OY$  и продольная сила при вращении вдоль осей  $OY$  и  $OZ$ . Выражение для нормальной силы, обусловленной вращением весов вдоль оси  $OZ$ , представим, согласно [31], в следующем виде:

$$NF^z = -\ddot{\phi}_{z2}(M\Delta x + M_{NF}\Delta x_{NF}) + \dot{\phi}_{z2}^2(M\Delta y + M_{NF}\Delta y_{NF}), \quad (1.14)$$

где  $\Delta x$  — координата центра масс модели по оси  $OX$  относительно начала координат весов (рисунок 1.10);

$\Delta x_{NF}$  — координата центра масс метрической части нормальной составляющей силы весов по оси  $OX$ ;

$\Delta y$  — координата центра масс модели вдоль оси  $OY$ ;

$\Delta y_{NF}$  — координата центра масс метрической части нормальной составляющей весов вдоль оси  $OY$ ;

$\dot{\phi}_{z2}$  — угловая скорость метрической части весов;

$\ddot{\phi}_{z2}$  — угловое ускорение метрической части весов.

Первый член в выражении (1.14) представляет собой проекцию касательной силы на ось  $OY$ , а второй член — проекцию центробежной силы.

Выражение для нормальной силы, обусловленной вращением весов вдоль оси  $OX$ , представим в следующем виде:

$$NF^x = \ddot{\phi}_{x2}(M\Delta z + M_{NF}\Delta z_{NF}) + \dot{\phi}_{x2}^2(M\Delta y + M_{NF}\Delta y_{NF}), \quad (1.15)$$

где  $\Delta z$  — координата центра масс модели вдоль оси  $OZ$ .

Нормальная сила, обусловленная вращением весов относительно осей  $OX$  и  $OZ$ , есть сумма выражений (1.14) и (1.15):

$$NF^r = \ddot{\phi}_{x2}(M\Delta z + M_{NF}\Delta z_{NF}) + (\dot{\phi}_{x2}^2 + \dot{\phi}_{z2}^2)(M\Delta y + M_{NF}\Delta y_{NF}) - \ddot{\phi}_{z2}(M\Delta x + M_{NF}\Delta x_{NF}); \quad (1.16)$$

Аналогично получаем выражения для продольной силы, появляющейся при вращении весов относительно осей  $OY$  и  $OZ$ , и поперечной силы при вращении весов относительно осей  $OX$  и  $OY$ :

$$AF^r = \ddot{\phi}_{y2}(M\Delta z + M_{AF}\Delta z_{AF}) - (\dot{\phi}_{y2}^2 + \dot{\phi}_{z2}^2)(M\Delta x + M_{AF}\Delta x_{AF}) - \ddot{\phi}_{z2}(M\Delta y + M_{AF}\Delta y_{AF}); \quad (1.17)$$

$$SF^r = -\ddot{\phi}_{x2}(M\Delta y + M_{SF}\Delta y_{SF}) + (\dot{\phi}_{x2}^2 + \dot{\phi}_{y2}^2)(M\Delta z + M_{SF}\Delta z_{SF}) + \ddot{\phi}_{y2}(M\Delta x + M_{SF}\Delta x_{SF}); \quad (1.18)$$

где  $\Delta x_{AF}$  — координата центра масс метрической составляющей продольной силы весов вдоль оси  $OX$ ;

$\Delta y_{AF}$  — координата центра масс метрической составляющей продольной силы весов вдоль оси  $OY$ ;

$\Delta z_{AF}$  — координата центра масс метрической составляющей продольной силы весов вдоль оси  $OZ$ ;

$\Delta x_{SF}$  — координата центра масс метрической составляющей поперечной силы весов вдоль оси  $OX$ ;

$\Delta y_{SF}$  — координата центра масс метрической составляющей поперечной силы весов вдоль оси  $OY$ ;

$\Delta z_{SF}$  — координата центра масс метрической составляющей поперечной силы весов вдоль оси  $OZ$ ;

$\dot{\phi}_{x2}$  — угловая скорость метрической части весов вокруг оси  $OX$ ;

$\ddot{\phi}_{x2}$  — угловое ускорение метрической части весов вокруг оси  $OX$ ;

$\dot{\phi}_{y2}$  — угловая скорость метрической части весов вокруг оси  $OY$ ;

$\ddot{\phi}_{y2}$  — угловое ускорение метрической части весов вокруг оси  $OY$ .

Для внутримодельных и внешнемодельных тензометрических весов, предназначенных для испытания полумоделей, массы метрических частей и положения центров масс для различных компонент примерно одинаковые, поскольку тензорезисторы для разных компонент наклеиваются в одном и том же месте — на чувствительном элементе. Внутримодельные весы и внешнемодельные тензометрические весы, предназначенные для испытания полумоделей, обычно представляют собой тело вращения (рисунок 1 Введения). Поэтому массы метрических частей компонент весов близки, а центр тяжести находится вблизи оси весов. Для внешнемодельных (хвостовых) весов [173] массы компонент сопоставимы с массой модели и могут отличаться между собой в несколько раз.

Выпишем окончательные выражения для известных сил, действующих на продольную, нормальную и поперечную компоненты силы тензовесов,

просуммировав выражения (1.13) и (1.17), (1.11) и (1.16), (1.12) и (1.18) соответственно:

$$AF^S = \ddot{\phi}_{y2}(M\Delta z + M_{AF}\Delta z_{AF}) - (\dot{\phi}_{y2}^2 + \dot{\phi}_{z2}^2)(M\Delta x + M_{AF}\Delta x_{AF}) - \ddot{\phi}_{z2}(M\Delta y + M_{AF}\Delta y_{AF}) + (M + M_{AF})g \sin \theta; \quad (1.19)$$

$$NF^S = \ddot{\phi}_{x2}(M\Delta z + M_{NF}\Delta z_{NF}) + (\dot{\phi}_{x2}^2 + \dot{\phi}_{z2}^2)(M\Delta y + M_{NF}\Delta y_{NF}) - \ddot{\phi}_{z2}(M\Delta x + M_{NF}\Delta x_{NF}) + M_{NF}g - (M + M_{NF})g \cos \theta \cos \gamma; \quad (1.20)$$

$$SF^S = -\ddot{\phi}_{x2}(M\Delta y + M_{SF}\Delta y_{SF}) + (\dot{\phi}_{x2}^2 + \dot{\phi}_{y2}^2)(M\Delta z + M_{SF}\Delta z_{SF}) + \ddot{\phi}_{y2}(M\Delta x + M_{SF}\Delta x_{SF}) + (M + M_{SF})g \cos \theta \sin \gamma; \quad (1.21)$$

Чувствительный элемент весов, измеряющий нормальную силу, заменяем пружиной с жесткостью  $k_{NF}$ , а чувствительный элемент поперечной силы — пружиной с жесткостью  $k_{SF}$ . Замена чувствительного элемента одной пружиной позволяет моделировать только один тон собственных колебаний системы. Эта модель, как показали результаты испытаний в аэродинамических трубах [113, 125], вполне оправдана.

Деформация элемента нормальной силы определяется как разность координат метрической и земной частей весов  $y_2 - y_1$ , где  $y_1$  — перемещение земли весов вдоль оси весов  $OY$  по отношению к первоначальному положению;  $y_2$  — перемещение метрической части весов вместе с моделью вдоль оси весов  $OY$  относительно начального положения. Перемещение земли весов обусловлено деформацией поддерживающего устройства. В этом случае система координат весов является, в общем случае, неинерциальной. В соответствии с законом Гука связь между силой и удлинением чувствительного элемента весов (пружины) можно представить для нормальной компоненты силы тензометрических весов в следующем виде:

$$NF = k_{NF}(y_2 - y_1). \quad (1.22)$$

При движении метрической части весов относительно земной появляется сила сопротивления (демпфирования)  $D$ , обусловленная внутренним трением в материале весов и в местах их креплений. В работе [82] было установлено, что сила демпфирования тензометрических весов пропорциональна скорости перемещения метрической части весов относительно их земли. В соответствии со вторым законом Ньютона можно выписать уравнение абсолютного движения для модели совместно с метрической частью весов в проекции на ось  $OY$  весов с учетом уравнений (1.20) и (1.22):

$$(M + M_{NF})\ddot{y}_2 = NF^S - k_{NF}(y_2 - y_1) - \beta_{NF}(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + NF^A, \quad (1.23)$$

где  $\ddot{y}_2$  — абсолютное ускорение модели вдоль оси  $OY$ ;

$\beta_{NF}$  — коэффициент демпфирования нормальной компоненты силы.

Сила упругости (2-й член) и сила сопротивления (3-й член) в правой части выражения (1.23) направлены в противоположную сторону от направления оси  $OY$ . Уравнение (1.23) можно переписать для перемещения модели относительно земли весов  $y = y_2 - y_1$ :

$$(M + M_{NF})\ddot{y} + \beta_{NF}\dot{y} + k_{NF}y = NF^S + NF^A - (M + M_{NF})\ddot{y}_1, \quad (1.24)$$

где  $\ddot{y}_1$  — ускорение земли весов вдоль оси  $OY$ .

Аналогично получаем выражения для поперечной и продольной компонент силы. Уравнения для трех компонент силы являются однотипными и могут быть обобщены в одно уравнение:

$$F_i^A = (M + M_i)\ddot{F}_i/k_i + \beta_i\dot{F}_i/k_i + F_i + (M + M_i)\ddot{x}_i^1 - F_i^S, \quad (1.25)$$

где индекс  $i$  соответствует номеру компоненты весов:  $i = 1$  — продольная компонента силы  $AF$ ;  $i = 2$  — нормальная компонента силы  $NF$ ;  $i = 3$  — поперечная компонента силы  $SF$ ;

$F_i^A$  — составляющая искомой аэродинамической силы по компоненте  $i$  весов;

$\ddot{x}_i^1$  — ускорение земли весов по оси компоненты с индексом  $i$ ;

$F_i$  — сила, измеренная  $i$ -й компонентой весов;

$F_1^S = AF^S$  — см. выражение (1.19);

$F_2^S = NF^S$  — см. выражение (1.20);

$F_3^S = SF^S$  — см. выражение (1.21).

### 1.3.2. Измерение вектора нестационарного момента силы

Математическую модель для измерения вектора нестационарного момента силы можно разработать, используя хорошо известную из теоретической механики аналогию (см., например, [61]) между поступательным и вращательным движениями твердого тела. Соответствие для коэффициентов и переменных в этих уравнениях приведено в таблице 1.6.

Таблица 1.6 — Соответствие параметров в уравнениях для силы и момента

| Параметр в уравнении для силы | Обозначение | Параметр в уравнении для момента силы | Обозначение                     |
|-------------------------------|-------------|---------------------------------------|---------------------------------|
| перемещение                   | $x$         | угол                                  | $\varphi$                       |
| скорость                      | $\dot{x}$   | угловая скорость                      | $\dot{\varphi} = \omega$        |
| ускорение                     | $\ddot{x}$  | угловое ускорение                     | $\ddot{\varphi} = \dot{\omega}$ |
| масса                         | $M$         | момент инерции                        | $J$                             |
| сила                          | $F$         | момент силы                           | $M_F$                           |

### Уравнение для момента крена

Схема для пояснения математической модели компонента модели крена приведена на рисунке 1.11.

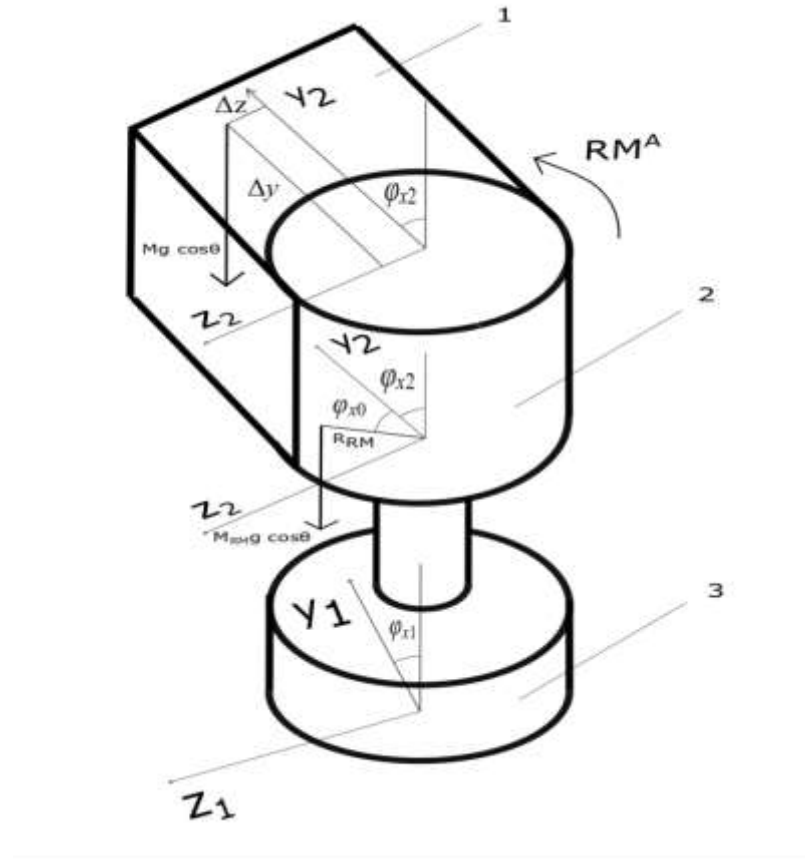


Рисунок 1.11 — Схема компонента момента крена тензометрических весов  
(1 — модель или груз; 2 — элемент крепления модели;  
3 — элемент крепления весов)

Выпишем уравнение для продольного компонента момента, используя соответствие параметров, приведенное в таблице 1.6, и уравнение для момента количества движения аналогично тому, как это сделано в разделе 1.3.1 для нормальной и поперечной компонент силы:

$$(J_x^m + J_x^{RM})\ddot{\phi}_{x2} = RM^A + RM^0 + RM^F - k_{RM}(\phi_{x2} - \phi_{x1}) - \beta_{RM}(\dot{\phi}_{x2} - \dot{\phi}_{x1}), \quad (1.26)$$

где  $J_x^m$  — момент инерции модели относительно оси  $OX$ ;

$J_x^{RM}$  — момент инерции метрической части компоненты момента крена весов относительно оси  $OX$ ;

$RM^0$  — момент крена, обусловленный весом модели и метрической части весов;

$k_{RM}$  — коэффициент жесткости компонента момента крена весов;

$\varphi_{x2}$  — угол поворота метрической части весов вокруг оси  $OX$  относительно первоначального положения;

$\varphi_{x1}$  — угол поворота земли весов вокруг оси  $OX$  относительно первоначального положения;

$\beta_{RM}$  — коэффициент демпфирования компонента момента крена;

$RM^A$  — искомый момент крена, приложенный к модели;

$RM^F$  — момент переносных сил, направленных вдоль осей  $OY$  и  $OZ$ .

Угол поворота земли весов  $\varphi_{x1}$  обусловлен кручением поддерживающего весы устройства под действием момента крена (рисунок 1.11). Момент переносных сил (см, например, [61]) вызван тем, что система координат весов, связанная с метрической их частью, не является в общем случае инерциальной. Он создается центробежной и касательной силами, описанными в разделе 1.3.1. Рассмотрим общий случай, когда земля весов кроме вращения перемещается с ускорением вдоль осей  $OY$  и  $OZ$ . Момент переносных сил в этом случае выражается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 RM^F = & \ddot{y}_1(RM_G \sin \varphi_{x0} + M \Delta z) - \ddot{z}_1(RM_G \cos \varphi_{x0} + M \Delta y) - \\
 & - M(\ddot{\varphi}_{y2} \Delta x \Delta y + (\dot{\varphi}_{y2}^2 - \dot{\varphi}_{z2}^2) \Delta y \Delta z + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta x \Delta z) - \\
 & - RM_G(\ddot{\varphi}_{y2} \Delta x_{RM} \cos \varphi_{x0} + (\dot{\varphi}_{y2}^2 - \dot{\varphi}_{z2}^2) R_{RM} \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0} + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta x_{RM} \sin \varphi_{x0}).
 \end{aligned} \tag{1.27}$$

где  $RM_G$  — произведение массы метрической части компоненты момента крена весов  $M_{RM}$  на расстояние от оси  $OX$  до его центра масс  $R_{RM}$  (рисунок 1.11);

$\varphi_{x0}$  — угол между осью  $OY$  и отрезком, соединяющим точку приложения веса метрической части компоненты момента крена весов с осью  $OX$ ;

$\Delta x_{RM}$  — координата центра масс метрической части компонента момента крена весов вдоль оси  $OX$ ;

$\varphi_{y2}$  — угол поворота метрической части весов вокруг оси  $OY$  относительно первоначального положения;

$\varphi_{z2}$  — угол поворота метрической части весов вокруг оси  $OZ$  относительно первоначального положения.

Момент крена, обусловленный весом модели и метрической части компоненты момента крена весов, определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} RM^0 &= RM_G g (\cos \theta_2 \sin(\gamma_2 + \varphi_{x0}) - \sin \varphi_{x0}) + \\ &+ Mg \cos \theta_2 (\Delta y \sin \gamma_2 + \Delta z \cos \gamma_2); \\ (J_x^m + J_x^{RM}) \ddot{\varphi}_{x2} &= RM^A + RM^0 + RM^F - \\ &- k_{RM} (\varphi_{x2} - \varphi_{x1}) - \beta_{RM} (\dot{\varphi}_{x2} - \dot{\varphi}_{x1}). \end{aligned} \quad (1.28)$$

Первый член в выражении (1.28) представляет собой момент крена, обусловленный тем, что центр тяжести метрической части компонента момента крена весов смещен от оси  $OX$  весов на расстояние  $R_{RM}$ . Второй член — момент, вызванный тем, что центр тяжести модели смещен от оси  $OX$  весов и имеет координаты  $\Delta y$  и  $\Delta z$  вдоль осей  $OY$  и  $OZ$  соответственно.

Объединим выражения (1.27) и (1.28):

$$\begin{aligned} RM^S &= RM^0 + RM^F = (g \cos \theta_2 \sin \gamma_2 - \ddot{z}_1)(RM_G \cos \varphi_{x0} + M \Delta y) + \\ &+ (\ddot{y}_1 + g \cos \theta_2 \cos \gamma_2)(RM_G \sin \varphi_{x0} + M \Delta z) - RM_G g \sin \varphi_{x0} - \\ &- M(\ddot{\varphi}_{y2} \Delta x \Delta y + (\dot{\varphi}_{y2}^2 - \dot{\varphi}_{z2}^2) \Delta y \Delta z + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta x \Delta z) - \\ &- RM_G(\ddot{\varphi}_{y2} \Delta x_{RM} \cos \varphi_{x0} + (\dot{\varphi}_{y2}^2 - \dot{\varphi}_{z2}^2) R_{RM} \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0} + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta x_{RM} \sin \varphi_{x0}). \end{aligned} \quad (1.29)$$

Уравнение (1.26) перепишем для углового перемещения метрической части весов относительно их земли  $\varphi_x = \varphi_{x2} - \varphi_{x1}$  с учетом выражения (1.29) и следующего обозначения  $J_x = J_x^m + J_x^{RM}$ :

$$J_x \ddot{\varphi}_x = RM^A + RM^S - k_{RM} \varphi_x - \beta_{RM} \dot{\varphi}_x - J_x \ddot{\varphi}_{x1}. \quad (1.30)$$

В соответствии с законом Гука связь между моментом крена, измеренного весами, и кручением весов (пружины) можно представить в следующем виде:

$$RM = k_{RM} \varphi_x. \quad (1.31)$$

Перепишем уравнение (1.30) относительно искомого момента крена с учетом выражения (1.31):

$$RM^A = RM + \beta_{RM} / k_{RM} R\dot{M} + J_x / k_{RM} R\ddot{M} + J_x \ddot{\varphi}_{x1} - RM^S. \quad (1.32)$$

Уравнение для момента (1.32) идентично уравнению для силы (1.25), если принять во внимание соответствие параметров для поступательного и вращательного движений, приведенное в таблице 1.6. Уравнения для моментов тангажа и рыскания выводятся аналогично уравнению для момента крена (1.32) и получают в следующем виде:

$$PM^A = PM + \beta_{PM} / k_{PM} P\dot{M} + J_z / k_{PM} P\ddot{M} + J_z \ddot{\varphi}_{z1} - PM^S; \quad (1.33)$$

$$YM^A = YM + \beta_{YM} / k_{YM} Y\dot{M} + J_y / k_{YM} Y\ddot{M} + J_y \ddot{\varphi}_{y1} - YM^S, \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} PM^S = & (\ddot{x}_1 + g \sin \theta_2)(M \Delta y + PM_G \sin \varphi_{z0}) - \\ & - (\ddot{y}_1 + g \cos \theta_2 \cos \gamma_2)(M \Delta x + PM_G \cos \varphi_{z0}) + \\ & + PM_G g \cos \varphi_{z0} - M(\ddot{\varphi}_{x2} \Delta x \Delta z + (\dot{\varphi}_{x2}^2 - \dot{\varphi}_{y2}^2) \Delta x \Delta y + \ddot{\varphi}_{y2} \Delta y \Delta z) - \\ & - PM_G(\ddot{\varphi}_{x2} \Delta z_{PM} \cos \varphi_{z0} + (\dot{\varphi}_{x2}^2 - \dot{\varphi}_{y2}^2) R_{PM} \sin \varphi_{z0} \cos \varphi_{z0} + \ddot{\varphi}_{y2} \Delta z_{PM} \sin \varphi_{z0}); \end{aligned} \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} YM^S = & -(\ddot{x}_1 + g \sin \theta_2)(M \Delta z + YM_G \sin \varphi_{y0}) + \\ & + (\ddot{z}_1 - g \cos \theta_2 \sin \gamma_2)(M \Delta x + YM_G \cos \varphi_{y0}) - \\ & - M(\ddot{\varphi}_{x2} \Delta x \Delta y + (\dot{\varphi}_{z2}^2 - \dot{\varphi}_{x2}^2) \Delta x \Delta z + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta y \Delta z) - \\ & - YM_G(\ddot{\varphi}_{x2} \Delta y_{YM} \cos \varphi_{y0} + (\dot{\varphi}_{z2}^2 - \dot{\varphi}_{x2}^2) R_{YM} \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0} + \ddot{\varphi}_{z2} \Delta y_{YM} \sin \varphi_{y0}), \end{aligned} \quad (1.36)$$

где  $PM^A$  — искомый нестационарный момент тангажа;

$PM$  — момент тангажа, измеренный тензометрическими весами;

$J_z = J_z^m + J_z^{PM}$  — суммарный момент инерции модели и метрической части

компоненты момента тангажа относительно оси  $OZ$ ;

$\ddot{\varphi}_{z1}$  — угловое ускорение земли весов относительно оси  $OZ$ ;

$YM^A$  — искомый нестационарный момент рыскания;

$YM$  — момент рыскания, измеренный тензометрическими весами;

$J_y = J_y^m + J_y^{PM}$  — суммарный момент инерции модели и метрической части

компоненты момента рыскания относительно оси  $OY$ ;

$\ddot{\phi}_{y1}$  — угловое ускорение земли весов относительно оси  $OY$ ;

$PM_G$  — произведение массы метрической части компоненты момента тангажа весов  $M_{PM}$  на расстояние от оси  $OZ$  до центра масс  $R_{PM}$ ;

$\phi_{z0}$  — угол между осью  $OX$  и отрезком, соединяющим центр масс метрической части компоненты момента тангажа весов с началом их системы координат;

$\Delta z_{PM}$  — координата центра масс метрической части компоненты момента тангажа весов вдоль оси  $OZ$ ;

$YM_G$  — произведение массы метрической части компоненты момента рыскания весов  $M_{YM}$  на расстояние от оси  $OY$  до центра масс  $R_{YM}$ ;

$\phi_{y0}$  — угол между осью  $OX$  и отрезком, соединяющим центр масс метрической части компоненты момента рыскания весов с началом их системы координат;

$\Delta y_{YM}$  — координата центра масс метрической части компоненты момента рыскания весов вдоль оси  $OY$ ;

$\ddot{\phi}_{y1}$  — угловое ускорение земли весов относительно оси  $OY$ .

### 1.3.3. Общие уравнения

Уравнения для компонент искомым нестационарной силы (1.25) и нестационарного момента (1.32), (1.33) и (1.34) являются однотипными и могут быть объединены в одно выражение:

$$L_i^A = L_i + a_i \dot{L}_i + b_i \ddot{L}_i + c_i - L_i^S. \quad (1.37)$$

Коэффициенты уравнения (1.37) для всех компонент силы и момента приведены в таблице 1.7.

Таблица 1.7 — Коэффициенты в выражениях для компонент искомым нестационарных силы и момента

| $i$ | $L_i$                    | $a_i$               | $b_i$                       | $c_i$                               | $L_i^S$ ,<br>выражение |
|-----|--------------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------------------|------------------------|
| 1   | Продольная сила ( $AF$ ) | $\beta_{AF}/k_{AF}$ | $(M + M_{AF})/k_{AF}$       | $(M + M_{AF})\ddot{x}^1$            | $AF^S$ (1.19)          |
| 2   | Нормальная сила ( $NF$ ) | $\beta_{NF}/k_{NF}$ | $(M + M_{NF})/k_{NF}$       | $(M + M_{NF})\ddot{y}^1$            | $NF^S$ (1.20)          |
| 3   | Поперечная сила ( $SF$ ) | $\beta_{SF}/k_{SF}$ | $(M + M_{SF})/k_{SF}$       | $(M + M_{SF})\ddot{z}^1$            | $SF^S$ (1.21)          |
| 4   | Момент крена ( $RM$ )    | $\beta_{RM}/k_{RM}$ | $(J_x^m + J_x^{RM})/k_{RM}$ | $(J_x^m + J_x^{RM})\ddot{\phi}_x^1$ | $RM^S$ (1.29)          |
| 5   | Момент рыскания ( $YM$ ) | $\beta_{YM}/k_{YM}$ | $(J_y^m + J_y^{YM})/k_{YM}$ | $(J_y^m + J_y^{YM})\ddot{\phi}_y^1$ | $YM^S$ (1.36)          |
| 6   | Момент тангажа ( $PM$ )  | $\beta_{PM}/k_{PM}$ | $(J_z^m + J_z^{PM})/k_{PM}$ | $(J_z^m + J_z^{PM})\ddot{\phi}_z^1$ | $PM^S$ (1.35)          |

#### 1.3.4. Определение коэффициентов уравнений для искомой силы и момента

В уравнениях (1.19)–(1.21) для трех компонент силы имеются следующие параметры: углы тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$ , ускорение свободного падения  $g$ , масса модели  $M$  и три координаты ее центра масс  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , масса метрической части продольной компоненты  $M_{AF}$  и три координаты ее центра масс  $\Delta x_{AF}$ ,  $\Delta y_{AF}$ ,  $\Delta z_{AF}$ , масса метрической части нормальной компоненты  $M_{NF}$  и три координаты ее центра масс  $\Delta x_{NF}$ ,  $\Delta y_{NF}$ ,  $\Delta z_{NF}$ , масса метрической части поперечной компоненты  $M_{SF}$  и три координаты ее центра масс  $\Delta x_{SF}$ ,  $\Delta y_{SF}$ ,  $\Delta z_{SF}$ , угловые скорости  $\dot{\phi}_{x2}, \dot{\phi}_{y2}, \dot{\phi}_{z2}$ , угловые ускорения  $\ddot{\phi}_{x2}, \ddot{\phi}_{y2}, \ddot{\phi}_{z2}$ , коэффициенты жесткости  $k_{AF}$ ,  $k_{NF}$ ,  $k_{SF}$  и демпфирования  $\beta_{AF}$ ,  $\beta_{NF}$ ,  $\beta_{SF}$  компонент силы весов, ускорения земли весов  $\ddot{x}^1, \ddot{y}^1, \ddot{z}^1$ , компоненты силы, измеренные весами,  $AF$ ,  $NF$ ,  $SF$  и их первые и вторые производные. Углы тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  измеряют с помощью датчиков. Наиболее высокую точность измерения углов в аэродинамическом эксперименте обеспечивают маятниковые акселерометры [19, 85, 108]. Уравнения для

компонент момента (1.29), (1.35) и (1.36) включают дополнительно следующие параметры:  $RM_G, YM_G, PM_G$ ;  $\varphi_{x0}, \varphi_{y0}, \varphi_{z0}$ ;  $k_{RM}, k_{YM}, k_{PM}$ ;  $J_x^m, J_y^m, J_z^m, J_x^{RM}, J_y^{YM}, J_z^{PM}$ ;  $\beta_{RM}, \beta_{PM}, \beta_{YM}, R_{RM}, R_{YM}, R_{PM}, \Delta x_{RM}, \Delta y_{YM}, \Delta z_{PM}$ . Параметры  $M, M_{AF}, M_{NF}, M_{SF}, \Delta x, \Delta y, \Delta z, RM_G, YM_G, PM_G, \varphi_{x0}, \varphi_{y0}$ , и  $\varphi_{z0}$  определяются, согласно разделу 4.1 главы 4, при изменении углов тангажа и/или крена в статических условиях по показаниям весов с использованием уравнений (1.37) в отсутствии динамики.

Ускорение задней части весов можно измерить с помощью трехосевого акселерометра, установленного на земле весов. Угловые скорости и угловые ускорения можно измерить, например, с помощью трех пар одноосевых акселерометров, устанавливаемых на весах в плоскостях  $OXY, OXZ$  и  $OYZ$  на некотором расстоянии друг от друга.

Коэффициенты жесткости  $k_{AF}, k_{NF}, k_{SF}$  и демпфирования  $\beta_{AF}, \beta_{NF}, \beta_{SF}$  продольной, нормальной и поперечной компонент силы весов, моменты инерции  $J_x = J_x^m + J_x^{RM}, J_y = J_y^m + J_y^{YM}, J_z = J_z^m + J_z^{PM}$  и коэффициенты демпфирования  $\beta_{RM}, \beta_{PM}, \beta_{YM}$  определяются двумя классическими способами (см., например, [61]): установившимися гармоническими колебаниями или свободными затухающими.

Рассмотрим вариант свободных колебаний, которые можно задать приложением ступенчатой силы (функция Хэвисайда) или ее производной ( $\delta$  — функция Дирака).

Тензометрические весы имеют разнообразные конструкции. Для некоторых конструкций удастся возбуждать колебания для каждой компоненты по отдельности. Весы, изображенные на рисунке 1 Введения, имеют конструкцию, которую широко применяют для измерения нагрузок в аэродинамических трубах. Для такой конструкции внутримодельных весов свободные колебания по отдельной компоненте можно возбудить только для продольной силы. Во всех остальных случаях будут одновременно возбуждаться колебания по компонентам силы и момента. Выберем в качестве типовых три компоненты: продольная и поперечная силы и момент рыскания. Для приложения ступенчатой силы к продольной компоненте весы удобнее располагать вертикально. Для приложения

ступенчатой силы к поперечной компоненте и ступенчатого момента к компоненте момента рыскания весы удобнее располагать горизонтально. Весы имеют две плоскости симметрии  $OXY$  и  $OXZ$ . Это подразумевает, что центры тяжести метрической части компонент весов находятся на оси  $OX$  и, следовательно,  $\Delta y_{AF} = \Delta z_{AF} = \Delta y_{NF} = \Delta z_{NF} = \Delta y_{SF} = \Delta z_{SF} = 0$ . Если весы жестко закрепить в основании, то  $\ddot{x}^1 = \ddot{y}^1 = \ddot{z}^1 = 0$ . Закрепим весы горизонтально в жестком основании, что соответствует следующим условиям:  $\dot{\phi}_{y2} = \dot{\phi}_{z2} = \ddot{\phi}_{y2} = \ddot{\phi}_{z2} = 0$ ;  $\theta = -90^\circ$ ;  $AF^A = 0$ ;  $M = 0$ . Уравнение (1.37) для продольной компоненты преобразуется в следующий вид:

$$M_{AF} A\ddot{F} / k_{AF} + \beta_{AF} A\dot{F} / k_{AF} + AF = -M_{AF} g. \quad (1.38)$$

Учитывая, что член в правой части уравнения представляет собой константу, сделаем замену переменных и сведем уравнение (1.38) к однородному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка. Решение для свободных затухающих колебаний с малым коэффициентом демпфирования хорошо известно (см., например, [61]):

$$AF = AF^0 \exp(-\beta_{AF} t / 2M_{AF}) \cos(\omega t + \varepsilon), \quad (1.39)$$

где  $AF^0$  — первоначальная амплитуда колебаний компоненты силы весов;

$\omega$  — собственная круговая частота колебаний;

$\varepsilon$  — фаза.

Решение (1.39) для амплитуды затухающих колебаний примет вид ( $t = Tn$ ):

$$AF^n = AF^0 \exp(-\beta_{AF} T_{AF} n / 2M_{AF}), \quad (1.40)$$

где  $T_{AF}$  — период колебаний продольной компоненты;  $n = 0, 1, 2, \dots$

Из уравнения (1.40) находим коэффициент демпфирования  $\beta_{AF}$  продольной компоненты силы методом линейной регрессии и логарифмический декремент затухания:

$$\delta_{AF} = \beta_{AF} T_{AF} n / 2M_{AF}, \quad (1.41)$$

где  $\delta_{AF} = \ln AF^n / AF^{n+1}$ .

Коэффициенты демпфирования остальных компонент силы и момента находятся аналогично. Определяем коэффициент жесткости продольной компоненты силы весов, используя известное выражение (см., например, [61]):

$$k_{AF} = M_{AF} \omega_{0AF}^2 = M_{AF} (\omega_{AF}^2 + (\delta_{AF} / T_{AF})^2), \quad (1.42)$$

где  $\omega_{0AF}$  — собственная круговая частота колебаний продольной компоненты в отсутствии демпфирования (резонансная частота).

Аналогично определяем коэффициенты жесткости для других компонент силы. Из уравнения (1.42) следует, что установка груза (модели) на весы уменьшает резонансную частоту  $\omega_{0M} / \omega_0 = \sqrt{M_{AF} / (M_{AF} + M)}$ .

Коэффициенты жесткости компонент момента весов  $k_{RM}$ ,  $k_{YM}$ ,  $k_{PM}$ , определяются в процессе калибровки весов на калибровочном стенде в соответствии с выражением (1.31)  $k_{RM} = RM / \varphi_x$ ,  $k_{YM} = YM / \varphi_y$  и  $k_{PM} = PM / \varphi_z$  соответственно. Закрепим весы горизонтально в жестком основании для определения параметров поперечной силы и момента рыскания, что соответствует следующим условиям:  $\dot{\varphi}_{x2} = \dot{\varphi}_{z2} = \ddot{\varphi}_{x2} = \ddot{\varphi}_{z2} = 0$ ;  $\theta = 0$ ;  $\gamma = 90^\circ$ ;  $SF^A = 0$ ;  $YM^A = 0$ . Колебания осуществляются в вертикальной плоскости с малой амплитудой  $\varphi_{y2} = \theta_2 = 0$  (1) в соответствии с оценкой, данной во Введении. Уравнения (1.37) для свободных затухающих колебаний поперечной силы и момента рыскания преобразуются в следующий вид:

$$(M + M_{SF}) S\ddot{F} / k_{SF} + \beta_{SF} S\dot{F} / k_{SF} + SF = Y\ddot{M} / k_{YM} (M \Delta x + M_{SF} \Delta x_{SF}) + (M + M_{SF}) g; \quad (1.43)$$

$$YM + \beta_{YM} / k_{YM} Y\dot{M} + J_y / k_{YM} Y\ddot{M} = -g Y M_G. \quad (1.44)$$

Решение для амплитуд уравнения (1.44) примет следующий вид ( $t = T_{YM} n$ ):

$$YM^n = YM^0 \exp(-\beta_{YM} T_{YM} n / 2J_y), \quad (1.45)$$

где  $T_{YM}$  — период колебаний компоненты момента рыскания;

$n = 0, 1, 2, \dots$

Выражение для декремента колебаний момента рыскания выписываем, используя выражение (1.41) и учитывая соответствие коэффициентов в уравнениях сил и моментов (таблица 1.6), следующим образом:

$$\delta_{YM} = \beta_{YM} T_{YM} / 2J_y. \quad (1.46)$$

Из уравнения (1.45) определяем отношение  $\delta_{YM}/T_{YM}$  методом линейной регрессии. Выражение для коэффициента жесткости момента рыскания выглядит по аналогии с (1.42) следующим образом:

$$k_{YM} = J_y \omega_{0YM}^2 = J_y (\omega_{YM}^2 + (\delta_{YM}/T_{YM})^2). \quad (1.47)$$

Из выражения (1.47) определяем момент инерции  $J_y$ , а из выражения (1.46) — коэффициент демпфирования:

$$\beta_{YM} = 2k_{YM} \delta_{YM} / (T_{YM} (\omega_{YM}^2 + (\delta_{YM}/T_{YM})^2)). \quad (1.48)$$

Уравнение (1.43) неоднородное. Упростим правую часть этого уравнения с учетом следующих предположений. При приложении ступенчатой поперечной силы одновременно возбуждаются колебания и поперечной силы, и момента рыскания из-за наличия массы груза (модели) и масс метрических частей этих компонент. Частота собственных колебаний поперечной силы существенно больше, чем момента рыскания. Колебания поперечной силы затухают существенно быстрее колебаний момента рыскания. Поэтому для определения коэффициентов жесткости и демпфирования поперечной компоненты силы будем пренебрегать затуханием колебаний момента рыскания на интервале времени затухания колебаний поперечной силы и представим показания момента рыскания в виде:

$$YM = YM^0 \sin(\omega_{YM} t + \varphi).$$

Константы  $YM^0$  и  $\varphi$  определяем из условия соответствия этой функции экспериментальным данным. Тогда решение уравнения (1.43) имеет следующий вид (см., например, [61]):

$$SF = (M + M_{SF})g + \exp(-\beta_{SF}t/2(M + M_{SF}))C \sin(\omega_{SF}t + \varphi_1) - \\ - YM^0 \omega_{YM}^2 k_{SF}/k_{YM} (M \Delta x + M_{SF} \Delta x_{SF}) / (M + M_{SF}) \sin(\omega_{YM}t + \varphi - \varepsilon) / \\ / \sqrt{(\omega_{SF}^2 + (\beta_{SF}t/2(M_{SF} + M))^2 - \omega_{YM}^2)^2 + \beta_{SF}^2 \omega_{YM}^2 / (M + M_{SF})^2}, \quad (1.49)$$

где  $tg \varepsilon = \beta_{SF} \omega_{YM} / (M_{SF} + M)(\omega_{0SF}^2 - \omega_{YM}^2)$ ;

$$\omega_{0SF}^2 = \omega_{SF}^2 + (\beta_{SF}/2(M_{SF} + M))^2.$$

Константы  $C$  и  $\varphi_1$  определяем из условия соответствия решения (1.49) экспериментальным данным. Пренебрегая членами с  $\beta_{SF}$  в третьем слагаемом уравнения (1.49) в силу их малости  $\beta_{SF}/2(M_{SF} + M) \ll \omega_{SF}$ , определяем коэффициент демпфирования  $\beta_{SF}$  методом линейной регрессии. Коэффициент жесткости определяем по аналогии с вариантом для продольной силы (1.42):

$$k_{SF} = (M_{SF} + M)\omega_{SF}^2 + \beta_{SF}^2/4(M_{SF} + M). \quad (1.50)$$

Соответствующие параметры для нормальной компоненты силы, моментов крена и тангажа определяются аналогично.

Чтобы определить отдельно моменты инерции модели  $J_x^m, J_y^m, J_z^m$  и метрической части весов  $J_x^{RM}, J_y^{YM}, J_z^{PM}$  следует сначала выполнить эксперименты с заданием свободных колебаний по очереди относительно осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  для весов без модели, а затем с установленной на весах моделью.

### 1.3.5. Определение координат центра масс метрических частей компонент весов

В разделе 1.3.4 остались не определенными параметры метрических частей компонент весов  $\Delta x_{AF}, \Delta y_{AF}, \Delta z_{AF}, \Delta x_{NF}, \Delta y_{NF}, \Delta z_{NF}, \Delta x_{SF}, \Delta y_{SF}, \Delta z_{SF}, R_{RM}, \Delta x_{RM}, R_{YM}, R_{PM}, \Delta y_{YM}, \Delta z_{PM}$ . Для определения части этих параметров используем равномерное вращение весов поочередно вокруг осей  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$ , что соответствует следующим условиям:  $\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 = \ddot{z}_1 = \ddot{\varphi}_{x1} = \ddot{\varphi}_{y1} = \ddot{\varphi}_{z1} = \ddot{\varphi}_{x2} = \ddot{\varphi}_{y2} = \ddot{\varphi}_{z2} = 0$ . Тангенциальные силы при таком движении отсутствуют. На компоненты сил весов будут действовать центробежные силы и вес весов, а на компоненты момента — моменты, создаваемые центробежными силами и весом

весов. При вращении вокруг оси  $OX$  ( $\dot{\varphi}_{x1} = \dot{\varphi}_{x2} = \omega_x$ ;  $\omega_x = \text{const}$ ) уравнения (1.37) для нормальной и поперечной компонент силы, моментов тангажа и рыскания примут наиболее простой вид, когда весы установлены под углом тангажа  $\theta = 90^\circ$ :

$$M_{NF} N\ddot{F}/k_{NF} + \beta_{NF} N\dot{F}/k_{NF} + NF - M_{NF} \omega_x^2 \Delta y_{NF} - M_{NF} g = 0, \quad (1.51)$$

$$M_{SF} S\ddot{F}/k_{SF} + \beta_{SF} S\dot{F}/k_{SF} + SF - M_{SF} \omega_x^2 \Delta z_{SF} = 0, \quad (1.52)$$

$$J_z^{PM}/k_{PM} P\ddot{M} + \beta_{PM}/k_{PM} P\dot{M} + PM - PM_G g(\sin \varphi_{z0} + \cos \varphi_{z0}) + PM_G \omega_x^2 R_{PM} \sin \varphi_{z0} \cos \varphi_{z0} = 0; \quad (1.53)$$

$$J_y^{YM}/k_{YM} Y\ddot{M} + \beta_{YM}/k_{YM} Y\dot{M} + YM + YM_G g \sin \varphi_{y0} - YM_G \omega_x^2 R_{YM} \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0} = 0. \quad (1.54)$$

При вращении вокруг оси  $OY$  ( $\dot{\varphi}_{y1} = \dot{\varphi}_{y2} = \omega_y$ ;  $\omega_y = \text{const}$ ) уравнения (1.37) для продольной и поперечной компонент силы, моментов крена и тангажа примут наиболее простой вид, когда весы установлены под нулевыми углами тангажа и крена  $\theta = 0$ ;  $\gamma = 0$ :

$$M_{AF} A\ddot{F}/k_{AF} + \beta_{AF} A\dot{F}/k_{AF} + AF + M_{AF} \omega_y^2 \Delta x_{AF} = 0; \quad (1.55)$$

$$M_{SF} S\ddot{F}/k_{SF} + \beta_{SF} S\dot{F}/k_{SF} + SF - M_{SF} \omega_y^2 \Delta z_{SF} = 0; \quad (1.56)$$

$$J_x^{RM}/k_{RM} R\ddot{M} + \beta_{RM}/k_{RM} R\dot{M} + RM + RM_G \omega_y^2 R_{RM} \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0} = 0; \quad (1.57)$$

$$J_z^{PM}/k_{PM} P\ddot{M} + \beta_{PM}/k_{PM} P\dot{M} + PM - RM_G \omega_y^2 R_{PM} \sin \varphi_{z0} \cos \varphi_{z0} = 0. \quad (1.58)$$

При вращении вокруг оси  $OZ$  ( $\dot{\varphi}_{z1} = \dot{\varphi}_{z2} = \omega_z$ ;  $\omega_z = \text{const}$ ) уравнения (1.37) для продольной и нормальной компонент силы, моментов крена и рыскания примут наиболее простой вид, когда весы установлены под нулевым углом тангажа  $\theta = 0$  и углом крена  $\gamma = 90^\circ$ :

$$M_{AF} A\ddot{F}/k_{AF} + \beta_{AF} A\dot{F}/k_{AF} + AF + M_{AF} \omega_z^2 \Delta x_{AF} = 0; \quad (1.59)$$

$$M_{NF} N\ddot{F}/k_{NF} + \beta_{NF} N\dot{F}/k_{NF} + NF - M_{NF} \omega_z^2 \Delta y_{NF} - M_{NF} g = 0; \quad (1.60)$$

$$J_x^{RM}/k_{RM} R\ddot{M} + \beta_{RM}/k_{RM} R\dot{M} + RM + RM_G g(\sin \varphi_{x0} - \cos \varphi_{x0}) - RM_G \omega_z^2 R_{RM} \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0} = 0 \quad (1.61)$$

$$J_y^{YM}/k_{YM}Y\ddot{M} + \beta_{YM}/k_{YM}Y\dot{M} + YM + YM_G g \cos \varphi_{y0} + \\ + YM_G \omega_z^2 R_{YM} \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0} = 0. \quad (1.62)$$

Поскольку вращения вокруг осей установившиеся, а свободные члены в уравнениях (1.51)–(1.62) константы, то производные от компонентов сил и моментов равны нулю. По результатам вращения весов определим часть искомых параметров весов. Параметр  $\Delta x_{AF}$  можно определить из решения уравнений (1.55) или (1.59):

$$\Delta x_{AF} = -AF/M_{AF}\omega_y^2; \quad \Delta x_{AF} = -AF/M_{AF}\omega_z^2. \quad (1.63)$$

Параметр  $\Delta y_{NF}$  можно определить из решения уравнений (1.51) или (1.60):

$$\Delta y_{NF} = (NF/M_{NF} - g)\omega_x^2; \quad \Delta y_{NF} = (NF/M_{NF} - g)\omega_z^2. \quad (1.64)$$

Параметр  $\Delta z_{SF}$  можно определить из решения уравнений (1.52) или (1.56):

$$\Delta z_{SF} = SF/M_{SF}\omega_x^2; \quad \Delta z_{SF} = SF/M_{SF}\omega_y^2. \quad (1.65)$$

Параметр  $R_{RM}$  можно определить из решения уравнений (1.57) или (1.61):

$$R_{RM} = -RM/RM_G \omega_y^2 \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0}; \\ R_{RM} = RM/RM_G \omega_z^2 \sin \varphi_{x0} \cos \varphi_{x0} + g(1/\cos \varphi_{x0} - 1/\sin \varphi_{x0})/\omega_z^2. \quad (1.66)$$

Параметр  $R_{PM}$  можно определить из решения уравнений (1.53) или (1.58):

$$R_{PM} = -PM/PM_G \omega_z^2 R_{PM} \sin \varphi_{z0} \cos \varphi_{z0} + g(1/\cos \varphi_{z0} - 1/\sin \varphi_{z0})/\omega_x^2. \\ R_{PM} = PM/PM_G \omega_y^2 \sin \varphi_{z0} \cos \varphi_{z0}. \quad (1.67)$$

Параметр  $R_{YM}$  можно определить из решения уравнений (1.54) или (1.62):

$$R_{YM} = YM/YM_G \omega_x^2 R_{YM} \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0} + g/\omega_x^2 \cos \varphi_{y0}; \\ R_{YM} = -(YM/YM_G \omega_z^2 \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0} + g/\omega_z^2 \sin \varphi_{y0}). \quad (1.68)$$

Параметры весов определяются из того уравнения, которое обеспечивает наименьшую его погрешность.

В предыдущих разделах определены с помощью свободных колебаний параметры весов, закрепленных в жестком основании, что соответствует следующим условиям:  $\ddot{x}_1 = \ddot{y}_1 = \ddot{z}_1 = \dot{\varphi}_{x1} = \dot{\varphi}_{y1} = \dot{\varphi}_{z1} = 0$ ;  $\dot{\varphi}_{x2} = \dot{\varphi}_x$ ;  $\dot{\varphi}_{y2} = \dot{\varphi}_y$ ;  $\dot{\varphi}_{z2} = \dot{\varphi}_z$ .

С учетом этих условий уравнения (1.25) преобразуются в следующий вид:

$$M_i \ddot{F}_i / k_i + \beta_i \dot{F}_i / k_i + F_i - F_i^S = 0; \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.69)$$

Угловое положение весов при свободных колебаниях будем использовать такое же, как и при вращении весов. При колебаниях вокруг оси  $OX$  ( $\dot{\phi}_y = \dot{\phi}_z = 0$ ;  $\theta = 90^\circ$ ) уравнения (1.69) для нормальной и поперечной компонент силы с учетом закона Гука для кручения и изгиба  $RM = k_{RM} \varphi_x$ ,  $PM = k_{PM} \varphi_z$ ,  $YM = k_{YM} \varphi_y$  примут следующий вид:

$$M_{NF} / k_{NF} N \ddot{F} + \beta_{NF} / k_{NF} N \dot{F} + NF - M_{NF} (R \ddot{M} / k_{RM} \Delta z_{NF} + (R \dot{M} / k_{RM})^2 \Delta y_{NF} + g) = 0; \quad (1.70)$$

$$M_{SF} / k_{SF} S \ddot{F} + \beta_{SF} / k_{SF} S \dot{F} + SF - M_{SF} (-R \ddot{M} / k_{RM} \Delta y_{SF} + (R \dot{M} / k_{RM})^2 \Delta z_{SF}) = 0; \quad (1.71)$$

Уравнения (1.37) для компонент моментов тангажа и рыскания выразятся следующим образом:

$$J_z^{PM} / k_{RM} P \ddot{M} + \beta_{RM} / k_{RM} P \dot{M} + PM - PM_G g (\sin \varphi_{z0} + \cos \varphi_{z0}) + PM_G \cos \varphi_{z0} (R \ddot{M} / k_{RM} \Delta z_{PM} + (R \dot{M} / k_{RM})^2 R_{PM} \sin \varphi_{z0}) = 0; \quad (1.72)$$

$$J_y^{YM} / k_{YM} Y \ddot{M} + \beta_{YM} / k_{YM} Y \dot{M} + YM + YM_G g \sin \varphi_{y0} + YM_G (R \ddot{M} / k_{RM} \Delta y_{YM} \cos \varphi_{y0} - (R \dot{M} / k_{RM})^2 R_{YM} \sin \varphi_{y0} \cos \varphi_{y0}) = 0. \quad (1.73)$$

При колебаниях вокруг оси  $OY$  ( $\dot{\phi}_x = \dot{\phi}_z = 0$ ;  $\theta = \gamma = 0$ ) уравнения (1.69) для продольной и поперечной компонент силы примут следующий вид:

$$M_{AF} / k_{AM} A \ddot{F} + \beta_{AF} / k_{AM} A \dot{F} + AF - M_{AF} (Y \ddot{M} / k_{YM} \Delta z_{AF} + (Y \dot{M} / k_{YM})^2 \Delta x_{AF}) = 0; \quad (1.74)$$

$$M_{SF} / k_{SF} S \ddot{F} + \beta_{SF} / k_{SF} S \dot{F} + SF - M_{SF} (Y \ddot{M} / k_{YM} \Delta x_{SF} + (Y \dot{M} / k_{YM})^2 \Delta z_{SF}) = 0. \quad (1.75)$$

Уравнения (1.37) для компонент моментов крена и тангажа выразятся следующим образом:

$$J_x^{RM} / k_{RM} R \ddot{M} + \beta_{RM} / k_{RM} R \dot{M} + RM + RM_G \cos \varphi_{x0} (Y \ddot{M} / k_{YM} \Delta x_{RM} + (Y \dot{M} / k_{YM})^2 R_{RM} \sin \varphi_{x0}) = 0; \quad (1.76).$$

$$J_z^{PM}/k_{PM}P\ddot{M} + \beta_{PM}/k_{PM}P\dot{M} + PM + J_z\ddot{\varphi}_{z1} + \\ + PM_G \sin \varphi_{z0} (Y\ddot{M}/k_{YM}\Delta z_{PM} - (Y\dot{M}/k_{YM})^2 R_{PM} \cos \varphi_{z0}) = 0. \quad (1.77)$$

При колебаниях вокруг оси  $OZ$  ( $\dot{\varphi}_x = \dot{\varphi}_y = 0$ ;  $\theta = 0$ ;  $\gamma = 90^\circ$ ) уравнения (1.69) для продольной и нормальной компонент силы примут следующий вид:

$$M_{AF}/k_{AM}A\ddot{F} + \beta_{AF}/k_{AM}A\dot{F} + AF + \\ + M_{AF}(P\ddot{M}/k_{PM}\Delta y_{AF} + (P\dot{M}/k_{PM})^2 \Delta x_{AF}) = 0; \quad (1.78)$$

$$M_{NF}/k_{NF}N\ddot{F} + \beta_{NF}/k_{NF}N\dot{F} + NF - \\ - M_{NF}(-P\ddot{M}/k_{PM}\Delta x_{NF} + (P\dot{M}/k_{PM})^2 \Delta y_{NF} + g) = 0. \quad (1.79)$$

Уравнения (1.37) для компонент моментов крена и рыскания выразятся следующим образом:

$$J_x^{RM}/k_{RM}R\ddot{M} + \beta_{RM}/k_{RM}R\dot{M} + RM + RM_G g(\sin \varphi_{x0} - \cos \varphi_{x0}) + \\ + RM_G \sin \varphi_{x0} (P\ddot{M}/k_{PM}\Delta x_{RM} - (P\dot{M}/k_{PM})^2 R_{RM} \cos \varphi_{x0}) = 0; \quad (1.80)$$

$$J_y^{YM}/k_{YM}Y\ddot{M} + \beta_{YM}/k_{YM}Y\dot{M} + YM + \\ + YM_G \sin \varphi_{y0} (P\ddot{M}/k_{PM}\Delta y_{YM} + (P\dot{M}/k_{PM})^2 R_{YM} \cos \varphi_{y0}). \quad (1.81)$$

Координаты центра масс метрической части продольной компоненты силы весов  $\Delta y_{AF}$ ,  $\Delta z_{AF}$  определяются методом наименьших квадратов с использованием уравнений (1.78) и (1.74) соответственно. Координаты центра масс метрической части нормальной компоненты силы весов  $\Delta x_{NF}$ ,  $\Delta z_{NF}$  определяются аналогично из уравнений (1.79) и (1.70) соответственно. Координаты центра масс метрической части поперечной компоненты силы весов  $\Delta x_{SF}$ ,  $\Delta y_{SF}$  определяются аналогично из уравнений (1.75) и (1.71) соответственно. Продольная координата центра масс метрической части компоненты момента крена весов  $\Delta x_{RM}$  определяется методом наименьших квадратов из уравнений (1.76) или (1.80). Нормальная координата центра масс метрической части компоненты момента рыскания весов  $\Delta y_{YM}$  определяется из уравнений (1.73) или (1.81). Поперечная координата центра масс метрической части компоненты момента тангажа весов  $\Delta z_{PM}$  определяется из уравнений (1.72) или (1.77). Каждый параметр весов определяется из того уравнения, которое дает наименьшую его погрешность. Показания компонент

весов в уравнениях, которые не приведены, будут представлять затухающую синусоиду.

Верификация разработанного метода представлена в разделе 4.3 Главы 4, а экспериментальная проверка — в разделе 5.1 Главы 5.

#### **1.4. Метод учета веса модели и метрических частей компонент тензометрических весов на их показания**

О необходимости исключения из результатов весовых испытаний систематических ошибок, обусловленных влиянием веса модели и элементов конструкции тензометрических весов на их показания, указано в работах [51], [62]. Для решения этой задачи перепишем уравнения (1.37) для условий, когда отсутствуют инерционные и аэродинамические нагрузки:

$$\begin{aligned}
 X^0 &= (G_M + G_x) \sin \theta; \\
 Y^0 &= G_y - (G_M + G_y) \cos \theta \cos \gamma; \\
 Z^0 &= (G_M + G_z) \cos \theta \sin \gamma; \\
 M_x^0 &= G_M \cos \theta (\Delta y \sin \gamma + \Delta z \cos \gamma) + M_{xG} [\cos \theta \sin (\gamma + \gamma_0) - \sin \gamma_0]; \\
 M_y^0 &= -G_M (\Delta x \cos \theta \sin \gamma + \Delta z \sin \theta) - M_{yG} (\cos \theta \sin \gamma \cos \psi_0 + \sin \theta \sin \psi_0); \\
 M_z^0 &= G_M (-\Delta x \cos \theta \cos \gamma + \Delta y \sin \theta) + M_{zG} [\cos \theta_0 (1 - \cos \theta \cos \gamma) + \sin \theta \sin \theta_0].
 \end{aligned} \tag{1.82}$$

##### **1.4.1. Определение веса компонент тензометрических весов**

Весовые параметры компонент тензометрических весов определяются из решения системы уравнений (1.82) при изменении углов тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  изолированных тензометрических весов ( $G_M = 0$ ) [72]. Для вычисления девяти искомых величин  $G_x, G_y, G_z, M_{xG}, M_{yG}, M_{zG}, \theta_0, \psi_0, \gamma_0$  достаточно двух экспериментальных точек для уравнений силы и трех — для уравнений момента, причем одна из экспериментальных точек должна быть получена при условиях, соответствующих калибровке весов: углы тангажа и крена весов равны нулю.

В качестве примера в таблице 1.8 приведены результаты решения системы (1.82) для внутримодельных весов с использованием 56 экспериментальных точек (доверительный интервал был принят равным 95%).

Таблица 1.8 — Весовые параметры компонент тензометрических весов

| Параметр<br>(единицы измерения) | Значение | Погрешность<br>(отнесенная к половине<br>диапазона весов) |
|---------------------------------|----------|-----------------------------------------------------------|
| $G_x$ (Н)                       | 169,7    | $\pm 1,1$ (0,036%)                                        |
| $G_y$ (Н)                       | 174,9    | $\pm 1,4$ (0,005%)                                        |
| $G_z$ (Н)                       | 171,9    | $\pm 0,8$ (0,017%)                                        |
| $M_{xG}$ (Н·м)                  | 0,09     | $\pm 0,1$ (0,008%)                                        |
| $M_{yG}$ (Н·м)                  | 43,2     | $\pm 0,3$ (0,014%)                                        |
| $M_{zG}$ (Н·м)                  | 40,2     | $\pm 0,3$ (0,005%)                                        |
| $\theta_0$ (гр.)                | -0,96    | $\pm 0,72$                                                |
| $\psi_0$ (гр.)                  | 0,19     | $\pm 0,42$                                                |
| $\gamma_0$ (гр.)                | 100,80   | $\pm 45,36$                                               |

Сигналы тензовесов регистрировались измерительной системой MGCplus. Класс точности усилителей составлял 0,0025%. Следует отметить, что погрешность определения параметров веса динамометра составила 0,005 – 0,036% от диапазона компонент весов, что существенно ниже погрешности, получаемой при калибровке. Типичная погрешность, получаемая при калибровке весов, находится на уровне 0,05–0,1%. Большая погрешность определения параметра  $\gamma_0$  и низкий коэффициент корреляции для уравнения  $M_x$  обусловлены близкими к нулевому значению параметра  $M_{xG}$ . Величины коэффициентов корреляции для

всех шести уравнений представлены в таблице 1.9. Все величины, за исключением уравнения  $M_x$ , близки к единице.

Таблица 1.9 — Коэффициенты корреляции компонент весов

| Параметры              | $X$    | $Y$    | $Z$    | $M_x$  | $M_y$  | $M_z$  |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Коэффициент корреляции | 0,9996 | 0,9994 | 0,9998 | 0,2653 | 0,9996 | 0,9996 |

#### 1.4.2. Определение веса модели и координат точки его приложения

Анализ уравнений системы (1.82) показывает, что только для компонент силы  $X$  и  $Z$  уравнения имеют одинаковые функциональные зависимости от угла тангажа и крена для веса модели и динамометра. Для других компонент функциональные зависимости различаются. Это и является причиной разделения задачи определения веса модели и динамометра на две.

Система уравнений (1.82) переопределена относительно веса модели и координат его приложения. Для определения неизвестных  $G_m$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  выбираются те уравнения, из решения которых искомые неизвестные вычисляются с наименьшей погрешностью. Так же, как и в случае определения веса динамометра, измерения производятся при нескольких значениях углов тангажа  $\theta$  и (или) крена  $\gamma$  весов, а значения искомых величин определяются методом линейной регрессии. Процесс определения этих параметров является итерационным в силу нелинейности уравнений измерения весов. В качестве нулевого приближения можно использовать нулевые значения параметров. Процесс сходится очень быстро: достаточно нескольких итераций для достижения требуемой точности.

В качестве примера в таблице 1.10 приведены результаты определения весовых параметров модели в отсутствии потока при изменении углов тангажа (20 экспериментальных отсчетов, каждый из которых состоит из 30 измерений).

Погрешность веса модели, приведенная к половине диапазона компоненты  $X$  весов, составила 0,02%. В таблице 1.11 представлены коэффициенты корреляции для всех уравнений. Нулевое значение коэффициента корреляции в уравнении компоненты  $Z$  связано с тем, что угол крена весов в эксперименте был равен нулю.

Таблица 1.10 — Вес модели и координаты его приложения

| Параметр (единицы измерения) | Значение | Погрешность   | Из какого уравнения получена величина |
|------------------------------|----------|---------------|---------------------------------------|
| $G_M$ (Н)                    | 2622,8   | $\pm 0,6$     | $X$                                   |
| $\Delta x$ (м)               | 0,0337   | $\pm 0,0005$  | $M_z$                                 |
| $\Delta y$ (м)               | -0,02109 | $\pm 0,00008$ | $M_z$                                 |
| $\Delta z$ (м)               | 0,00036  | $\pm 0,00004$ | $M_y$                                 |

Таблица 1.11 Коэффициенты корреляции компонент весов

| Уравнение              | $X$     | $Y$     | $Z$ | $M_x$   | $M_y$   | $M_z$   |
|------------------------|---------|---------|-----|---------|---------|---------|
| Коэффициент корреляции | 1,00000 | 0,99994 | 0,0 | 0,67042 | 0,93979 | 0,99998 |

#### 1.4.3. Метод учета веса модели и веса метрических частей компонент тензометрических весов

В процессе испытаний нулевые показания тензометрических весов регистрируются, когда модель установлена на весах и, следовательно, вес модели влияет на показания весов. Кроме того, в аэродинамической трубе практически невозможно точно установить нулевые значения углов тангажа и крена весов. Если матрица весов была бы диагональная, то вышеупомянутые замечания не имели бы значения. Как правило, уравнения измерения многокомпонентных тензометрических весов являются нелинейными (уравнения (1) Введения), и это приходится учитывать как при определении веса модели, так и при обработке

результатов испытаний. Вычислим нулевые показания весов, которые соответствуют условиям их калибровки (отсутствие нагрузок на весы,  $\theta = 0$ ,  $\gamma = 0$ ):

$$\begin{aligned} n'_{0x} &= n_{0x} - f_x(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \\ n'_{0y} &= n_{0y} - f_y(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \\ n'_{0z} &= n_{0z} - f_z(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \\ n'_{0M_x} &= n_{0M_x} - f_{M_x}(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \\ n'_{0M_y} &= n_{0M_y} - f_{M_y}(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \\ n'_{0M_z} &= n_{0M_z} - f_{M_z}(X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0) \end{aligned},$$

где  $n'_{0x}$  — нулевые показания компонент весов, соответствующие условиям их калибровки;

$n_0$  — нулевые показания компонент весов, измеренные в испытаниях;

$f$  — обращенная система уравнений (1) Введения в виде зависимости электрических сигналов от приложенной нагрузки;

$X^0, Y^0, Z^0, M_x^0, M_y^0, M_z^0$  — функции, приведенные в системе уравнений (1.82).

В процессе испытаний суммарные нагрузки, действующие на весы, определяются по формулам:

$$\begin{aligned} X_{\text{изм}} &= f_x^1(n_x - n'_{0x}); & M_{X_{\text{изм}}} &= f_{M_x}^1(n_{M_x} - n'_{0M_x}); \\ Y_{\text{изм}} &= f_y^1(n_y - n'_{0y}); & M_{Y_{\text{изм}}} &= f_{M_y}^1(n_{M_y} - n'_{0M_y}); \\ Z_{\text{изм}} &= f_z^1(n_{M_z} - n'_{0z}). & M_{Z_{\text{изм}}} &= f_{M_z}^1(n_{M_z} - n'_{0M_z}). \end{aligned}$$

где  $f^1$  — система уравнений (1) Введения;

$n_x, n_y, n_z, n_{M_x}, n_{M_y}, n_{M_z}$  — текущие показания тензометрических весов.

Аэродинамические нагрузки определяются по следующим формулам:

$$X_{\text{аэр}} = X_{\text{изм}} - X^0;$$

$$Y_{\text{аэр}} = Y_{\text{изм}} - Y^0;$$

$$Z_{\text{аэр}} = Z_{\text{изм}} - Z^0.$$

$$M_{X_{\text{аэр}}} = M_{X_{\text{изм}}} - M_X^0;$$

$$M_{Y_{\text{аэр}}} = M_{Y_{\text{изм}}} - M_Y^0;$$

$$M_{Z_{\text{аэр}}} = M_{Z_{\text{изм}}} - M_Z^0.$$

где индекс «изм» относится к суммарным нагрузкам, действующим на весы;

индекс «аэр» — к аэродинамическим нагрузкам, действующим на модель и весы.

Разработанный метод позволяет определять вес динамометра для различных способов калибровки весов. Для этого требуется использовать соответствующие уравнения для условий конкретной калибровки. Для корректного определения веса метрических частей компонент весов одно из измерений должно быть выполнено при таких же значениях углов тангажа и крена весов, как и при их калибровке.

Процесс вычисления веса модели является итерационным. Он сходится достаточно быстро, поскольку члены взаимных влияний в уравнениях измерения (1) малы по сравнению с диагональными членами. Метод позволяет контролировать точность и работоспособность весов путем сравнения веса модели, измеренного с помощью тензометрических весов и однокомпонентного динамометра с классом точности 0,01–0,02%.

Разработанный метод позволяет учитывать нелинейность матрицы (уравнений измерения) шестикомпонентных весов при определении веса модели и при обработке результатов испытаний.

Метод учета веса динамометра и модели заключается в вычислении нулевых показаний, соответствующих условиям калибровки. Для стендов ЦАГИ условия заключаются, как правило, в отсутствии предварительной нагрузки на весы и нулевых значениях углов тангажа и крена измерительной системы координат. Суть метода эквивалентна процессу демонтажа модели с весов и установке весов в положение, соответствующее их установке на калибровочном стенде для измерения нулевых показаний. Такой подход позволяет рассматривать тензометрические весы как прибор для измерения абсолютных величин и контролировать их работоспособность путем сравнения нулевых показаний в

процессе испытаний в аэродинамической трубе с измерениями при калибровке. При этом появляется возможность вычислять суммарные нагрузки, действующие на весы, и, как следствие, контролировать предельные нагрузки. Кроме того, при нулевом значении угла крена модели диапазон максимальной подъемной силы, действующей на весы, расширяется на величину веса модели.

### **1.5. Два метода измерения массы движущегося объекта**

Разработанный в разделе 1.3 метод можно применить к задаче об измерении массы грузов в движении [55]. Методы определения массы движущегося объекта базируются на показаниях динамометра, взвешивающего платформу с движущимся грузом [63, 64]. Рассмотрим два метода измерения массы движущегося груза с помощью однокомпонентного тензометрического динамометра. Схема измерения приведена на рисунке 1.12. Динамометр 3 крепится к неподвижному основанию. К элементу крепления платформы крепится платформа 2, по которой перемещается груз 1 массой  $M$ . Направление измерения динамометра совпадает с направлением действия ускорения свободного падения.

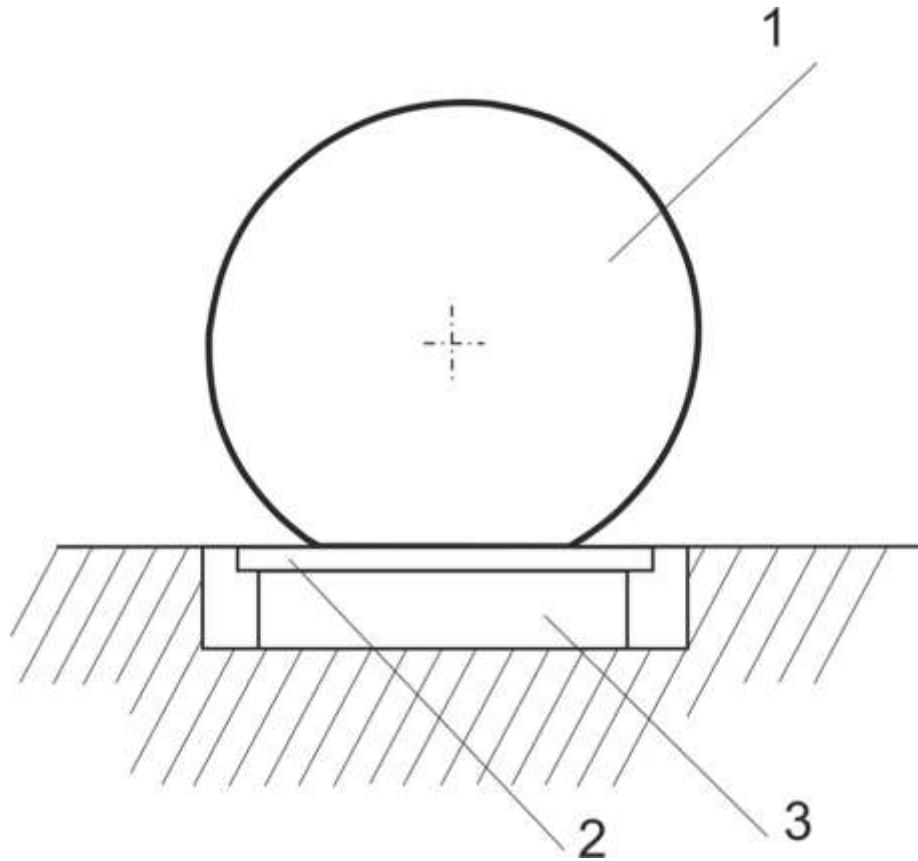


Рисунок 1.12 — Схема измерения массы движущегося груза  
(1 — груз; 2 — платформа; 3 — динамометр).

### 1.5.1. Первый метод измерения массы движущегося объекта

Уравнение (1.37) для продольной силы применительно к данной задаче имеет следующий вид:

$$M = (F + \beta/k\dot{F} + m/k\ddot{F}) / (g - \ddot{F}/k), \quad (1.83)$$

где  $M$  — искомая масса движущегося объекта;

$m$  — масса метрической части динамометра и платформы;

$k$  — коэффициент жесткости динамометра;

$F$  — показания динамометра;

$\dot{F}$  и  $\ddot{F}$  — первая и вторая производные по времени показаний динамометра;

$\beta$  — коэффициент демпфирования динамометра;

$g$  — ускорение свободного падения в месте измерения.

### 1.5.2. Второй метод измерения массы движущегося объекта

Второй метод измерения массы основан на колебаниях, образующихся при движении груза по платформе. Собственная круговая частота  $\omega_0$  колебаний динамометра с нулевым демпфированием (резонансная частота) с платформой выражается через коэффициент его жесткости  $k$  и суммарную массу платформы и метрической части динамометра известным соотношением (см., например, [61]):

$$\omega_0^2 = k/m. \quad (1.84)$$

Собственная круговая частота весов связана с резонансной частотой следующим выражением [61]:

$$\omega_0^2 = \omega^2 + (\beta/2m)^2. \quad (1.85)$$

Выпишем аналогичные соотношения для груза массой  $M$ , установленного на платформе:

$$\omega_{0L}^2 = k/(m + M); \quad (1.86)$$

$$\omega_{0L}^2 = \omega_L^2 + \left( \frac{\beta}{2(m + M)} \right)^2, \quad (1.87)$$

где  $\omega_L$  — собственная частота колебаний динамометра с платформой и грузом;  
 $\omega_{0L}$  — собственная частота колебаний динамометра с платформой и грузом в отсутствии демпфирования.

Из решения системы уравнений (1.84)–(1.87) получаем выражение для определения искомой массы груза:

$$M = m \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{\beta}{2m\omega} \right)^2 \right) \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{\beta^2 \omega_L^2}{m^2 \omega^4 \left( 1 + \left( \frac{\beta}{2m\omega} \right)^2 \right)^2}} \right) - 1 \right] \quad (1.88)$$

Для высокопрочной стали, из которой изготавливают динамометры, коэффициент демпфирования  $\beta$  мал, а частота собственных колебаний  $\omega$  высока. Разложим выражение (1.88) в ряд по квадрату малого параметра  $\beta/(2m\omega)$  и, пренебрегая членами следующего порядка малости, получим:

$$M \approx m \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \left\{ 1 + \left( \frac{\beta}{2m\omega} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{\omega_L}{\omega} \right)^2 \right) \right\} - 1 \right]. \quad (1.89)$$

В первом приближении выражение (1.88) сводится к следующему виду:

$$M \approx m \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 - 1 \right]. \quad (1.90)$$

Оценим, как соотносятся относительные погрешности измерения массы  $\delta M$  и частоты колебаний. Будем предполагать, что погрешности измерения частот  $\omega$  и  $\omega_L$  одинаковые. Из выражения (1.90) получим:

$$\delta M = \frac{\Delta M}{M} = 2 \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 - 1 \right]^{-1} \left[ \left( \frac{\omega}{\omega_L} \right)^2 + 1 \right]^{-1/2} \frac{\Delta \omega}{\omega}, \quad (1.91)$$

где  $\Delta M$  — погрешность измерения массы груза;

$\Delta \omega$  — погрешность измерения круговой частоты.

Масса измеряемого груза, как правило, многократно превышает массу метрической части динамометра с платформой:  $M \gg m$ . В соответствии с выражением (1.90) имеем  $\omega_L \ll \omega$ . В этом случае выражение (1.91) сводится к следующему виду:

$$\delta M \approx 2 \frac{\omega}{\omega_L} \frac{\Delta \omega}{\omega}.$$

Для применения полученных уравнений (1.83) и (1.88) необходимо определить массу весовой платформы вместе с массой метрической части динамометра  $m$ , коэффициенты жесткости  $k$  и демпфирования  $\beta$  динамометра. Массу метрической части динамометра определяем при изменении угла оси чувствительности (направления измерения) динамометра по отношению к горизонтальной плоскости (угол тангажа) (первое уравнение в системе (1.82)).

Коэффициенты  $\beta$  и  $k$  определяем двумя способами. Первый способ основан на вынужденных гармонических колебаниях. Динамометр совместно с платформой монтируют на вибростенд элементом соединения динамометра с основанием. На элемент соединения динамометра с основанием устанавливают устройство измерения ускорения, например, акселерометр. Вибростенд задает установившиеся гармонические колебания элемента соединения динамометра с основанием при различных значениях частоты. Коэффициенты  $\beta$  и  $k$  определяют методом линейной регрессии по показаниям динамометра и акселерометра с использованием следующих уравнений:

$$\begin{aligned} k &= m\omega_0^2; \\ \omega_0 &= \omega \sqrt{F^0 / (F^0 - m\ddot{x}_1^0 \cos \Delta\varphi)}; \\ \beta &= \omega m^2 \ddot{x}_1^0 \sin \varphi / (F^0 - m\ddot{x}_1^0 \cos \Delta\varphi), \end{aligned}$$

где  $\Delta\varphi$  — разность фаз колебаний элемента приложения силы динамометра относительно элемента соединения динамометра с основанием;

$F^0$  — амплитуда колебаний сигнала динамометра;

$\omega$  — круговая частота колебаний элемента соединения динамометра с основанием, задаваемая вибростендом;

$\omega_0$  — собственная круговая частота колебаний динамометра с прикрепленной к нему платформой при отсутствии демпфирования (резонансная частота);

$\ddot{x}_1^0$  — амплитуда ускорения элемента соединения динамометра с основанием, измеренная акселерометром.

Второй способ основан на свободных затухающих колебаниях. Элемент соединения динамометра с основанием прикрепляют к неподвижному основанию. К платформе или элементу приложения силы прикладывают ступенчатую или импульсную силу в направлении измерения динамометра, которая вызывает свободные затухающие колебания платформы. Коэффициент демпфирования  $\beta$  определяют по затуханию амплитуды показаний динамометра

$$F_a = F_0 \exp(-\beta T n / 4m),$$

а коэффициент жесткости  $k$  — из выражения

$$k = 4\pi^2 f^2 m + \beta^2 / 4m,$$

где  $F_a$  — амплитуда показаний динамометра;

$F_0$  — начальная амплитуда показаний динамометра;

$T$  — период колебаний;

$n$  — целое число;

$f$  — частота свободных колебаний платформы.

Верификация разработанного метода приведена в разделе 4.4 Главы 4.

## Заключение к Главе 1

Разработан новый способ калибровки внутримодельных шестикомпонентных тензометрических весов на калибровочных стендах, работающих по схеме стенда 6ГС-20. В этом способе весы закрепляются элементом крепления модели к станине (земле) стенда, а нагрузки прикладываются к элементу крепления весов посредством калибровочного приспособления. В разработанном способе, в отличие от стандартного, отсутствует операция пересчета приложенных стендом нагрузок в систему

координат, связанную с метрической частью весов. Новый способ уменьшает погрешность калибровки шестикомпонентных тензометрических весов на  $\sim 0,07\%$ .

Разработан метод определения коэффициента статической температурной чувствительности компонент весов для случая, когда отсутствует специализированный калибровочный стенд с термокамерой. Получено значение коэффициента температурной чувствительности для тензометрических весов ЦАГИ, которое составляет приблизительно  $0,04 \text{ } \%/^{\circ}\text{C}$ . Проведённые исследования показали, что при изменении температуры весов более чем на  $3\text{--}4^{\circ}\text{C}$  от температуры их калибровки статическая составляющая температурной погрешности превышает погрешность тензометрических весов. Температурная погрешность является систематической и её следует исключать из результатов измерений посредством разработанного метода.

Разработан метод определения систематической погрешности, обусловленной влиянием динамической составляющей температуры на показания тензометрических весов. Разработан метод внесения поправок на влияние динамической составляющей температуры к нулевым показаниям тензометрических весов, позволяющий свести эту систематическую погрешность до уровня погрешностей, получаемых при калибровке весов:  $0,01 - 0,05\%$ . Разработанный метод учета влияния температуры позволяет проводить несколько испытаний за один пуск аэродинамической трубы и, следовательно, увеличить производительность установки и уменьшить стоимость испытания.

Разработан универсальный метод, который позволяет измерять три компоненты искомой нестационарной силы и три компоненты искомого нестационарного момента с помощью тензометрических весов во всем их рабочем диапазоне частот, включая собственную. Задача решена для общего случая, когда система координат тензометрических весов является неинерциальной. В этом случае учитываются появляющиеся центробежные и тангенциальные силы. В разработанном методе учитываются массы метрических частей компонент силы и момента весов, координаты их центра масс и их моменты инерции. Искомая произвольная нагрузка может быть определена в любой произвольный момент

времени (1.37); требуются лишь результаты измерений в окрестности заданного момента времени для вычисления первой и второй производных по времени от нагрузки, измеренной весами. Разработанный метод решает с помощью тензометрических весов еще одну важную задачу механики – измерение массы тела, положения его центра масс и моментов инерции тела относительно трех взаимно-перпендикулярных осей. Метод позволяет оценить верхнюю границу диапазона частот тензометрических весов для измерения нестационарных нагрузок.

К ограничениям разработанного метода измерения нестационарных нагрузок следует отнести следующие:

- каждая компонента весов является линейной динамической системой с одной степенью свободы и, соответственно, с одним тоном колебаний.
- колебания каждой компоненты весов рассматриваются как независимые от колебаний других компонент. Но колебания одной компоненты влияют на показания других компонент через коэффициенты взаимных влияний матрицы весов.
- верхний диапазон частот измерения весов ограничивается значением, когда уровень нагрузки, измеренной весами, становится сопоставим с погрешностью весов.

Получено точное решение задачи определения веса компонент шестикомпонентных тензометрических весов, а также веса модели и координат его приложения относительно начала координат измерительной системы весов. Разработанный метод учета веса динамометра и модели в процессе проведения испытаний на тензометрических весах в аэродинамических трубах позволяет:

- определять вес динамометра для различных способов калибровки шестикомпонентных тензометрических весов;
- определять вес модели и координаты точки его приложения относительно начала координат весов;
- учитывать нелинейность уравнений измерения весов при обработке результатов эксперимента в аэродинамической трубе;

- учитывать влияние веса модели и динамометра на показания тензометрических весов;
- вычислять нулевые показания тензометрических весов, соответствующие условиям их калибровки;
- вычислять суммарные нагрузки, действующие на весы;
- контролировать работоспособность весов по вычисленным нулевым показаниям, соответствующим нулевым показаниям при калибровке весов;
- измерять нулевые показания весов при произвольных углах тангажа и крена в аэродинамическом эксперименте. Это позволяет снизить требования по точности установки углов тангажа и крена к механизмам перемещения моделей в аэродинамических трубах.

Разработаны два метода измерения массы движущегося груза с помощью однокомпонентного тензометрического динамометра. Оба способа обеспечивают измерение массы объекта при больших скоростях его движения по платформе, когда возбуждаются собственные частоты динамометра. Измерение массы движущегося груза с помощью динамометров осуществляется во всем рабочем диапазоне частот динамометра, включая собственную. Первый способ позволяет рассчитать искомую массу объекта в любой произвольный момент времени; требуются лишь результаты измерений в окрестности заданного момента времени для вычисления первой и второй производных по времени от нагрузки, измеренной динамометром. Для расчета массы вторым способом требуется определить собственные частоты колебаний динамометра с платформой и с движущимся грузом.

## **Глава 2. Измерение углов тангажа и крена с помощью компенсационных маятниковых акселерометров с замкнутой обратной связью**

Во второй главе разработаны трёхкомпонентная математическая модель одноосевого маятникового акселерометра для измерения углов тангажа и крена и метод измерения нестационарных углов тангажа и крена моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с помощью компенсационных маятниковых акселерометров при наличии вибраций.

### **2.1. Трёхкомпонентная математическая модель одноосевого акселерометра для измерения углов тангажа и крена**

В связи с конструктивными и технологическими особенностями ось чувствительности акселерометра не перпендикулярна базовой плоскости его корпуса. Разность этих углов представляет собой погрешность базовой плоскости. Это приводит к влиянию ускорения, вектор которого лежит в плоскости, параллельной базовой, на показания акселерометра.

Рассмотрим связанную с акселерометром прямоугольную систему координат (ГОСТ 20058-80), представленную на рисунке 2.1, в которой ось  $OX$  направлена по оси чувствительности акселерометра, а оси  $OY$  и  $OZ$  перпендикулярны оси  $OX$  и образуют правую систему координат. Рисунок 2.1 выполнен А. И. Колесниковым.

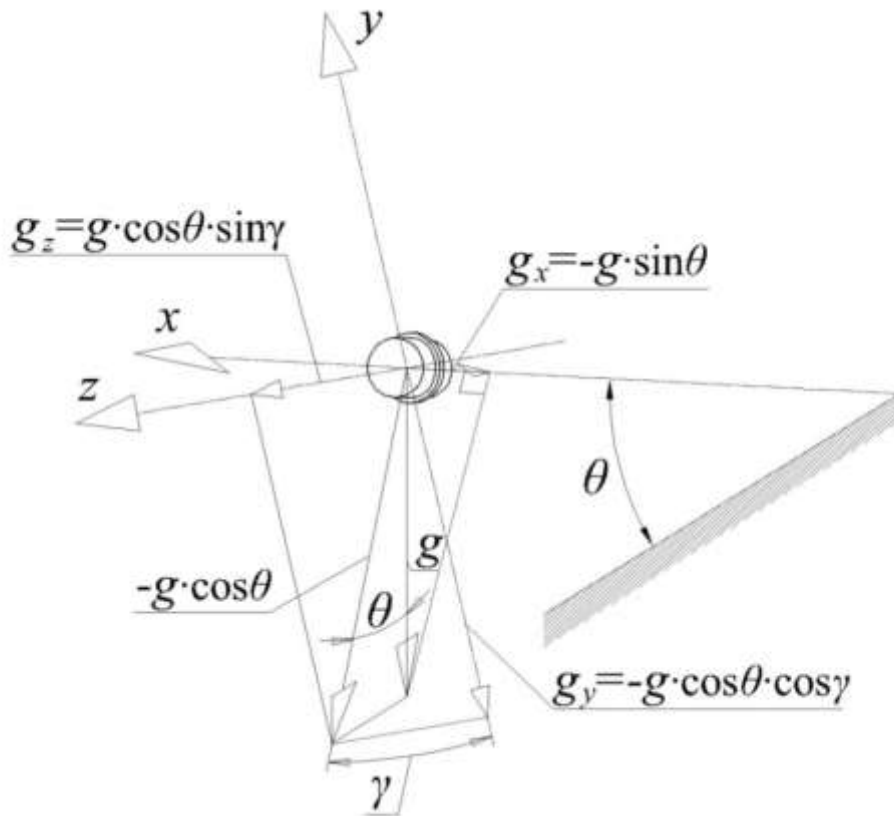


Рисунок 2.1 — Связанная с акселерометром система координат.

Разложение вектора ускорения свободного падения на оси связанной системы координат (рисунок 2.1) можно представить в следующем виде [60, 65]:

$$\begin{cases} g_x = -g \sin \theta \\ g_y = -g \cos \theta \cos \gamma \\ g_z = g \cos \theta \sin \gamma \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $g_x$ ,  $g_y$ ,  $g_z$  — проекции ускорения свободного падения на оси системы координат акселерометра;

$\theta$  — угол тангажа;

$\gamma$  — угол крена.

При построении математической модели будем рассматривать акселерометр как прибор, измеряющий составляющую ускорения свободного падения на ось чувствительности, а также обладающий чувствительностью к ускорениям, приложенным перпендикулярно к этой оси. При этом будем предполагать, что в

силу особенностей конструкции датчика, коэффициенты преобразования по разным осям будут отличаться. Тогда выходной сигнал акселерометра можно представить в виде:

$$u = u_0 - K_x \cdot \sin \theta - K_y \cdot \cos \theta \cos \gamma + K_z \cdot \cos \theta \sin \gamma, \quad (2.2)$$

где  $K_x, K_y, K_z$  — коэффициенты преобразования датчика вдоль трех осей;

$u_0$  — показание акселерометра при нулевых значениях углов тангажа и крена.

При  $K_y = K_z = 0$  математическая модель (2.2) сводится к однокомпонентной модели [93]:

$$u = u_0 - K_x \cdot \sin \theta; \quad \theta = \arcsin(a/g). \quad (2.3)$$

Можно оценить вклад членов, обусловленных поперечной чувствительностью, в выходной сигнал акселерометра. Поперечная чувствительность обычно не превышает одного процента от основной. Если положить, что  $K_y = K_z = 0,01 K_x$ , то уравнение (2.2) сведется к следующему:

$$u = u_0 - K_x \cdot (\sin \theta + 0,01 \cos \theta (\cos \gamma - \sin \gamma)).$$

Из этого выражения следует, что при малых углах тангажа последний член, обусловленный малой поперечной чувствительностью, дает заметный вклад в выходной сигнал датчика. Этот член представляет собой систематическую погрешность однокомпонентной математической модели (2.3).

Для определения коэффициентов преобразования в уравнении измерения (2.2) перепишем это уравнение для нескольких значений углов тангажа и крена [19, 137]. При  $\gamma = 0$  уравнение (2.3) примет вид:

$$u = u_0 - K_x \sin \theta - K_y \cos \theta. \quad (2.4)$$

Для двух угловых положений акселерометра  $\theta = 90$  и  $-90^\circ$  получим систему уравнений:

$$\begin{cases} u_{\theta=\pi/2}^{\gamma=0} = u_0 - K_x \\ u_{\theta=-\pi/2}^{\gamma=0} = u_0 + K_x \end{cases}. \quad (2.5)$$

Решая систему (2.5), находим  $u_0$  и  $K_x$ :

$$u_0 = \frac{u_{\theta=\pi/2}^{\gamma=0} + u_{\theta=-\pi/2}^{\gamma=0}}{2}; \quad K_x = \frac{u_{\theta=-\pi/2}^{\gamma=0} - u_{\theta=\pi/2}^{\gamma=0}}{2}. \quad (2.6)$$

При  $\theta = 0$  уравнение (2.2) примет следующий вид:

$$u = u_0 - K_y \cdot \cos \gamma + K_z \cdot \sin \gamma. \quad (2.7)$$

При нулевом положении акселерометра, когда  $\theta = 0$  и  $\gamma = 0$ , из уравнения (2.7) находим коэффициент  $K_y$ :

$$K_y = u_0 - u_{\theta=0}^{\gamma=0} \quad (2.8)$$

Коэффициент  $K_z$  определяется из уравнения (2.7) при значении углов тангажа и крена  $\theta = 0$ ,  $\gamma = \pm 90^\circ$ :

$$K_z = \frac{u_{\theta=0}^{\gamma=\pi/2} - u_{\theta=0}^{\gamma=-\pi/2}}{2}. \quad (2.9)$$

Подставляя полученные коэффициенты (2.6), (2.8) и (2.9) в выражение (2.2), получим уравнение измерения одноосевого акселерометра:

$$\begin{aligned} u = & \frac{u_{\theta=\pi/2}^{\gamma=0} + u_{\theta=-\pi/2}^{\gamma=0}}{2} - \frac{u_{\theta=-\pi/2}^{\gamma=0} - u_{\theta=\pi/2}^{\gamma=0}}{2} \cdot \sin \theta - \\ & (u_0 - u_{\theta=0}^{\gamma=0}) \cos \theta \cos \gamma + \frac{u_{\theta=0}^{\gamma=\pi/2} - u_{\theta=0}^{\gamma=-\pi/2}}{2} \cos \theta \sin \gamma. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Выходной сигнал акселерометра зависит от двух углов его ориентации относительно земной системы координат. Очевидно, что с помощью одного датчика невозможно одновременно измерить оба угла. Определение

необходимого количества акселерометров и их взаимного положения для измерения углов тангажа и крена является предметом отдельного исследования и не рассматривается в данной работе.

Оценим погрешность измерения углов  $\theta$  и  $\gamma$  как функцию погрешности измерения выходного сигнала акселерометра  $u$ , используя уравнение измерения (2.2). Связь углов тангажа и крена с выходным сигналом представлена в уравнении в неявном виде. Перепишем уравнение (2.2) следующим образом:

$$F = u - u_0 + K_x \cdot \sin \theta + K_y \cdot \cos \theta \cdot \cos \gamma - K_z \cdot \cos \theta \cdot \sin \gamma = 0. \quad (2.11)$$

Воспользуемся методом определения погрешностей для функции, выраженной в неявном виде [66]. Тогда погрешность определения угла тангажа выразится из уравнения (2.11) через погрешности угла крена и выходного сигнала акселерометра, в соответствии с [66], следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta^2 = & \left( \frac{-F'_u}{F'_\theta} \right)^2 \cdot (\sigma_u)^2 + \left( \frac{-F'_{u_0}}{(F'_\theta)^2} \right)^2 \cdot (\sigma_{u_0})^2 + \left( \frac{-F'_{K_x}}{F'_\theta} \right)^2 \cdot (\sigma_{K_x})^2 + \\ & + \left( \frac{-F'_{K_y}}{F'_\theta} \right)^2 \cdot (\sigma_{K_y})^2 + \left( \frac{-F'_{K_z}}{F'_\theta} \right)^2 \cdot (\sigma_{K_z})^2 + \left( \frac{-F'_\gamma}{F'_\theta} \right)^2 \cdot (\sigma_\gamma)^2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Будем полагать, что погрешность измерения сигнала акселерометра во всем диапазоне углов тангажа и крена определяется погрешностью измерительного прибора. Из этого следуют следующие равенства:

$$\begin{aligned} \sigma_{u_0}^2 &= \frac{\sigma_u^2}{2}; \sigma_{u_{\gamma=90}^{\gamma=0}} = \sigma_{u_{\gamma=-90}^{\gamma=0}} = \sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=0}} = \sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=90}} = \sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=-90}} = \sigma_u; \\ K_x &= \frac{u_{\theta=-90}^{\gamma=0} - u_{\theta=90}^{\gamma=0}}{2}; \sigma_{K_x}^2 = \frac{\sigma_{u_{\theta=-90}^{\gamma=0}}^2}{4} + \frac{\sigma_{u_{\theta=90}^{\gamma=0}}^2}{4} = \frac{\sigma_u^2}{2}; \\ K_y &= u_0 - u_{\theta=0}^{\gamma=0}; \sigma_{K_y}^2 = \frac{\sigma_{u_{\theta=90}^{\gamma=0}}^2}{4} + \frac{\sigma_{u_{\theta=-90}^{\gamma=0}}^2}{4} + \sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=0}}^2 = \frac{3}{2} \sigma_u^2; \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$K_z = \frac{u_{\theta=0}^{\gamma=90} - u_{\theta=0}^{\gamma=-90}}{2}; \sigma_{K_z}^2 = \frac{\sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=90}}^2}{4} + \frac{\sigma_{u_{\theta=0}^{\gamma=-90}}^2}{4} = \frac{\sigma_u^2}{2}.$$

Вычислив производные и учитывая условия (2.13), выражение (2.12) можно упростить:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{(F'_\theta)^2} \left[ \sigma_u^2 (2 + \cos^2 \theta \cos^2 \gamma) + \sigma_\gamma^2 \cos^2 \theta (K_y \sin \gamma + K_z \cos \gamma)^2 \right]. \quad (2.14)$$

где  $F'_\theta = K_x \cos \theta - K_y \sin \theta \cos \gamma + K_z \sin \theta \sin \gamma$ .

При  $K_y = K_z = 0$  (2.12) преобразуется в уравнение погрешности для однокомпонентной модели акселерометра:

$$\sigma_\theta = \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \theta} \frac{\sigma_u}{K_x \cos \theta}. \quad (2.15)$$

Погрешность угла крена, выраженная через погрешности угла тангажа и прибора, измеряющего сигнал акселерометра, выводится аналогично, и в окончательном виде выглядит следующим образом:

$$\sigma_\gamma^2 = \frac{1}{(F'_\gamma)^2} \left[ \sigma_u^2 (2 + \cos^2 \theta \cos^2 \gamma) + \sigma_\theta^2 (K_x \cos \theta - K_y \sin \theta \cos \gamma + K_z \sin \theta \sin \gamma)^2 \right]. \quad (2.16)$$

где  $F'_\gamma = -K_y \cos \theta \sin \gamma - K_z \cos \theta \cos \gamma$ .

Аналогично получается выражение для погрешности измерительного прибора в зависимости от погрешностей углов крена и тангажа:

$$\sigma_u^2 = \frac{\sigma_\theta^2 (K_x \cos \theta - K_y \sin \theta \cos \gamma + K_z \sin \theta \sin \gamma)^2 + \sigma_\gamma^2 \cos \theta (K_y \sin \gamma + K_z \cos \gamma)}{(2 + \cos^2 \theta \cos^2 \gamma)}. \quad (2.17)$$

Рассмотрим выражение (2.17) для характерных значений параметров акселерометров и погрешностей высокоточных приборов для измерения углов и

напряжения. Значение чувствительности одного из акселерометров составляет  $K_x = 2,775$  В, а нулевого члена —  $u_0 = 0,0028$  В. Для оценки погрешностей математической модели (2.2) положим  $K_y = K_z = 0,01 K_x$ . Стенды для статической калибровки акселерометров состоят из устройств, измеряющих углы и выходной сигнал датчика. Для измерения углов обычно применяются оптические делительные головки ОДГ-5 с погрешностью 5 угловых секунд, а для измерения выходного напряжения датчика — прецизионные вольтметры типа В7-72, погрешность которого составляет  $\pm(0,000015 u + 0,000003 \text{ В})$ .

На рисунке 2.2 представлены зависимости погрешности выходного сигнала акселерометра (2.17) от угла тангажа при значениях угла крена  $\gamma = 0; 20; 50; 90^\circ$  (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно). Рисунок 2.2 выполнен А. И. Колесниковым.

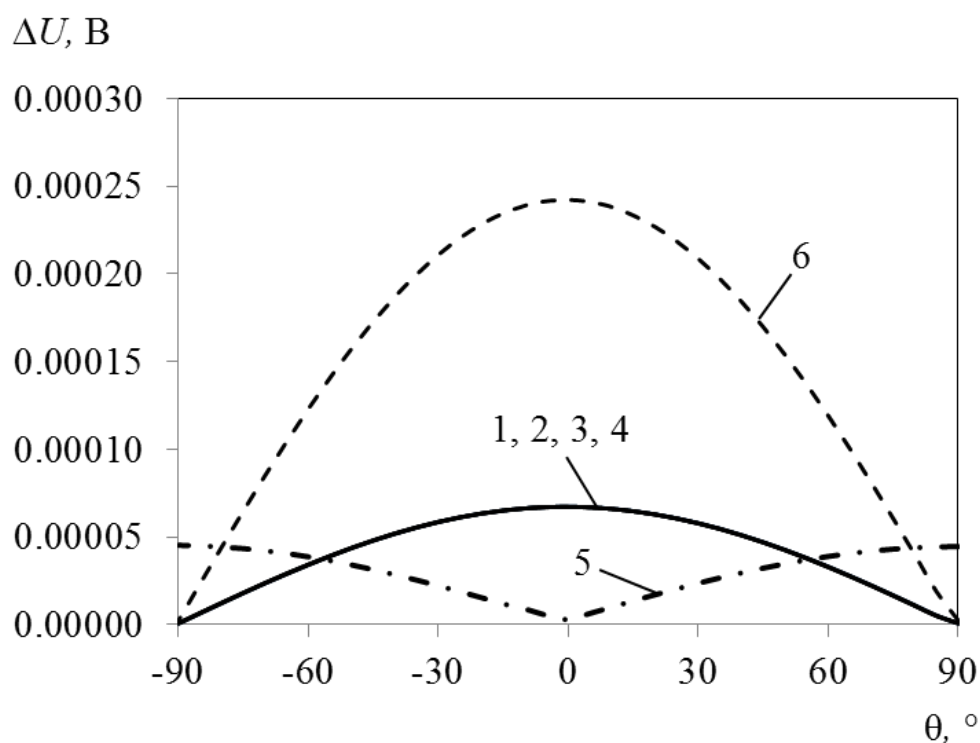


Рисунок 2.2 — Зависимость погрешности выходного сигнала от угла тангажа (1, 2, 3, 4 — погрешность выходного сигнала при значениях угла крена  $\gamma = 0; 20; 50; 90^\circ$  при погрешности измерения углов  $0,0014^\circ$ ; 5 — погрешность измерения вольтметра В7-72; 6 — погрешность выходного сигнала при значении угла крена  $\gamma = 0$  и требуемой погрешности измерения углов  $0,005^\circ$ ).

Погрешность выходного сигнала математической модели акселерометра (2.10) рассматривается в данном случае при условии, что измерение углов крена и тангажа обеспечивается с погрешностью 5 угловых секунд. Угол крена при заданных значениях поперечной чувствительности почти не влияет на погрешность выходного сигнала. На рисунке нанесены погрешность вольтметра В7-72 (кривая 5) для выбранной чувствительности акселерометра и погрешность выходного сигнала акселерометра при  $\gamma = 0$ , соответствующая требованиям аэродинамического эксперимента к погрешности определения угла тангажа  $\Delta\theta = 0,005^\circ$  (кривая 6). В диапазоне углов тангажа от  $-60$  до  $60^\circ$  основной составляющей погрешности математической модели является погрешность оптической делительной головки, а за пределами этого диапазона — погрешность вольтметра. Имеющееся измерительное оборудование (делительная головка ОДГ-5 и прецизионный вольтметр типа В7-72) удовлетворяют требованиям аэродинамического эксперимента для калибровки акселерометров в диапазоне углов тангажа от  $-80$  до  $80^\circ$ .

На рисунке 2.3 представлено сравнение погрешностей угла тангажа математической модели (2.14) и результатов калибровки акселерометра в зависимости от угла крена в диапазоне  $\gamma = \pm 90^\circ$  для трех значений угла тангажа. Экспериментальные исследования и обработка результатов, приведенных на рисунке 2.3, а также рисунок 2.3 выполнены А. И. Колесниковым.

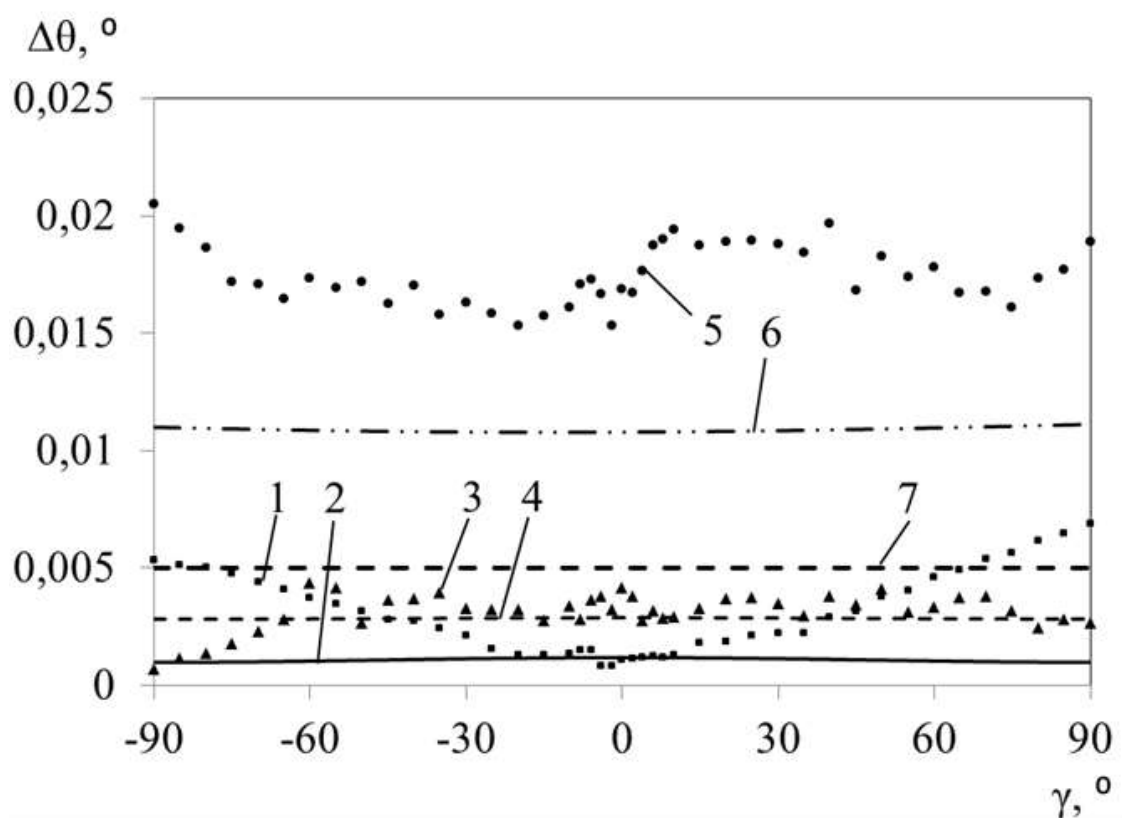


Рисунок 2.3 — Зависимость погрешности угла тангажа акселерометра от угла крена (1, 3, 5 — погрешности калибровки акселерометра при  $\theta = 0, 70, 80^\circ$ ; 2, 4, 6 — погрешности математической модели (2.14) при  $\theta = 0, 70, 80^\circ$ ; 7 — уровень требований аэродинамического эксперимента к погрешности измерения углов).

Угол тангажа измерялся с помощью оптического квадранта КО-10 с погрешностью 10 угловых секунд, а угол крена — оптической делительной головкой ОДГ-5. Погрешность калибровки акселерометра определялась как модуль разности показаний оптических средств измерения и расчета по уравнению измерения (2.10). Сравнение выполнено для акселерометра со следующими коэффициентами:  $K_x = 2,775$  В,  $K_y = 0,0042$  В,  $K_z = 0,020$  В и  $u_0 = 0,0028$  В. Измерение напряжения осуществлялось вольтметром В7-27. Погрешность измерения выходного сигнала принималась равной  $\sigma_u = 0,000033$  В. Кривые 1, 3 и 5 соответствуют результатам калибровки при  $\theta = 0; 70; 80^\circ$ . Погрешности, рассчитанные по математической модели (2.14), показаны на рисунке линиями 2, 4 и 6 для углов тангажа  $\theta = 0, 70, 80^\circ$  соответственно. Уровень

требований аэродинамического эксперимента  $\Delta\theta = 0,005^\circ$  представлен на рисунке прямой 7.

Погрешности калибровки акселерометра и его математической модели (2.14) удовлетворительно согласуются между собой. Акселерометр обеспечивает требования аэродинамического эксперимента по точности измерения угла тангажа в диапазоне  $\pm 70^\circ$ .

Оценки погрешности измерения угла тангажа акселерометром с помощью однокомпонентной математической модели в диапазоне  $\theta = \pm 90^\circ$  представлены на рисунке 2.4. Экспериментальные исследования и обработка результатов проведены Е. А. Крапивиной. Рисунок 2.4 выполнен И. А. Судаковой.

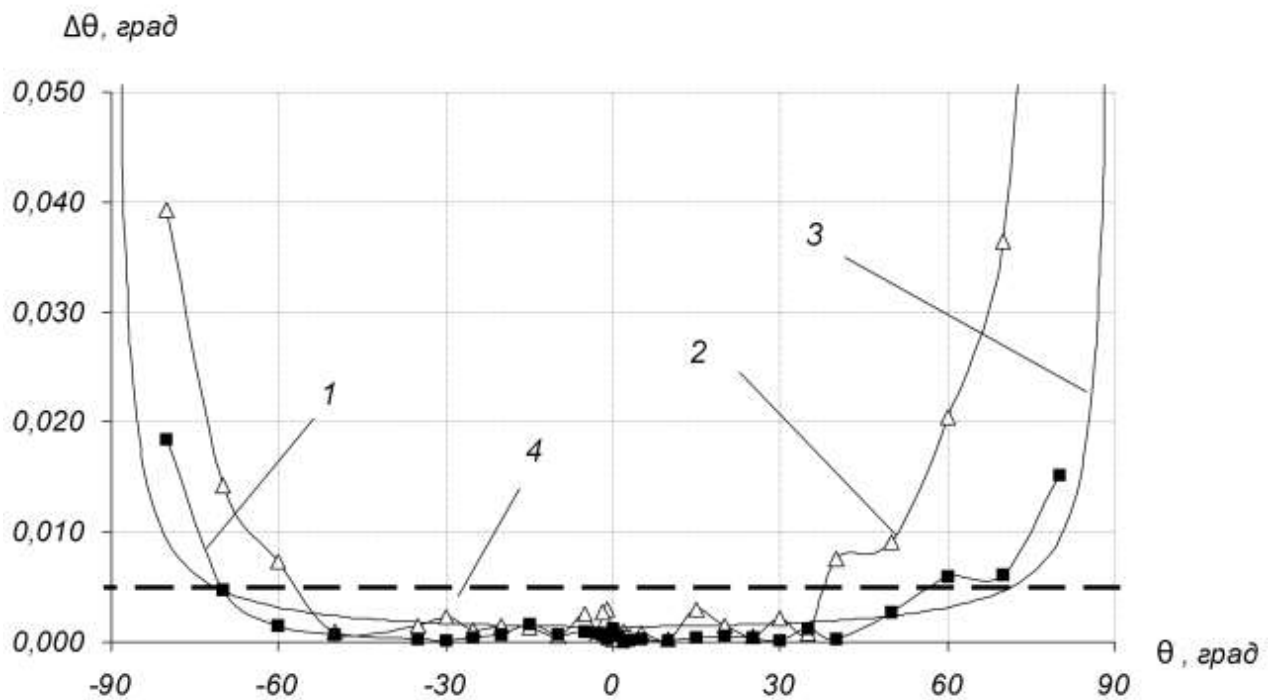


Рисунок 2.4 — Зависимость погрешности акселерометра от угла тангажа  
 (1 — абсолютное значение разности показаний двух датчиков; 2 — абсолютное значение разности показаний акселерометра и образцового средства КО-10;  
 3 — — погрешность измерения угла по формуле (2.15);  
 4 — уровень требований аэродинамического эксперимента).

Погрешность, рассчитанная по выражению (2.15), показана линией 3 без маркеров для типичных значений коэффициента преобразования  $K = 3,5$  В на  $\sin(90^\circ)$  и погрешности измерения выходного сигнала  $\sigma_U = 0,00007$  В. Результаты калибровки (линия 2) представлены абсолютной разностью показаний акселерометра и образцового средства — оптического квадранта КО-10. На рисунке 2.4 также приведены абсолютная разность показаний двух акселерометров (1) и уровень требований аэродинамического эксперимента (4). Расчетная кривая погрешности и экспериментальные результаты согласуются друг с другом. Следует отметить, что акселерометр обеспечивает необходимый уровень точности в диапазоне углов  $\theta = \pm 70^\circ$  при использовании однокомпонентной модели при нулевом угле крена.

Для определения влияния температуры на показания акселерометра были проведены специальные опыты. Датчик нагревался в термостате при четырех комбинациях углов крена и тангажа. Показания датчика и термометра сопротивления, встроенного в акселерометр, регистрировались с помощью измерительно-вычислительного комплекса аэродинамической трубы Т-128 [4]. Результаты опытов, проведенных с акселерометром А-18Т, приведены на рисунке 2.5 для следующих угловых положений:  $\theta \approx 0, \gamma \approx 0$  (кривая 1);  $\theta \approx 0, \gamma \approx 45^\circ$  (кривая 2);  $\theta \approx 45^\circ, \gamma \approx 0$  (кривая 3);  $\theta \approx 45^\circ, \gamma \approx 45^\circ$  (кривая 4). Рисунок 2.5 выполнен А.И. Колесниковым.

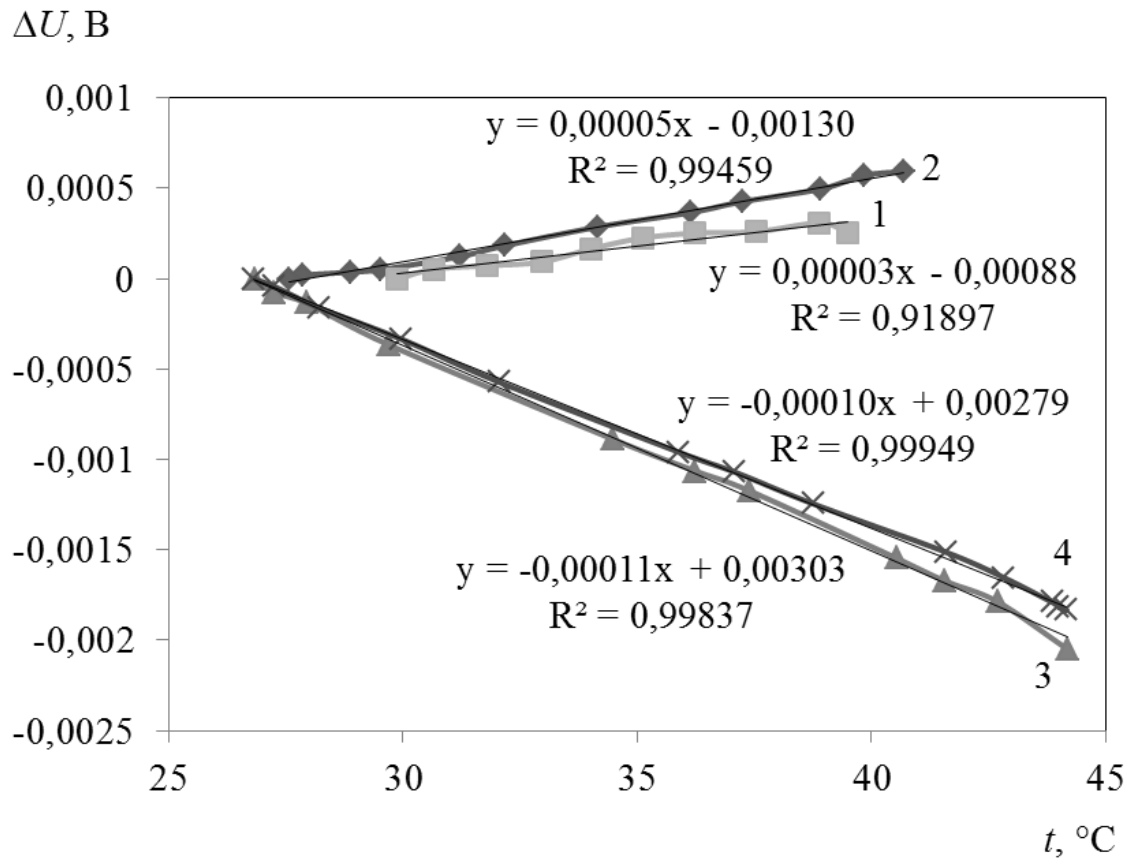


Рисунок 2.5 — Влияние температуры на показания акселерометра при различных угловых положениях:  $\theta \approx 0$ ,  $\gamma \approx 0$  (кривая 1);  $\theta \approx 0$ ,  $\gamma \approx 45^\circ$  (кривая 2);  $\theta \approx 45^\circ$ ,  $\gamma \approx 0$  (кривая 3);  $\theta \approx 45^\circ$ ,  $\gamma \approx 45^\circ$  (кривая 4).

На рисунке 2.5 показано изменение выходного напряжения акселерометра при его нагревании. Влияние температуры на изменение выходного напряжения акселерометра представляет собой линейную функцию — коэффициент  $R^2$  близок к единице. Влияние температуры на выходной сигнал акселерометра наблюдается только при изменении угла тангажа. Изменение угла крена на  $45^\circ$  не меняет разности производных сигнала акселерометра при  $\theta \approx 0$  (кривые 2 и 1) и при  $\theta \approx 45^\circ$  (кривые 4 и 3), которая составляет приблизительно  $0,00001$ – $0,00002$ . Следовательно, в пределах погрешностей проведенного эксперимента температура акселерометра влияет только на коэффициенты  $u_0$  и  $K_x$  трехкомпонентной модели, так же как и однокомпонентной модели.

Уравнение измерения (2.2) с поправками на влияние температуры выразится в окончательном виде:

$$u = u_0[1 + a(t - t_k)] - K_x \cdot \sin(\theta)[1 + b(t - t_k)] - K_y \cdot \cos(\theta) \cdot \cos(\gamma) + K_z \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\gamma), \quad (2.18)$$

где  $a$ ,  $b$  — коэффициенты температурного влияния для коэффициентов  $u_0$  и  $K_x$  соответственно;

$t$ ,  $t_k$  — текущая температура акселерометра и его температура при калибровке.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  можно определить, взяв производную от уравнения (2.18) по температуре  $t$ :

$$du/dt = u_0 a - K_x \cdot b \cdot \sin(\theta). \quad (2.19)$$

Для двух угловых положений  $\theta_1$  и  $\theta_2$  при постоянном угле крена получим систему 2-х уравнений для нахождения коэффициентов  $a$  и  $b$ :

$$\begin{cases} du_1/dt = u_0 a - K_x \cdot b \cdot \sin(\theta_1) \\ du_2/dt = u_0 a - K_x \cdot b \cdot \sin(\theta_2) \end{cases} \quad (2.20)$$

Из системы (2.20) для двух угловых положений  $\theta_1$  и  $\theta_2$  находим:

$$a = \left( \frac{\frac{du_2}{dt} \cdot \sin(\theta_1) - \frac{du_1}{dt} \cdot \sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1) - \sin(\theta_2)} \right) / u_0$$

$$b = \left( \frac{du_2}{dt} - \frac{du_1}{dt} \right) / (K_x \cdot [\sin(\theta_1) - \sin(\theta_2)])$$

Для акселерометра с приведенными выше параметрами получились следующие значения коэффициентов:  $a=0,0134/^\circ\text{C}$ ,  $b= 0,00007/^\circ\text{C}$ . Это соответствует влиянию температуры на основной коэффициент преобразования данного датчика приблизительно  $0,007 \text{ } \%/^\circ\text{C}$ , а на смещение нуля —  $0,0008^\circ/^\circ\text{C}$ .

## **2.2. Метод измерения нестационарных углов тангажа и крена с помощью маятниковых акселерометров при наличии вибраций**

Метод измерения нестационарных углов тангажа и крена с помощью маятниковых акселерометров при наличии вибраций разработан для однокомпонентной математической модели маятникового акселерометра.

### **2.2.1. Математическая модель одноосевого маятникового акселерометра для измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии вибраций**

В разделе 2.1 показано, что для современных маятниковых акселерометров поперечная чувствительность не превышает 1% от основной. Поэтому для создания динамической модели акселерометра будем рассматривать упрощенную однокомпонентную математическую модель: уравнение измерения (2.3) раздела 2.1. Рассмотрим математическую модель одноосевого акселерометра для измерения угла при наличии вибраций (рисунок 2.6). Рисунок 2.6 выполнен А. Е. Козиком.

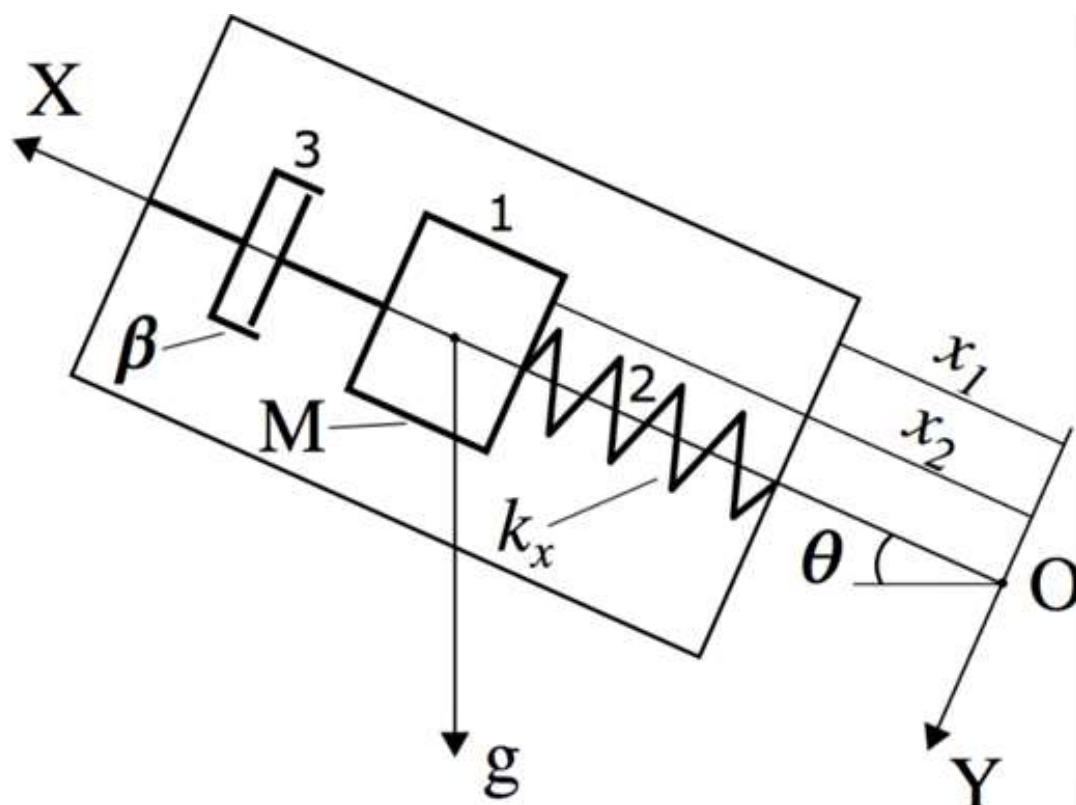


Рисунок 2.6 — Схема одноосевого маятникового акселерометра для создания математической модели.

Оси нормальной системы координат, которая является инерциальной, обозначим  $OX_gY_g$ . Ось чувствительности акселерометра обозначим  $OX$ . Маятник заменим грузом 1 массой  $M$ , а его подвес — пружиной 2 с коэффициентом жесткости  $k_x$  и демпфером 3 [93, 174]. В качестве коэффициента демпфирования  $\beta$  будем рассматривать суммарный коэффициент демпфирования подвеса и демпфирования в блоке электроники обратной связи. Массой пружины по сравнению с массой маятника будем пренебрегать. Эта модель акселерометра представляет собой линейную динамическую систему 2-го порядка, характеризующуюся собственной частотой колебаний и демпфированием. Ось чувствительности акселерометра  $OX$  расположена по отношению к земной системе координат под углом тангажа  $\theta$ . На пружину действует составляющая от веса маятника —  $Mg\sin\theta$ . Перемещение корпуса акселерометра вдоль оси  $OX$  относительно нормальной системы координат обозначим  $x_1$ , а перемещение маятника —  $x_2$ . Перемещение корпуса акселерометра обусловлено внешней силой

(ускорением), действующей на модель, в которой установлен акселерометр. В этом случае система координат, связанная с корпусом акселерометра, является неинерциальной. Силу упругости пружины, действующую на маятник, можно представить в виде  $X = -k_x \cdot (x_2 - x_1)$ . При изгибе подвеса, что эквивалентно изменению длины пружины, появляется сила демпфирования  $D$ , обусловленная внутренним трением в подвесе маятника, трением воздуха в зазорах между маятником и корпусом, а также демпфированием в блоке электроники. В соответствии со вторым законом Ньютона можно выписать уравнение абсолютного движения маятника в проекции на ось  $OX$ :

$$M\ddot{x}_2 = -Mg \sin \theta - k_x \cdot (x_2 - x_1) + D, \quad (2.21)$$

где  $\ddot{x}_2$  — абсолютное ускорение маятника вдоль оси  $OX$ .

Уравнение (2.21) можно переписать для перемещения маятника относительно корпуса акселерометра  $x = x_2 - x_1$ :

$$M\ddot{x} = -Mg \sin \theta - k_x \cdot x + D - M\ddot{x}_1. \quad (2.22)$$

Согласно [93] сила демпфирования пропорциональна скорости растяжения пружины  $D = -\beta(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$ . Уравнение (2.22) приобретает окончательный вид:

$$\ddot{x} + \beta/M \cdot \dot{x} + k_x/M \cdot x = -g \sin \theta - \ddot{x}_1. \quad (2.23)$$

Для статических условий, при которых определяются коэффициенты уравнения измерения (2.3), уравнение (2.23) сводится к следующему выражению:

$$k_x/M \cdot x = -g \sin \theta. \quad (2.24)$$

Если выразить  $\sin \theta$  из уравнения (2.3) и подставить в выражение (2.24), то получается связь между параметрами маятника и выходным напряжением датчика в статических условиях:

$$k_x/M \cdot x = -g(U - U_0)/K. \quad (2.25)$$

Учитывая, что собственная круговая частота колебаний маятника на подвесе в отсутствии демпфирования определяется как  $\omega_0^2 = k_x/M$ , выражение (2.24) преобразуется в вид:

$$x = -g/\omega_0^2/K \cdot (U - U_0). \quad (2.26)$$

Выражение (2.26) представляет собой связь между отклонением маятника (растяжением пружины в математической модели) и выходным напряжением акселерометра. Подставляя выражение (2.26) в уравнение (2.22) получаем следующее линейное дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\ddot{U} + \beta/M \cdot \dot{U} + \omega_0^2 U = \omega_0^2 U_0 + K\omega_0^2 \sin \theta + K\omega_0^2 \ddot{x}_1/g. \quad (2.27)$$

Из уравнения (2.27) можно получить выражение для искомого угла при наличии известного ускорения корпуса акселерометра и сигнала датчика:

$$\sin \theta = \ddot{U}/(K\omega_0^2) + \beta/(M \cdot K\omega_0^2) \cdot \dot{U} + (U - U_0)/K - \ddot{x}_1/g. \quad (2.28)$$

В выражении (2.28) остаются неизвестными собственная круговая частота колебаний маятника акселерометра при отсутствии демпфирования  $\omega_0$  и отношение коэффициента демпфирования к массе маятника  $\beta/M$ . Первые два члена обусловлены динамическими свойствами акселерометра. Третий член есть статическая характеристика акселерометра. При отсутствии вибраций  $\ddot{U} = 0, \dot{U} = 0, \ddot{x}_1 = 0$  уравнение (2.28) сводится к статическому уравнению измерения (2.3). Последнее слагаемое в выражении (2.28) представляет собой ускорение (вибрацию) корпуса акселерометра вдоль его оси чувствительности, которое необходимо измерить для определения искомых углов тангажа и крена. Для этого потребуется установить дополнительный акселерометр, который не измеряет постоянную составляющую ускорения и собственная частота которого существенно превышает диапазон частот вибраций  $\ddot{x}_1$ .

### 2.2.2. Определение коэффициентов в уравнении измерения маятникового акселерометра

Следующий этап заключается в определении коэффициентов уравнения (2.28): собственной круговой частоты колебаний маятника акселерометра в отсутствие демпфирования  $\omega_0$  и отношения коэффициента демпфирования к массе маятника  $\beta/M$ . Кроме того потребуется провести валидацию применимости уравнения измерения угла (2.3), полученного в статических условиях, для измерения угла при наличии вибраций. Искомые коэффициенты можно получить двумя способами: в процессе свободных затухающих колебаний маятника и при установившихся вынужденных гармонических колебаниях. Свободные колебания можно создать приложенным к акселерометру ускорением в форме ступени (функция Хэвисайда) или ее производной ( $\delta$ -функция Дирака). Гармонические колебания задаются на вибростенде.

#### Определение коэффициентов по результатам свободных колебаний

Для свободных затухающих колебаний маятника вдоль оси чувствительности акселерометра уравнение (2.27) при условии, что корпус акселерометра неподвижен или движется с постоянным ускорением без вращения ( $\ddot{x}_1 = a = \text{const}$ ;  $\theta = \text{const}$ ), преобразуется в вид:

$$\ddot{U} + \beta/M \cdot \dot{U} + \omega_0^2 U = \omega_0^2 (U_0 + K \sin \theta + Ka/g). \quad (2.29)$$

Уравнение (2.29) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение для свободных затухающих колебаний с малым коэффициентом демпфирования ( $\beta/M < 2\omega_0$ ) хорошо известно (см., например, [61]):

$$U = U_0 + K (\sin \theta + a/g) + U_a^0 \exp(-\beta t/(2M)) \sin(\omega t + \varphi), \quad (2.30)$$

где  $U_a^0$  — начальная амплитуда колебаний;

$\varphi$  — начальная фаза колебаний;

$\omega$  — круговая частота затухающих колебаний.

Решение (2.30) для амплитуды затухающих колебаний будет иметь вид ( $t = Tn$ ;  $\varphi = 0$ ):

$$U_a = U_0 + K(\sin \theta + a/g) + U_a^0 \exp(-\beta Tn/(2M)), \quad (2.31)$$

где  $T$  — период колебаний;  $n = 0, 1, 2, \dots$

Первоначальное значение  $n = 0$  ( $t = 0$ ) соответствует первому максимуму или минимуму свободных колебаний  $U_a^0$ . Для второго максимума или минимума ( $U_a^1$ ,  $n = 1$ ) выражение (2.31) сведется к следующему:

$$U_a^1 = U_a^0 \exp(-\beta t/(2M)). \quad (2.32)$$

Из выражения (2.32) находим отношение коэффициента демпфирования к массе маятника  $\beta/M$ :

$$\beta/M = -2/T \ln(U_a^1/U_a^0). \quad (2.33)$$

Резонансная круговая частота колебаний  $\omega_0$  определяется известным выражением (см., например, [61]):

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + (\beta/2M)^2} = \omega \sqrt{1 + 1/4\pi^2 \ln^2(U_a^1/U_a^0)}. \quad (2.34)$$

При большом коэффициенте демпфирования решение уравнения (2.29) становится аperiодическим (см., например, [61]). Это решение не приводится, поскольку в данном исследовании не используется.

### **Определение коэффициентов по результатам вынужденных колебаний**

Рассмотрим вариант вынужденных колебаний акселерометра на вибростенде. Пусть ось чувствительности акселерометра направлена вертикально

вниз ( $\theta = -90^\circ$ ). Вибростенд задает установившиеся гармонические колебания корпуса акселерометра вдоль оси его чувствительности с ускорением

$$\ddot{x}_1 = \ddot{x}_1^0 \sin \omega t,$$

где  $\ddot{x}_1^0$  — амплитуда ускорения корпуса акселерометра. Уравнение (2.27) примет вид:

$$\ddot{U} + \beta/M \cdot \dot{U} + \omega_0^2 U = \omega_0^2 (U_0 + K + K\ddot{x}_1^0 \sin \omega t / g). \quad (2.35)$$

Уравнение (2.35) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение этого уравнения хорошо известно из теории колебаний (см., например, [61]) и выглядит следующим образом:

$$U = U_0 + K + K\ddot{x}_1^0 / g \cdot \omega_0^2 / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\beta\omega/M)^2} \sin(\omega t - \varepsilon), \quad (2.36)$$

где  $\varepsilon$  — разность фаз колебаний маятника акселерометра и его корпуса:

$$\cos \varepsilon (\omega_0^2 - \omega^2) / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\beta\omega/M)^2}. \quad (2.37)$$

Определим амплитуду колебаний показаний акселерометра из решения (2.36):

$$U_a = K\ddot{x}_1^0 / g \cdot \omega_0^2 / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\beta\omega/M)^2}. \quad (2.38)$$

Искомые коэффициенты  $\omega_0$  и  $\beta/M$  в выражении (2.28) вычислим из решения системы уравнений (2.37) и (2.38):

$$\omega_0 = \omega / \sqrt{1 - K\ddot{x}_1^0 \cos \varepsilon / (gU_a)}, \quad (2.39)$$

$$\beta/M = \omega K\ddot{x}_1^0 \sin \varepsilon / (gU_a - K\ddot{x}_1^0 \cos \varepsilon). \quad (2.40)$$

### 2.2.3. Метод измерения нестационарных углов тангажа и крена

Разработан новый метод для измерения углов тангажа и крена с помощью маятниковых компенсационных акселерометров при наличии вибраций. Он состоит из трех этапов.

1. На первом этапе в статических условиях определяют напряжение выходного сигнала при нулевом угле акселерометра  $U_0$ , чувствительность (масштабный коэффициент)  $K$  с использованием уравнения измерения (2.3). Для этого измеряют показания акселерометра при изменении угла его оси чувствительности относительно горизонтальной плоскости [19, 27, 90].

2. На втором этапе определяют собственную круговую частоту колебаний маятника акселерометра в отсутствие демпфирования  $\omega_0$  и отношение коэффициента демпфирования к массе маятника  $\beta/M$ . Эти коэффициенты можно определить двумя способами:

- по результатам свободных колебаний, которые можно получить при приложении к акселерометру импульсного или ступенчатого ускорения, с использованием выражений (2.33) и (2.34);

- по результатам вынужденных гармонических колебаний, задаваемых с помощью вибростенда, с использованием выражений (2.39) и (2.40).

3. Третий этап и есть собственно этап определения углов тангажа и крена модели летательного аппарата в аэродинамической трубе с помощью маятникового акселерометра при наличии вибраций. В процессе испытаний измеряют электрические сигналы маятникового акселерометра и дополнительного акселерометра, который не измеряет постоянную составляющую ускорения и резонансная частота которого существенно превышает резонансную частоту маятникового акселерометра [67]. Искомый угол тангажа или крена определяют по уравнению (2.28) с использованием коэффициентов, определенных ранее на этапах 1 и 2. Две первых производных сигнала маятникового акселерометра в уравнении (2.28) вычисляют по его

показаниям. Ускорение корпуса маятникового акселерометра определяют по показаниям другого акселерометра.

Суть метода заключается в вычленении из сигнала акселерометра систематических погрешностей, обусловленных динамикой самого акселерометра (первые два члена в уравнении (2.28)), и ускорением (вибрацией) корпуса акселерометра вдоль его оси чувствительности (последнее слагаемое в выражении (2.28)). Вычитая эти систематические погрешности из показаний маятникового акселерометра, мы получаем искомый угол тангажа или крена модели летательного аппарата в аэродинамической трубе. В отсутствие динамики уравнение (2.28) сводится к уравнению для статического случая (2.3).

Для моделирования динамики маятникового акселерометра использована однокомпонентная математическая модель первого приближения – линейная модель в виде груза на пружине с демпфированием. Коэффициенты жесткости и демпфирования являются постоянными.

Верификация разработанного метода измерения нестационарных углов тангажа и крена с помощью маятниковых компенсационных акселерометров при наличии вибраций представлена в разделе 4.5 Главы 4.

## **Заключение к Главе 2**

Разработана трехкомпонентная математическая модель одноосевого акселерометра как средства для измерения углов тангажа и крена. Дана оценка погрешностей измерения одно- и трехкомпонентной математическими моделями. Выявлены систематические погрешности маятниковых компенсационных акселерометров, обусловленные влиянием ускорения, приложенного перпендикулярно к оси чувствительности акселерометра, и температуры. Трехкомпонентная математическая модель акселерометра учитывает (в отличие от однокомпонентной) влияние ускорения, приложенного перпендикулярно к оси его чувствительности. Предложены методы калибровки акселерометров и методика учета влияния температуры на его показания. Математические модели верифицированы с помощью результатов калибровки акселерометра.

Трехкомпонентная модель повышает точность измерения углов тангажа и крена акселерометрами, имеющими чувствительность к поперечным ускорениям, по сравнению с однокомпонентной моделью. Для трехкомпонентной модели необходимо знать величину дополняющего угла. Разработанные математические модели могут быть использованы в системе, состоящей из нескольких акселерометров, для одновременного измерения углов тангажа и крена.

Разработан новый универсальный метод для измерения нестационарных углов тангажа и крена моделей летательных аппаратов в аэродинамических трубах с помощью маятникового акселерометра. Задача решена для общего случая, когда акселерометр находится в неинерциальной системе координат, т. е. к его корпусу приложено переменное ускорение вдоль его оси чувствительности. Метод позволяет определять углы в широком диапазоне частот вибраций, включая и собственную частоту колебаний акселерометра. Искомые углы тангажа или крена могут быть определены в любой произвольный момент времени с использованием выражения (2.28): требуются лишь результаты измерений в окрестности заданного момента времени для вычисления первой и второй производных по времени от показаний акселерометра.

### Глава 3. Измерение параметров потока

В Главе 3 разработаны метод учета влияния влажности воздуха на скорость потока, скоростной напор, числа Маха и Рейнольдса в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке, и метод измерения нестационарного давления приемником воздушного давления при наличии полости между датчиком и приемным отверстием.

#### 3.1. Влияние влажности воздуха на параметры потока в дозвуковых и трансзвуковых аэродинамических трубах

Максимальный уровень естественной массовой доли влаги в воздухе можно оценить, исходя из соотношения массовой доли влаги и парциального давления пара (ГОСТ 26351-84):

$$q = \frac{R_v}{R_p} \frac{1}{\frac{p}{e} + \frac{R_v}{R_p} - 1}, \quad (3.1)$$

где  $q$  — отношение массы пара (кг) к массе смеси пара и сухого воздуха (кг);

$R_v$  — удельная газовая постоянная сухого воздуха;

$R_p$  — удельная газовая постоянная пара;

$p$  — статическое давление;

$e$  — парциальное давление пара.

Для сухого воздуха удельная газовая постоянная равна  $R_v = 287,05$  Дж/(кг · град) (ГОСТ 4401-81), а для пара —  $R_p = 461,7$  Дж/(кг · град) [58]. Тогда массовая доля влаги (3.1) выразится следующим образом:

$$q = \frac{0,622}{p/e - 0,378}.$$

Парциальное давление пара связано с относительной влажностью соотношением (ГОСТ 26351-84):

$$e = 611 \cdot U \cdot 10^{\frac{8,25t}{t+273,15}} [\text{Па}],$$

где  $t$  — температура ( $^{\circ}\text{C}$ );

$U$  — относительная влажность воздуха.

Оценка максимальной массовой доли влаги в атмосферном воздухе, который используется в до- и трансзвуковых АДТ, выполнена при 100% относительной влажности ( $U = 1$ ) и трех характерных значениях давления: 50, 100 и 400 кПа. Результаты представлены на рисунке 3.1.

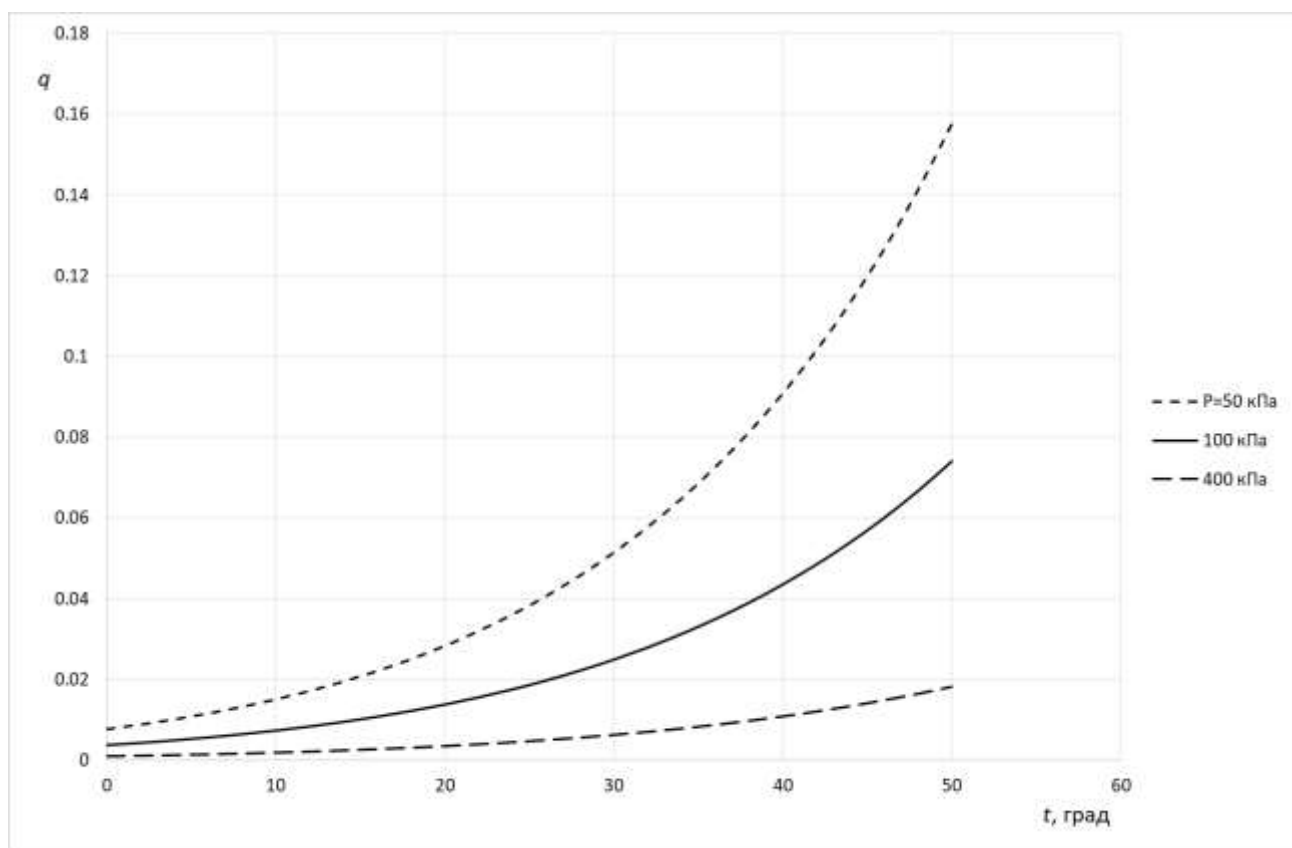


Рисунок 3.1 — Максимальная массовая доля влаги в атмосферном воздухе в зависимости от температуры.

Максимальная массовая доля влаги в атмосферном воздухе не превышает 0,08, а при пониженном давлении — 0,16, т. е.  $q$  является малым параметром. Типичный уровень влажности в средней полосе России, согласно ГОСТ 26351-84, составляет 1–2 г пара/кг воздуха ( $q \approx 0,001$ –0,002) зимой и 5–8 г пара/кг воздуха ( $q \approx 0,005$ –0,008) летом, что существенно меньше максимального значения.

Современные гигрометры, используемые в АДТ, измеряют, помимо относительной, и абсолютную влажность, а также массовую долю влаги. В данном разделе будет исследоваться влияние массовой доли влаги на параметры потока при отсутствии конденсации водяных паров.

### 3.1.1. Влияние влажности на удельную газовую постоянную воздуха

В работе [58] на основании закона Дальтона получено выражение для удельной газовой постоянной смеси газов:

$$R_{\text{см}} = \frac{1}{M} \sum_i M_i R_i, \quad (3.2)$$

где  $M$  — масса смеси газов;

$M_i$  — масса компоненты смеси;

$R_i$  — удельная газовая постоянная компоненты смеси.

Для влажного воздуха выражение (3.2) преобразуется в следующий вид:

$$\frac{R_{\text{см}}}{R_{\text{п}}} = 1 + q \left( \frac{R_{\text{п}}}{R_{\text{в}}} - 1 \right) = 1 + 0,609q, \quad (3.3)$$

где  $q = M_{\text{п}}/M$ ;

$M_{\text{п}}$  — масса пара.

Аналогичный результат получен в [59]. Максимальное изменение газовой постоянной влажного воздуха по отношению к сухому достигает ~5%.

### 3.1.2. Влияние влажности на показатель адиабаты

Удельная теплоемкость сухого воздуха при постоянном давлении составляет  $c_{pв} = 1006\text{--}1012$  Дж/(кг·град) в диапазоне температуры от  $-50$  до  $+50$  °С и давления от 50 до 500 кПа [68]. Изобарная удельная теплоемкость насыщенного водяного

пара составляет  $c_{p\pi} = 1864\text{--}1907$  Дж/(кг · град) [69]. В классической теории идеальных газов [70] удельная теплоемкость при постоянном объеме связана с удельной газовой постоянной следующим соотношением:

$$c_v = \frac{i}{2} R, \quad (3.4)$$

где  $i$  — число степеней свободы молекулы газа.

Удельная теплоемкость при постоянном давлении определяется из формулы Майера:

$$c_p = c_v + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (3.5)$$

Число степеней свободы молекул сухого воздуха и пара можно определить, используя значения удельных теплоемкостей при постоянном давлении и удельных газовых постоянных. Для воздуха выражение (3.5) дает  $i_v \approx 5,01\text{--}5,05$ , а для пара —  $i_\pi \approx 6,07\text{--}6,26$ , что очень близко к тому, что дает классическая теория двух- и многоатомных газов. Для удобства дальнейших расчетов и без заметной потери точности положим, как и в классической теории,  $i_v = 5$  и  $i_\pi = 6$ .

Удельная теплоемкость смеси выражается через теплоемкости компонент по аналогии с газовой постоянной (3.2):

$$c_{cm} = \frac{1}{M} \sum_i M_i c_i = q c_\pi + (1 - q) c_v, \quad (3.6)$$

где  $c_\pi$  — удельная теплоемкость пара;

$c_v$  — удельная теплоемкость сухого воздуха.

С учетом (3.4) и (3.6) отношение удельной теплоемкости смеси сухого воздуха и пара при постоянном объеме к удельной теплоемкости сухого воздуха выразится следующим образом:

$$\frac{c_{V\text{см}}}{c_{V\text{в}}} = \frac{qi_{\text{п}}R_{\text{п}} + (1-q)i_{\text{в}}R_{\text{в}}}{i_{\text{в}}R_{\text{в}}} = 1 + q\left(\frac{i_{\text{п}}}{i_{\text{в}}}\frac{R_{\text{п}}}{R_{\text{в}}} - 1\right) = 1 + 0,93q. \quad (3.7)$$

Аналогично с учетом выражений (3.5) и (3.6) получается выражение для отношения удельной теплоемкости смеси сухого воздуха и пара при постоянном давлении к удельной теплоемкости сухого воздуха:

$$\frac{c_{p\text{см}}}{c_{p\text{в}}} = \frac{q(i_{\text{п}} + 2)R_{\text{п}} + (1-q)(i_{\text{в}} + 2)R_{\text{в}}}{(i_{\text{в}} + 2)R_{\text{в}}} = 1 + q\left(\frac{i_{\text{п}} + 2}{i_{\text{в}} + 2}\frac{R_{\text{п}}}{R_{\text{в}}} - 1\right) = 1 + 0,838q. \quad (3.8)$$

Отношение показателя адиабаты смеси пара и сухого воздуха к показателю для сухого воздуха есть частное выражений (3.8) и (3.7):

$$\frac{\gamma_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}}} = \frac{1 + 0,838q}{1 + 0,93q} \approx 1 - 0,092q. \quad (3.9)$$

В справочнике [59] получено следующее выражение для отношения показателей адиабат:

$$\frac{\gamma_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}}} = \frac{1 + 0,917q}{1 + 1,040q}.$$

Разложение этого выражения до членов первого порядка малости дает

$$\frac{\gamma_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}}} \approx 1 - 0,123q.$$

Различие в коэффициентах при массовой доле пара составляет 25%. Причину расхождения результатов выяснить не удастся, поскольку в работе [59] не приводятся значения использованных теплоемкостей воздуха и пара.

При максимальной влажности атмосферного воздуха  $q = 0,08$  показатель адиабаты (3.9) уменьшается на 0,7%, а по результатам работы [59] — на 0,9%. Различие в 0,2% можно считать несущественным.

### 3.1.3. Влияние влажности на скорость звука

Отношение скорости звука в смеси к скорости звука в сухом воздухе определяется, с учетом (3.3) и (3.9), следующим выражением:

$$\frac{a_{\text{см}}}{a_{\text{в}}} = \sqrt{\frac{\gamma_{\text{см}} R_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}} R_{\text{в}}}} = \sqrt{\frac{1 + 0,838q}{1 + 0,93q}} (1 + 0,609q) \approx 1 + 0,26q. \quad (3.10)$$

Скорость звука во влажном воздухе увеличивается на 2% при максимальной влажности атмосферного воздуха  $q = 0,08$ . Максимальное изменение скорости звука при естественном уровне влажности достигает 0,3%.

### 3.1.4. Влияние влажности на число Маха

Число Маха вычисляется в до-, транс- и сверхзвуковых АДТ по отношению полного и статического давления [58]:

$$M_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]}. \quad (3.11)$$

Поправку к числу  $M$ , обусловленную влиянием влажности, можно определить в виде отношения чисел  $M$ , рассчитанных по одному и тому же отношению полного и статического давления, с показателями адиабаты, соответствующими влажному и сухому воздуху. Отношение полного давления к статическому можно выразить через число  $M_{\text{в}}$  (3.11) и показатель адиабаты сухого воздуха:

$$\frac{p_0}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma_B - 1}{2} M_B^2 \right)^{\frac{\gamma_B}{\gamma_B - 1}}. \quad (3.12)$$

Тогда отношение чисел  $M$  во влажном и сухом воздухе с учетом (3.12) представится в виде:

$$\frac{M_{\text{см}}}{M_B} = \frac{1}{M_B} \sqrt{\frac{2}{\gamma_{\text{см}} - 1} \left\{ \left( 1 + \frac{\gamma_B - 1}{2} M_B^2 \right)^{\frac{\gamma_B}{\gamma_B - 1} \frac{\gamma_{\text{см}}}{\gamma_{\text{см}} - 1}} - 1 \right\}}. \quad (3.13)$$

Поправка к числу  $M$ , обусловленная влиянием влажности зависит от его величины. При  $M_B \rightarrow 0$  выражение (3.13) преобразуется в вид:

$$\frac{M_{\text{см}}}{M_B} \sqrt{\frac{\gamma_B}{\gamma_{\text{см}}}} \approx 1 + 0,046q. \quad (3.14)$$

Результаты расчета по формуле (3.13) представлены на рисунке 3.2 в виде зависимости разности чисел  $M$  смеси и сухого воздуха от числа Маха при нескольких значениях массовой доли пара. Поправка имеет максимум при  $M_B \approx 1,25$ .

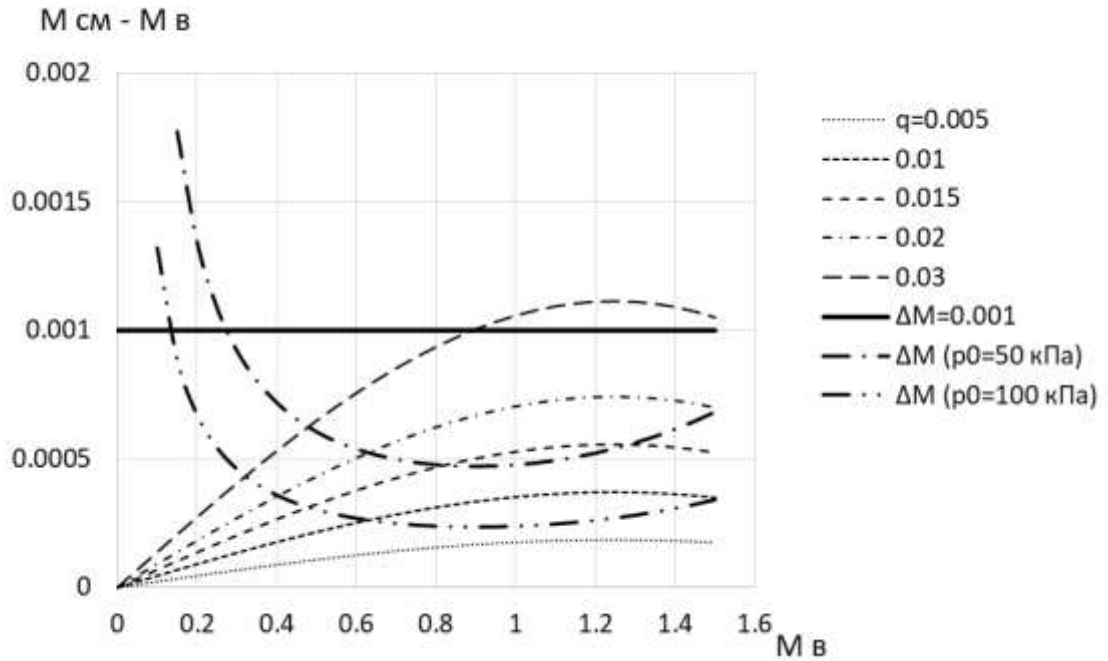


Рисунок 3.2 — Зависимость разности чисел  $M$  смеси и сухого воздуха от числа Маха потока.

Значимость поправки к числу  $M$  можно оценить, сопоставив ее с погрешностью его измерения, которая согласно [73] выражается следующим образом:

$$\Delta M = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{M} + \frac{\gamma-1}{2} M \right) \sqrt{\left( \frac{\Delta p}{p} \right)^2 + \left( \frac{\Delta p_0}{p_0} \right)^2}, \quad (3.15)$$

где  $\Delta p$  — погрешность измерения статического давления;

$\Delta p_0$  — погрешность измерения полного давления.

В настоящее время в АДТ для измерения полного и статического давления применяют прецизионные датчики с цилиндрическим резонатором серии МЦП [4], абсолютная погрешность которых в диапазоне давления до  $p = 130$  кПа составляет 13 Па (0,01%). Погрешность измерения числа  $M$ , вычисленная по формуле (3.15), приведена на рисунке 3.2 для двух значений давления торможения  $p_0 = 50$  и 100 кПа. В трансзвуковом диапазоне скоростей систематическая погрешность,

связанная с влиянием влажности, превышает инструментальную погрешность измерения числа  $M$ , начиная с уровня массовой доли пара  $q \approx 0,007$  при  $p_0 = 100$  кПа и  $q \approx 0,015$  при  $p_0 = 50$  кПа.

Вторым критерием значимости поправки являются требования к точности измерения числа  $M$ . Такое требование приведено в работе [175] и составляет  $\Delta M = 0,001$ . Оно удовлетворяется при естественном уровне влажности  $q \leq 0,02$  (Рисунок 3.2), т. е. поправку на влияние влажности к числу  $M$  в трансзвуковом диапазоне скоростей при современном уровне требований можно не вводить.

### 3.1.5. Влияние влажности на скорость потока

Поправка к скорости потока, обусловленная влиянием влажности, с учетом (3.10) примет вид:

$$\frac{V_{\text{см}}}{V_{\text{в}}} = \frac{M_{\text{см}}}{M_{\text{в}}} \frac{a_{\text{см}}}{a_{\text{в}}} = \frac{M_{\text{см}}}{M_{\text{в}}} \sqrt{\frac{\gamma_{\text{см}} R_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}} R_{\text{в}}}} \approx (1 + 0,26q) \frac{M_{\text{см}}}{M_{\text{в}}}. \quad (3.16)$$

Для малых скоростей потока формула (3.16) с учетом (3.14) преобразуется в вид:

$$\frac{V_{\text{см}}}{V_{\text{в}}} = \frac{M_{\text{см}}}{M_{\text{в}}} \sqrt{\frac{\gamma_{\text{см}} R_{\text{см}}}{\gamma_{\text{в}} R_{\text{в}}}} \approx \sqrt{\frac{R_{\text{см}}}{R_{\text{в}}}} \approx (1 + 0,305q). \quad (3.17)$$

Скорость потока увеличивается на 2,4% при максимальной влажности атмосферного воздуха  $q = 0,08$ .

### 3.1.6. Влияние влажности на число Рейнольдса

Число  $Re$  определяется по формуле:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{p M \sqrt{\gamma} L}{\sqrt{R T} \mu}, \quad (3.18)$$

где  $p$  — статическое давление;

$T$  — статическая температура;

$\mu$  — коэффициент динамической вязкости.

Для расчета динамической вязкости сухого воздуха воспользуемся выражением (ГОСТ 4401-81)

$$\mu_B = \frac{\beta_S T^{3/2}}{T + S}, \quad (3.19)$$

где  $S$  и  $\beta_S$  — эмпирические коэффициенты Сатерлэнда:

$$S = 110,4 \text{ К}; \quad \beta_S = 1,458 \cdot 10^{-6} \frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{м} \sqrt{\text{К}}}. \quad (3.20)$$

Динамическая вязкость пара, приведенная в справочных материалах [74], в диапазоне температуры от 0 до 50 °С аппроксимируется линейной функцией:

$$\mu_{\Pi} = (9,22 + 0,028(T - 273,15)) \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (3.21)$$

При нормальных условиях динамическая вязкость пара приблизительно в два раза меньше вязкости сухого воздуха. По аналогии с газовой постоянной и удельной теплоемкостью вязкость смеси можно представить в виде:

$$\mu_{\text{см}} = q\mu_{\Pi} + (1 - q)\mu_B. \quad (3.22)$$

Выражение (3.18) для сухого воздуха с учетом (3.19) и (3.20) преобразуется в уравнение вида:

$$\text{Re}_B = \frac{pM_B \sqrt{\gamma_B} L (T_B + S)}{\sqrt{R_B} \beta_S T_B^2}, \quad (3.23)$$

где  $T_B$  — статическая температура в потоке сухого воздуха.

Число  $\text{Re}_{\text{см}}$  для влажного воздуха с учетом (3.22) вычисляется по формуле:

$$\text{Re}_{\text{см}} = \frac{pM_{\text{см}} \sqrt{\gamma_{\text{см}}} L}{\sqrt{R_{\text{см}}} T_{\text{см}} (\mu_B + q(\mu_{\Pi} - \mu_B))}. \quad (3.24)$$

Для расчета поправки на влияние влажности температуру торможения будем считать одинаковой для влажного и сухого воздуха. Тогда отношение чисел  $Re$  для влажного (3.24) и сухого (3.23) воздуха можно представить как:

$$\frac{Re_{см}}{Re_B} = \frac{M_{см}}{M_B} \sqrt{\frac{\gamma_{см} R_B T_B}{\gamma_B R_{см} T_{см}}} \frac{\mu_B}{\mu_B + q(\mu_{п} - \mu_B)}. \quad (3.25)$$

Результаты расчета по формуле (3.25) показаны на рисунке 3.3 в виде зависимости разности чисел Рейнольдса ( $Re \cdot 10^{-6}$ ) смеси и сухого воздуха от числа  $M$  при нескольких значениях массовой доли пара. При увеличении массовой доли пара число  $Re$  смеси уменьшается.

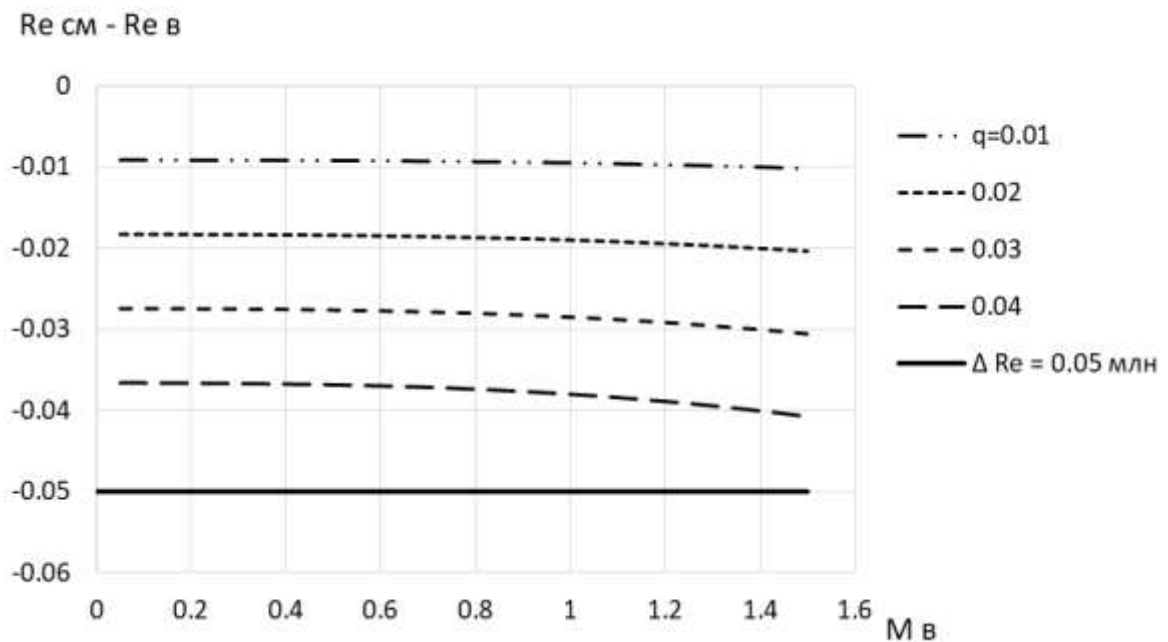


Рисунок 3.3 — Зависимость разности чисел Рейнольдса ( $Re \cdot 10^{-6}$ ) смеси и сухого воздуха от числа  $M$  потока.

Согласно [175], требования к допустимому значению погрешности измерения чисел  $Re$  определяются для гражданских самолетов из условия, согласно которому увеличение числа  $Re$ , соответствующее допустимой погрешности, приводит к уменьшению коэффициента сопротивления на величину

$\Delta c_{x_a} = 0,00005$ . Для типовой модели гражданского самолета при характерном значении  $Re = 3 \cdot 10^6$  требуемая погрешность составляет  $\Delta Re \approx 0,05 \cdot 10^6$ . Зависимость этой погрешности представлена на рисунке 3.3 сплошной линией. Данные, приведенные на рисунке 3.3, показывают, что поправку к числу  $Re$ , обусловленную влиянием массовой доли пара в атмосфере, при современном уровне требований вводить необязательно.

В работе [59] во влиянии влажности на число  $Re$  учитывалось только изменение плотности влажного воздуха.

### 3.1.7. Влияние влажности на скоростной напор

Учитывая выражение (3.9), поправка к скоростному напору определяется следующим образом:

$$Q_{cm}/Q_b = \gamma_{cm}/\gamma_b (M_{cm}/M_b)^2 \approx (1 - 0,092q)(M_{cm}/M_b)^2. \quad (3.26)$$

Для малых скоростей потока выражение (3.26) с точностью до второго порядка малости параметра  $q$  и с учетом (3.14) преобразуется в следующий вид:

$$Q_{cm}/Q_b \approx 1. \quad (3.27)$$

Для малых скоростей потока поправка к скоростному напору, обусловленная влиянием влажности, получилась пренебрежимо малой. Влияние влажности на аэродинамические характеристики моделей будет осуществляться через изменение скоростного напора набегающего потока. Поправка к аэродинамическим коэффициентам, обусловленная влиянием влажности, вводится по формуле:

$$c_{\Pi} = c \cdot (Q_b/Q_{cm}), \quad (3.28)$$

где  $c_{\Pi}$  — аэродинамический коэффициент с поправкой на влияние влажности;  
 $c$  — аэродинамический коэффициент, рассчитанный для сухого воздуха.

Отношение разности скоростных напоров сухого и влажного воздуха к скоростному напору сухого воздуха  $(Q_B - Q_{CM})/Q_B$  в зависимости от числа  $M$  для нескольких значений массовой доли пара приведено на рисунке 3.4.

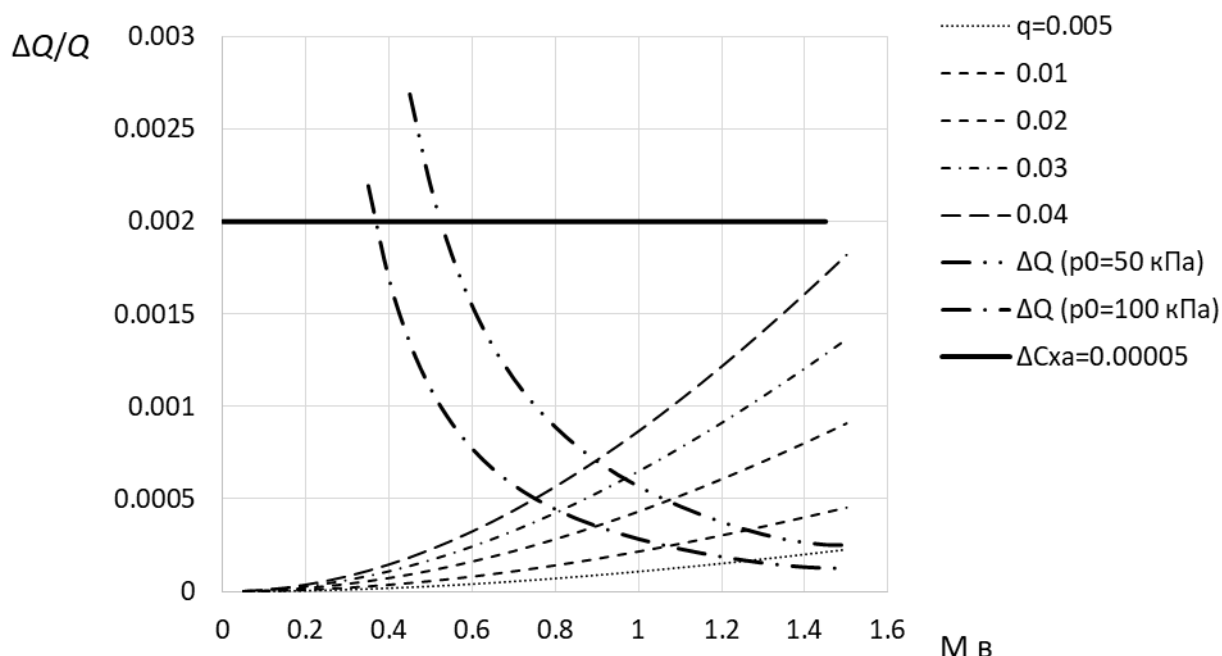


Рисунок 3.4 — Поправка к скоростному напору на влияние влажности в зависимости от числа  $M$ .

С увеличением уровня влажности скоростной напор уменьшается при равных значениях полного и статического давления во влажном и сухом потоке. Значимость поправки можно определить, сопоставив ее с погрешностью измерения скоростного напора [73]:

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{M^2}{2} - 1\right)^2 \Delta p^2 + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{2}{\gamma - 1}} \Delta p_0^2}. \quad (3.29)$$

На рисунке 3.4 приведены графики относительной погрешности скоростного напора, рассчитанные по формуле (3.29) для двух значений полного давления  $p_0 = 50$  и  $100$  кПа. Поправка на влияние влажности превышает инструментальную

погрешность измерения скоростного напора в трансзвуковом диапазоне, начиная с уровня  $q = 0,01$ .

Вторым критерием значимости поправки является требование к точности измерения аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов. Наиболее жесткие требования производители пассажирских самолетов предъявляют к коэффициенту сопротивления для режима крейсерского полета. Так, например, в работе [175] приведено следующее требование к его погрешности:

$$\Delta c_{x_a} = 0,0001.$$

В настоящее время эти требования еще более ужесточились [19, 75]:

$$\Delta c_{x_a} = 0,00005.$$

Это связано с задачей оптимизации геометрии самолета, когда малые изменения геометрии приводят к малому изменению его сопротивления. Типичное значение коэффициента сопротивления для крейсерского режима полета гражданского самолета составляет  $c_{x_a} = 0,025$ . Рассмотрим, какому относительному изменению скоростного напора будет соответствовать допустимая погрешность определения коэффициента сопротивления  $\Delta c_{x_a} = 0,00005$ . Из соотношения (3.28) следует:

$$\frac{Q_B - Q_{см}}{Q_B} = \frac{c_{x_{ап}} - c_{x_a}}{c_{x_{ап}}} \approx 0,002. \quad (3.30)$$

Оценка (3.30) приведена на рисунке 3.4 в виде сплошной линии. Для обеспечения требуемой погрешности измерения коэффициента сопротивления для моделей магистральных самолетов поправку на влияние влажности к скоростному напору вносить не требуется при естественном уровне водяного пара в атмосферном воздухе и современном уровне требований.

Экспериментальная проверка полученных результатов представлена в разделе 5.3 Главы 5.

### 3.1.8. Область применимости полученных результатов

Область применимости полученных результатов ограничивается режимами течения, когда отсутствует конденсация водяного пара. Оценку условий конденсации можно сделать на основе имеющихся данных о переохлаждении водяного пара. В работах [76, 77] отмечается, что при умеренных давлениях температура переохлаждения в соплах АДТ может достигать  $\Delta t \approx 30\text{--}50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . На рисунке 3.5 приведена зависимость статической температуры потока от числа  $M$  для двух значений температуры торможения  $t_0 = 20, 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ , характерных для трансзвуковых АДТ. В этом случае вышеупомянутый диапазон температур переохлаждения соответствует конденсации влаги в потоке при  $M \sim 1,2\text{--}1,4$ .

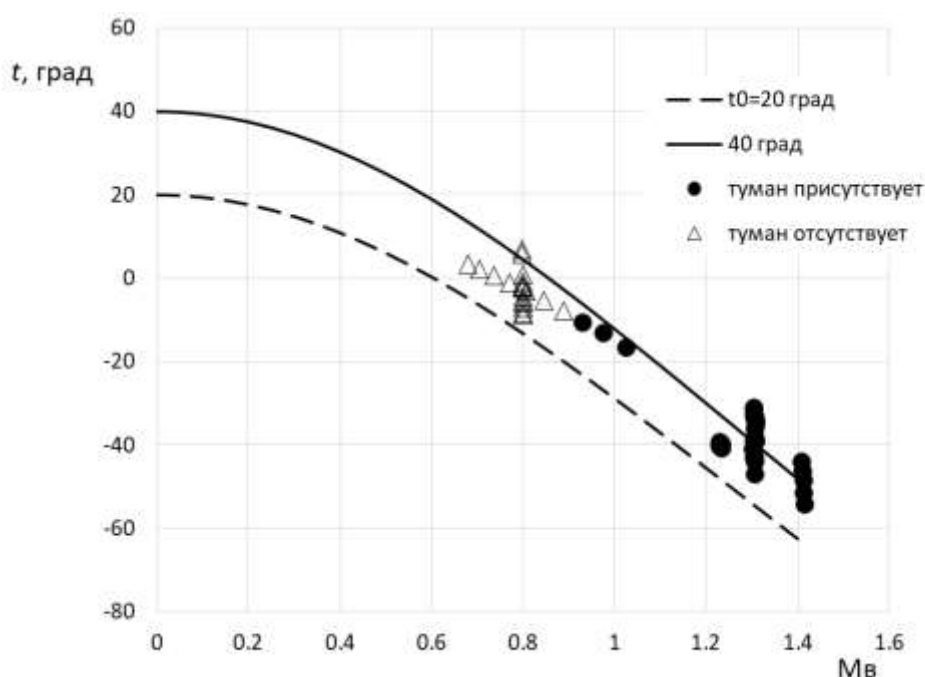


Рисунок 3.5 — Зависимость статической температуры потока от числа  $M$ .

На рисунке 3.5 приведены результаты визуальных наблюдений наличия тумана в рабочей части трансзвуковой АДТ ЦАГИ Т-128. Испытания проводились при массовой доле влажности  $q \approx 0,003\text{--}0,005$ . Расстояние от критического сечения

сопла до области наблюдения составляло приблизительно 7–9 м. Круглые маркеры соответствуют опытам, когда туман наблюдался, треугольные — когда он отсутствовал. Результаты показывают, что температура переохлаждения для рабочей части трансзвуковой трубы Т-128 составляет  $\Delta t \approx 10$  °С. Этой температуре соответствует число  $M \sim 0,9$ . Следовательно, для больших трансзвуковых труб типа Т-128, работающих при нормальных условиях, полученные поправки к параметрам набегающего потока справедливы при  $M \leq 0,9$ .

Вблизи модели имеются области с повышенным местным числом  $M$ , что может привести к конденсации влаги и при меньших скоростях набегающего потока. Это зависит от условий обтекания конкретной модели. В этих случаях в качестве предельного следует рассматривать максимальное число  $M$  в потоке вблизи модели.

### **3.2. Метод измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком**

Метод измерения нестационарного полного и статического давления разработан для приемников воздушного давления, у которых между датчиком и приемным отверстием имеется полость. Полость совместно с приемным отверстием небольшого диаметра представляют собой резонатор Гельмгольца. Резонатор Гельмгольца является динамической системой. Этим обусловлена сложность решаемой задачи: измерение нестационарного давления осуществляется динамической системой.

#### **3.2.1. Описание комбинированного приемника для измерения полного и статического давления**

Для измерения нестационарного полного и статического давления использована известная схема комбинированного насадка типа Пито — Прандтля с полусферической головкой (см., например, [176]). В насадке установлены два датчика Kulite XCS-062-5D (рисунок 3.6 а). Рисунок 3.6 выполнен В. И. Буселом.

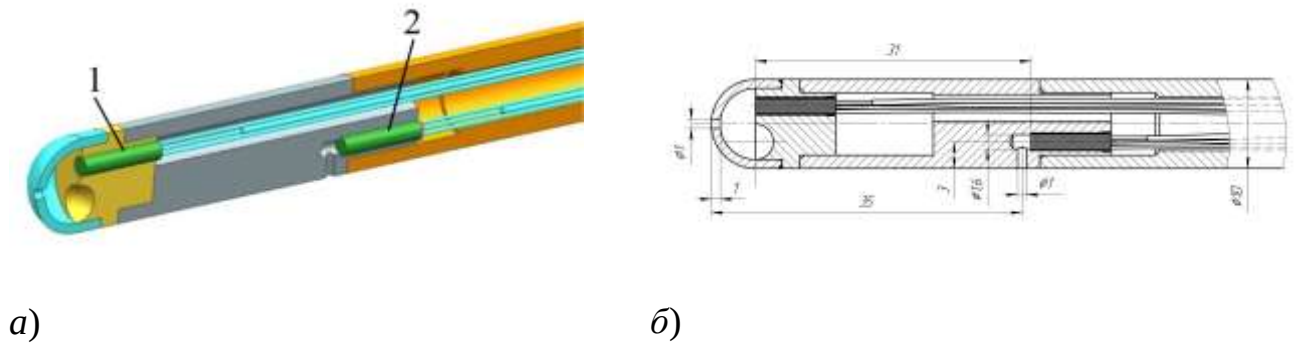


Рисунок 3.6 — Комбинированный насадок для измерения нестационарного полного и статического давления. (а — схема приемника: 1 — датчик Kulite для измерения полного давления; 2 — датчик Kulite для измерения статического давления; б — основные размеры насадка

Датчик для измерения полного давления смещен по отношению к оси приемного отверстия для предотвращения его повреждения посторонними частицами. Между датчиком и потоком имеется полость объемом 152 мм<sup>3</sup>, которая сообщается с потоком через цилиндрическое отверстие длиной 1 мм и диаметром 1 мм (рисунок 3.6 б). Датчик статического давления сообщается с внешним потоком через такое же отверстие и малую полость объемом 6,5 мм<sup>3</sup>. Такая конструкция насадка при воздействии на него внешнего нестационарного потока создаёт условия для возникновения в отверстиях и полостях упругих колебаний и, в частности, резонансных явлений двух видов. Первое типично для резонатора Гельмгольца [166]. Частота этого резонанса определяется конструктивными и гидродинамическими параметрами полости и канала, подводящего газ в полость. Для принятой конструкции приёмника давления эта частота оказывается наименьшей. Второе — это собственные частоты, определяемые полным набором колебательных мод полости резонатора. В замкнутой полости с отражающими стенками наименьшая из собственных частот будет порядка

$$f \approx a/2L,$$

где  $a$  — скорость звука;

$L$  — характерный линейный размер полости.

Для нашего приемника полного давления  $L \sim 8$  мм, а для приемника статического давления  $L \sim 2$  мм. Наименьшая собственная частота для полости приемника полного давления составит около 20 кГц, а для полости приемника статического давления  $\sim 80$  кГц соответственно.

### 3.2.2. Математическая модель приемника давления

Согласно Релею [169] будем предполагать, что внешнее течение в области насадка является нестационарным, установившимся и безотрывным, а нестационарные возмущения параметров течения — малыми по отношению к средним значениям, скорость течения в отверстии мала, по сравнению со скоростью звука. Используя закон сохранения энергии, Релей выписал линейное неоднородное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для колебаний в цилиндрическом канале резонатора поршня (по терминологии Релея), состоящего из жидкости. Длина этого поршня равняется сумме длины цилиндрического отверстия и присоединенной длины (концевой поправки, по терминологии Релея)

$$l = l_0 + 2\Delta,$$

где  $l_0$  — длина цилиндрического отверстия;

$\Delta$  — поправка к длине, связанная с вовлечением в движение газа с одной стороны отверстия.

Релей полагал, что присоединенная длина с внешней и внутренней сторон отверстия одинакова. Внешнее возмущение задано гармоническим источником звука во внешнем пространстве. Диссипацию Релей рассматривает в виде уноса энергии колебаний в сосуде и пространстве вблизи него в окружающую среду. К механизмам переноса и рассеяния энергии Релей относит вязкость, теплопроводность и тепловое излучение. Релей получил оценку диапазона

присоединенной длины для бесконечной пластины с отверстием (с одной стороны отверстия) в виде

$$\frac{\pi}{8}d < \Delta < \frac{4}{3\pi}d,$$

где  $d$  — диаметр отверстия.

Воспользуемся постановкой задачи о резонаторе, предложенной Релеем [169], для моделирования приемников полного и статического давления (рисунок 3.6). Математическую модель приемника будем строить в линеаризованной постановке на основе второго закона Ньютона, как это сделано в [78]. В этой модели не учитывается сила сопротивления в отверстии. Поэтому при создании математической модели приемника будем следовать логике работы [78]. Приемник представляет собой замкнутый сосуд с маленьким отверстием. Разность давления, возникающая между внешним пространством и сосудом, может выравниваться путем втекания или вытекания газа из полости через тонкий цилиндрический канал. Таким образом, возникают упругие колебания газа в системе. Поскольку диаметр отверстия мал, скорость течения газа в отверстии при сравнительно небольших перепадах давления будет мала, по сравнению со скоростью звука. Соответственно и частота колебаний в отверстии будет мала, по сравнению с собственными частотами колебаний газа в полости. К существующей модели резонатора с маленьким отверстием добавим вязкую силу сопротивления, возникающую при движении газа в канале и нестационарное давление во внешней области. Хорошо известен подход [168, 169, 177, 178], когда для моделирования пограничного слоя на стенке отверстия резонатора Гельмгольца применяют решение второй задачи Стокса (см., например, [179]) о колебаниях бесконечной плоскости. В этом подходе предполагается, что пограничный слой на стенках отверстия тонок по сравнению с его диаметром, а вязкими эффектами на краях отверстия пренебрегают. При этом, согласно решению второй задачи Стокса, сила сопротивления пропорциональна скорости

$$F = -\alpha u.$$

В данном уравнении  $u$  — скорость газа в отверстии, а коэффициент сопротивления определяется выражением:

$$\alpha = S_c \sqrt{\omega \rho \mu / 2}, \quad (3.31)$$

где  $S_c$  — боковая площадь стенок отверстия;

$\omega$  — круговая частота колебаний газа в отверстии;

$\rho$  — плотность газа в отверстии;

$\mu$  — динамический коэффициент вязкости.

В соответствии со вторым законом Ньютона выпишем уравнение для силы, действующей на площадь приемного отверстия (ось  $OX$  направлена внутрь отверстия):

$$m\dot{u} = S(P_e - P) - \alpha u, \quad (3.32)$$

где  $m$  — масса газа, вовлеченного в колебания в отверстии и его ближайшей окрестности;

$P$  — давление в полости приемника;

$P_e$  — давление во внешней области;

$S$  — площадь приемного отверстия.

Выражение для массы газа, согласно [169], выписываем в виде  $m = \rho S l$ . При этом изменениями плотности здесь, по сравнению с изменениями скорости, пренебрегаем, полагая их малыми более высокого порядка. Тогда уравнение (3.32) преобразуется в следующий вид:

$$\rho S l \dot{u} = S(P_e - P) - \alpha u. \quad (3.33)$$

Относительное изменение плотности газа в полости резонатора во времени следует из равенства расходов газа в полости и протекающего через отверстие. Согласно [78], оно выписывается в следующем виде:

$$\dot{\rho} V = \rho S u, \quad (3.34)$$

где  $V$  — объём полости приемника давления.

Производная плотности в полости связана с производной давления в главном порядке следующим соотношением [169]:

$$\dot{P} = a^2 \dot{\rho}. \quad (3.35)$$

Подставим выражение (3.35) в (3.34) и продифференцируем уравнение (3.34) в предположении, что плотность газа и скорость звука в отверстии не меняются в соответствии с [78]:

$$\ddot{P}V = a^2 \rho S \dot{u}. \quad (3.36)$$

Определим из уравнения (3.34) скорость, а из уравнения (3.36) её производную и подставим их в (3.33):

$$\ddot{P} + \frac{\alpha}{\rho S l} \dot{P} + \frac{S a^2}{l V} P = \frac{S a^2}{l V} P_e. \quad (3.37)$$

Воспользуемся обозначением, полученным Релеем [169] для собственной круговой частоты колебаний газа в отверстии при отсутствии демпфирования (резонансная частота):

$$\omega_0 = a \sqrt{S / l V}. \quad (3.38)$$

Введем обозначение для приведенного коэффициента демпфирования:

$$\beta = \alpha / (\rho S l). \quad (3.39)$$

Уравнение (3.37) с учетом выражений (3.38) и (3.39) преобразуется в окончательное уравнение для давления в полости приемника:

$$\ddot{P} + \beta \dot{P} + \omega_0^2 P = \omega_0^2 P_e. \quad (3.40)$$

Релей также получил уравнение (3.40), при этом используя другой подход. Следует отметить, что собственная частота колебаний (3.38) зависит от скорости

звука и, следовательно, от температуры. С учетом выражения (3.31) получим следующее выражение для приведенного коэффициента демпфирования:

$$\beta = \sqrt{\frac{8\omega\mu}{\rho}} \frac{l_0}{d(l_0 + 2\Delta)}. \quad (3.41)$$

Коэффициент демпфирования пропорционален квадратному корню из частоты колебаний в отверстии. Констатируем, что приемник с полостью представляет собой линейную динамическую систему, описываемую неоднородным обыкновенным линейным дифференциальным уравнением второго порядка. Неизвестными коэффициентами в уравнении (3.40) являются  $\omega_0$  и  $\beta$  или коэффициент сопротивления  $\alpha$  и приведенная длина  $l$ .

### 3.2.3. Метод измерения нестационарного давления

Уравнение (3.40) представляет собой связь между давлением  $P$ , измеренным датчиком, и давлением  $P_e$  на внешней поверхности приемника давления вблизи приемного отверстия. В нашей задаче необходимо определить давление  $P_e$  перед приемником по показаниям датчика  $P$ , установленного внутри приемника. Для решения этой задачи перепишем уравнение (3.40) следующим образом:

$$P_e = P + \frac{\beta \dot{P}}{\omega_0^2} + \frac{\ddot{P}}{\omega_0^2}, \quad (3.42)$$

где  $\omega_0 = \omega_{0c} \sqrt{T/T_c}$ ;

$\omega_{0c}$  — резонансная круговая частота, определенная при динамической калибровке приемника давления;

$T_c$  — температура газа в полости приемника при калибровке;

$T$  — температура газа в полости приемника.

По существу, мы вводим поправку к показаниям датчика давления, обусловленную резонатором Гельмгольца. Для определения этой поправки требуется вычислить первую и вторую производную давления по времени,

измеренного датчиком. Поправку можно рассчитать для любого момента времени: требуется лишь небольшая окрестность для вычисления производных. Уравнение (3.42) не накладывает ограничений на диапазон частот. Поэтому его можно применять во всем их диапазоне, включая и собственную частоту колебаний газа в приемном отверстии (резонаторе). Для решения задачи потребуются значения коэффициента демпфирования и резонансной частоты колебаний. В статическом случае  $P = \text{const}$  уравнение (3.42) сводится к тождеству  $P_e = P$ .

Метод также позволяет ввести поправку к амплитудам спектра давлений, как это было сделано в работе [149]. Каждую гармонику спектра можно рассматривать в статистическом смысле как установившееся гармоническое колебание. В этом случае внешнее давление можно представить в виде

$$P_e = P_e^0 \cdot \sin \omega t,$$

где  $\omega$  — круговая частота вынужденных колебаний;

$P_e^0$  — амплитуда вынужденных колебаний давления.

Тогда уравнение (3.40) примет вид:

$$\ddot{P} + \beta \dot{P} + \omega_0^2 P = \omega_0^2 P_e^0 \cdot \sin \omega t. \quad (3.43)$$

Решение уравнения (3.43) для установившихся гармонических колебаний с малым коэффициентом демпфирования хорошо известно (см., например, [61]):

$$P = P_e^0 \sin(\omega t - \varepsilon) / \sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + \beta^2 \omega^2 / \omega_0^4}, \quad (3.44)$$

где  $\varepsilon$  — разность фаз колебаний газа в полости приемника и во внешней области:

$$\cos \varepsilon = (\omega_0^2 - \omega^2) / \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \beta^2 \omega^2}, \text{ или } \operatorname{tg} \varepsilon = \beta \omega / (\omega_0^2 - \omega^2). \quad (3.45)$$

Амплитуда колебаний давления в полости определяется из решения (3.44):

$$P^a = P_e^0 / \sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + \beta^2 \omega^2 / \omega_0^4}. \quad (3.46)$$

Определим из уравнения (3.46) амплитуду колебаний во внешней области и получим следующую поправку:

$$P_e^0 = P^a \sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + \beta^2 \omega^2 / \omega_0^4}. \quad (3.47)$$

Эта поправка применима во всем диапазоне частот приемника, включая собственную частоту резонатора. Можно рассматривать это выражение как обобщение поправки к амплитуде, полученной экспериментально в статье [149] в диапазоне частот ниже резонансной, на более широкий диапазон частот.

### **3.2.4. Определение собственной частоты и коэффициента демпфирования приемника давления**

Неизвестными в уравнении (3.42) являются резонансная частота  $\omega_0$  и коэффициент демпфирования  $\beta$ , либо коэффициент сопротивления  $\alpha$  и приведенная длина  $l$ . Их можно определить двумя хорошо известными методами: по результатам опытов с заданием во внешней области установившихся гармонических колебаний давления [149] или при воздействии на приемник импульсного давления [167, 180].

#### **Метод установившихся гармонических колебаний**

При задании во внешней области установившихся гармонических колебаний, например, с помощью генератора звука в виде  $P = P_e^0 \cdot \sin \omega t$ , уравнение (3.40) примет вид (3.43) с решением (3.44). Резонансную частоту  $\omega_0$  и коэффициент демпфирования определяем из решения уравнений (3.45) и (3.46):

$$\omega_0 = \omega / \sqrt{1 - P_e^0 / P^a \cdot \cos \varepsilon}; \quad (3.48)$$

$$\beta = \omega \sin \varepsilon / (P^a / P_e^0 - \cos \varepsilon). \quad (3.49)$$

Для определения этих параметров методом линейной регрессии перепишем выражения (3.48) и (3.49) следующим образом:

$$\omega = \omega_0 / \sqrt{1 - P_e^0 / P^a \cdot \cos \varepsilon}; \quad (3.50)$$

$$\omega \sin \varepsilon = \beta (P^a / P_e^0 - \cos \varepsilon). \quad (3.51)$$

### Метод свободных затухающих колебаний

Для свободных колебаний уравнение (3.40) преобразуется в следующий вид:

$$\ddot{P} + \beta \dot{P} + \omega_0^2 P = 0. \quad (3.52)$$

Уравнение (3.52) представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Решение этого уравнения для свободных затухающих колебаний с малым коэффициентом демпфирования хорошо известно (см., например, [61]):

$$P = P_0^a \exp(-\beta t/2) \cdot \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.53)$$

где  $P_0^a$  — начальная амплитуда колебаний;

$\varphi$  — начальная фаза колебаний;

$\omega$  — круговая частота затухающих колебаний.

Решение (3.53) для амплитуды затухающих колебаний при  $\varphi = 0$  примет вид ( $t = Tn/2$ ):

$$\ln P_n^a / P_0^a = -\beta Tn/4, \quad (3.54)$$

где  $T$  — период колебаний;

$n = 0, 1, 2, \dots$

Из выражения (3.54) определим приведенный коэффициент сопротивления. Резонансную частоту  $\omega_0$  найдем по известному выражению (см., например, [61]):

$$\omega_0 = \sqrt{\omega^2 + (\beta/2)^2}. \quad (3.55)$$

### Заключение к Главе 3

Получены поправки на влияние влажности к скорости, скоростному напору, числам Маха и Рейнольдса потока в дозвуковых и трансзвуковых АДТ при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке. Выполнена оценка значимости полученных поправок путем их сопоставления с погрешностью измерения параметров потока и известных требований к точности определения чисел  $M$ ,  $Re$  и коэффициента сопротивления моделей гражданских самолетов. Влияние естественной влажности потока в аэродинамических трубах на числа Маха и Рейнольдса несущественно при существующем уровне требований к погрешностям определения аэродинамических характеристик и при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке и местное число Маха  $M < 0,9$ . Значимой является поправка к скорости потока, которая при максимальной массовой доле пара в атмосфере  $q \approx 0,015$  составляет 0,4%. Область применимости поправок в больших АДТ ограничивается значением числа Маха  $M \leq 0,9$ .

Разработан новый метод измерения нестационарного давления приемником воздушного давления при наличии полости между датчиком и потоком. Рассматривается вариант классического насадка типа Пито — Прандтля для измерения нестационарного полного и статического давления в потоках с примесью частиц. Датчик давления, установленный в насадке, смещается относительно оси приемного отверстия, что существенно повышает живучесть датчика. Давление определяется в любой произвольный момент времени. Для этого требуются лишь результаты измерений в окрестности этого момента времени для вычисления первой и второй производных по времени от показаний датчика. Новизна предложенного метода заключается в определении нестационарного давления по показаниям датчика, установленного в полости внутри насадка, в широком диапазоне частот, включая собственную частоту колебаний газа в приемном отверстии. Остается открытым вопрос о величине демпфирования

колебаний газа в отверстии приемника статического давления пограничным слоем, который нарастает вдоль поверхности насадка.

Верификация разработанного метода приведена в разделе 4.6 Главы 4, а экспериментальная проверка — в разделе 5.4 Главы 5.

## **Глава 4. Верификация методов измерения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах**

Глава 4 посвящена верификации разработанных в Главах 1–3 методов измерений с помощью тензометрических весов, маятниковых акселерометров и датчиков давления.

### **4.1. Верификация метода измерения нестационарных аэродинамических нагрузок с помощью тензометрического динамометра для измерения силы трения пограничного слоя с приложением ступенчатой силы**

Верифицируем разработанный метод измерения нестационарных аэродинамических нагрузок, изложенный в разделе 1.3 Главы 1, с помощью прибора [79] для измерения силы трения пограничного слоя (плавающий элемент). Прибор изготовлен из нержавеющей стали, схема прибора представлена на рисунке 4.1. Рисунок 4.1 выполнен Д. С. Руденко.

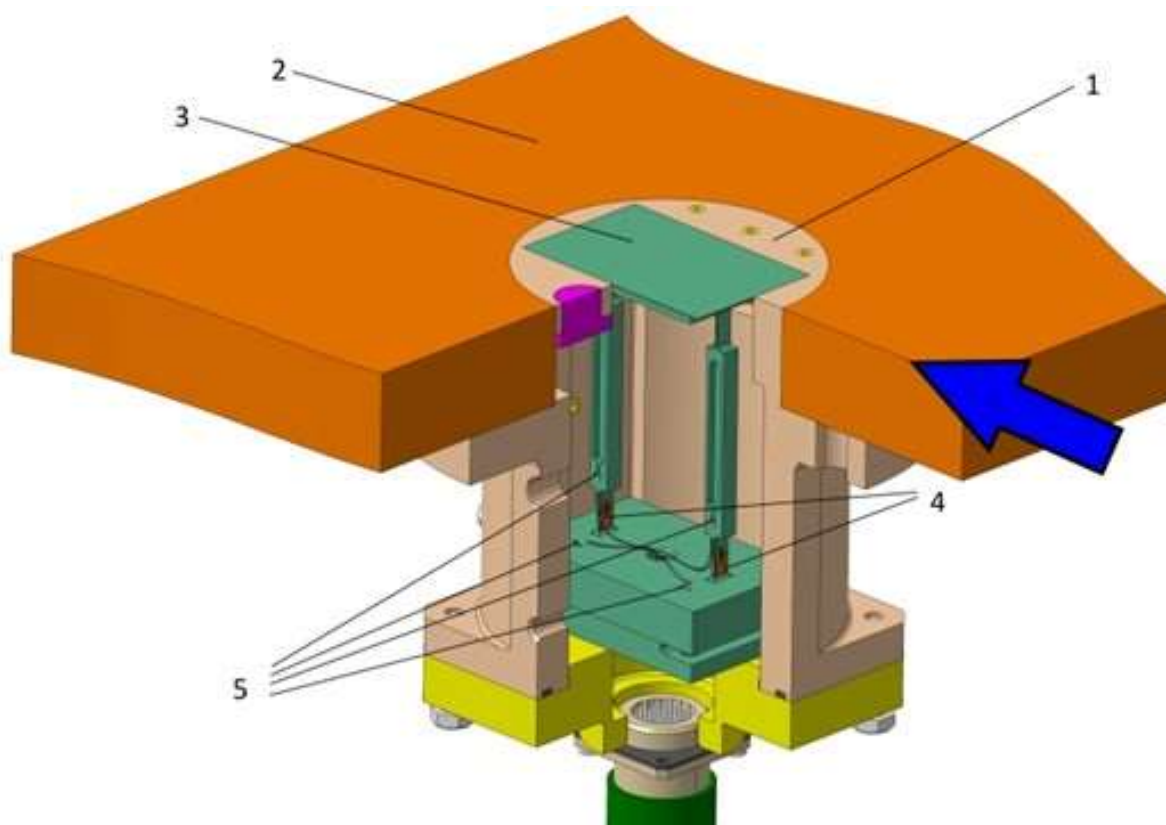


Рисунок 4.1 — Схема прибора для измерения силы трения пограничного слоя  
 (1 — корпус прибора; 2 — стенка аэродинамической трубы;  
 3 — измерительная площадка; 4 — тензорезисторы;  
 5 — термометры сопротивления Pt100).

Корпус 1 прибора установлен заподлицо со стенкой 2 аэродинамической трубы. Чувствительный элемент, состоящий из измерительной площадки (размером 62×40 мм) 3, двух балок и основания, изготовлен из единой заготовки. Измерительная площадка чувствительного элемента расположена заподлицо с поверхностью корпуса прибора. Обращённый к набегающему потоку передний зазор и боковые зазоры между корпусом и измерительной площадкой составляют 0,02 мм, задний зазор — 0,06 мм. Измерительная площадка связана с основанием прибора двумя балками, на которых наклеены собранные в мост Уитстона четыре тензорезистора 4. На измерительные балки и основание прибора наклеены четыре термометра сопротивления Pt100 (Heraeus, Германия) 5 для учёта влияния температуры на показания динамометра. Пятый термометр сопротивления наклеен на тыльную сторону измерительной площадки для измерения важного параметра пограничного слоя – температуры стенки.

Корпус прибора герметичен за исключением зазоров между измерительной площадкой и корпусом. Перемещение измерительной поверхности в направлении измерения силы трения от максимальной силы 0,33 Н составляет 0,05 мм.

При статической калибровке сигнал динамометра регистрировался прецизионной платой ML-38 (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) измерительной системой MGCplus (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) с приведённой погрешностью 0,0025% [4], а сигнал термометров сопротивления – платами ML-35 (Hottinger Brüel & Kjaer GmbH, Германия) с приведённой погрешностью 0,03%. При динамической калибровке сигнал (частота дискретизации 204,8 кГц/канал) динамометра регистрировался измерительной системой Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab (Siemens AG, Германия). Погрешность измерительной системы, отнесённая к диапазону измерения, на

частоте 1 кГц составляет  $\pm 0,2\%$ , сдвиг фаз между каналами — не более  $0,2^\circ$  при частоте 10 кГц. По результатам статической калибровки получено следующее уравнение измерения динамометра:

$$F = b(U - U_0), \quad (4.1)$$

где  $F$  — сила в Ньютонах, измеренная динамометром;

$b = 4,1704 \pm 0,0013$  Н/мВ/В — коэффициент чувствительности динамометра;

$U$  — текущее показание динамометра в мВ/В;

$U_0$  — нулевое показание динамометра в мВ/В.

Уравнение (1.37) измерения нестационарной силы, приведенное в разделе 1.3.3, применительно к измерению нестационарной силы трения  $F_f$  плавающим элементом, описывается выражением:

$$F_f = m\ddot{F}/k + \beta\dot{F}/k + F, \quad (4.2)$$

где  $m$  — масса метрической части динамометра;

$\dot{F}$ ,  $\ddot{F}$  — первая и вторая производные силы по времени;

$k$  — коэффициент жёсткости динамометра;

$\beta$  — коэффициент демпфирования.

Два первых члена в правой части выражения (4.2) являются поправкой на собственную динамику динамометра. Коэффициент жёсткости связан с собственной круговой частотой колебаний в отсутствие демпфирования (резонансной частотой)  $\omega_0$  динамометра выражением (см., например, [61]):

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}. \quad (4.3)$$

Резонансная частота связана с собственной частотой колебаний  $\omega$  [61]:

$$\omega_0^2 = \omega^2 + (\beta/2m)^2. \quad (4.4)$$

Масса метрической части определяется методом линейной регрессии по формуле (первое уравнение системы (1.82) Главы 1):

$$F = mg \sin \vartheta.$$

где  $F$  — сила, измеренная динамометром и вычисленная по формуле (4.1);

$\vartheta$  — угол тангажа динамометра.

Динамометр устанавливали при трёх углах тангажа  $\vartheta = 0; \pm 90^\circ$ . Массовая часть составила  $m = (60,4 \pm 0,6)$  г. Коэффициент демпфирования и резонансную частоту определяем методом свободных затухающих колебаний [61]. Свободные колебания динамометра создавались после пережигания лески, один конец которой привязан к грузу массой 57 г, а другой закреплён на измерительной площадке динамометра (рисунок 4.2). Рисунок 4.2 выполнен Е. Н. Анохиной.

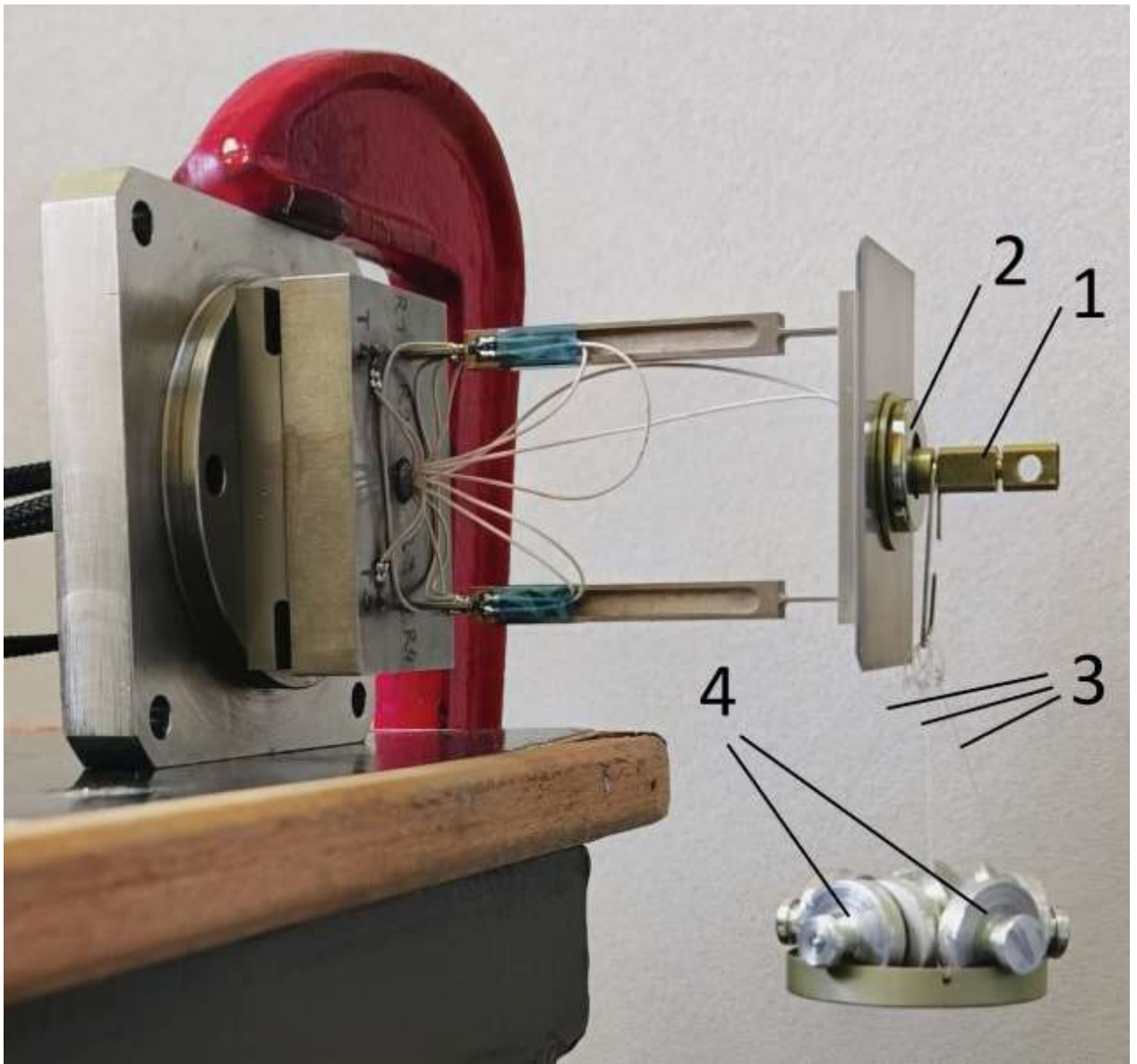


Рисунок 4.2 — Чувствительный элемент плавающего элемента в процессе калибровок (1 — кронштейн; 2 — магнит; 3 — леска; 4 — грузы).

Зависимость от времени показаний динамометра, обработанных по формуле (4.1), приведена на рисунке 4.3 (кривая 1). Частота опроса показаний динамометра в этом опыте составила 5 кГц. Форма свободных колебаний — затухающая синусоида. Собственная частота колебаний, полученная методом быстрого преобразования Фурье, составила 56,6 Гц.

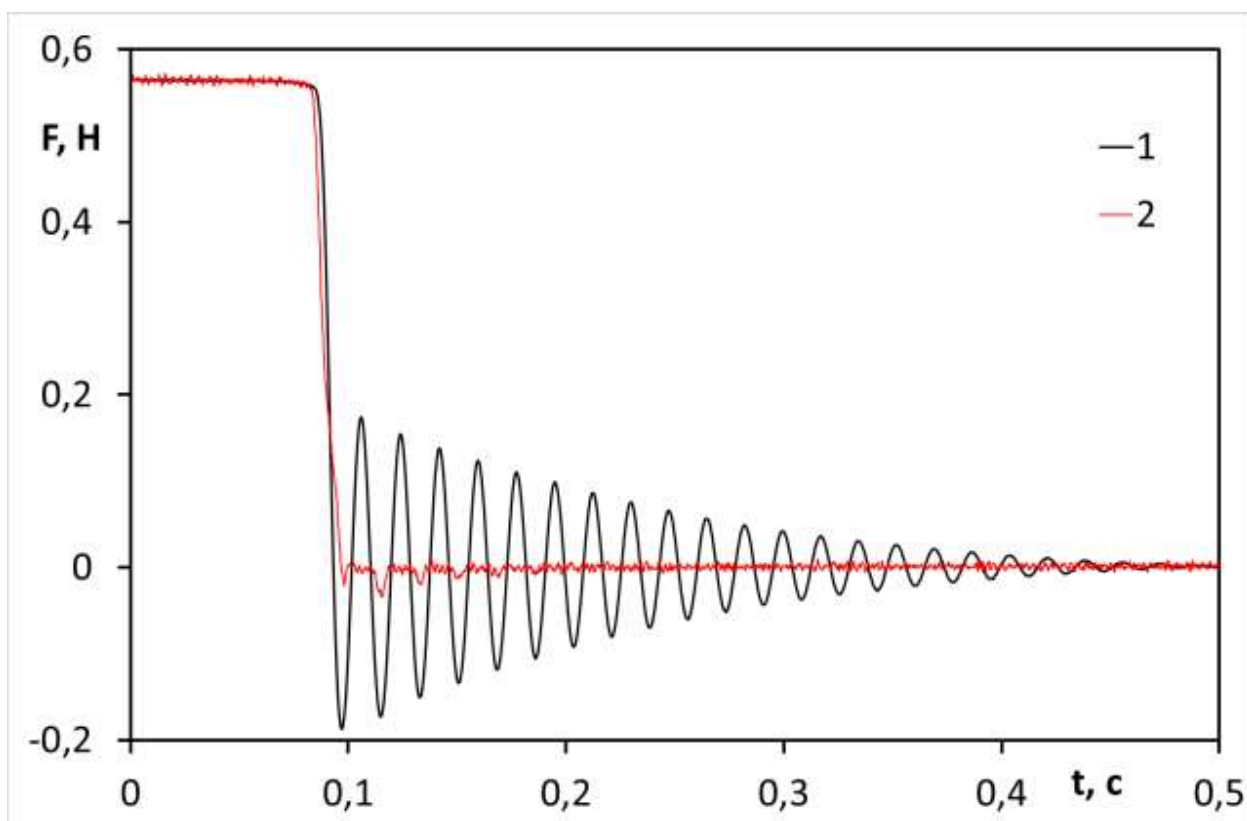


Рисунок 4.3 — Зависимость показаний динамометра от времени в опыте с разрывом лески (1 — сила, измеренная динамометром; 2 — результат обработки по формуле (4.2)).

Коэффициент затухания определялся методом линейной регрессии по известной формуле (см., например, [61]):

$$\ln F_a / F_a^0 = -\beta t / 2m,$$

где  $F_a$  — амплитуда колебаний измеренной динамометром силы;

$F_a^0$  — начальная амплитуда колебаний сил;

$t$  — время.

Значения коэффициентов затухания и жесткости получились следующие:

$$\beta = 0,838 \pm 0,013 \text{ кг/с}, k = 7641,78 \text{ Н/м}.$$

Для верификации метода, изложенного в разделе 1.3 Главы 1, показания динамометра обрабатывались по формуле (4.2) (см. рисунок 4.3, кривая 2).

Производные измеренной динамометром силы определяли конечными разностями второго порядка точности. В результате получили функцию, близкую по форме к ступени. СКО вычисленной силы от среднего значения на участке свободных колебаний ( $t > 0,1$  с) составляет 0,0028 Н, или 0,86% диапазона динамометра. Такая точность является высокой для измерения динамических нагрузок при колебаниях чувствительного элемента измерительного прибора. Экспериментальные исследования выполнены Е. Н. Анохиной.

#### **4.2. Верификация метода внесения поправок на изменение нулевых показаний тензометрических весов за время опыта**

Верифицируем разработанный метод внесения поправок на изменение нулевых показаний тензометрических весов за время опыта, изложенный в разделе 1.2.2 Главы 1, с помощью прибора [79] для измерения силы трения пограничного слоя (рисунок 4.1).

Для исследования влияния пространственно-временного градиента температуры динамометр нагревали с помощью обогревателя с вентилятором. Результаты опыта приведены на рисунке 4.4 в виде зависимости показаний динамометра и термометров сопротивления от времени.

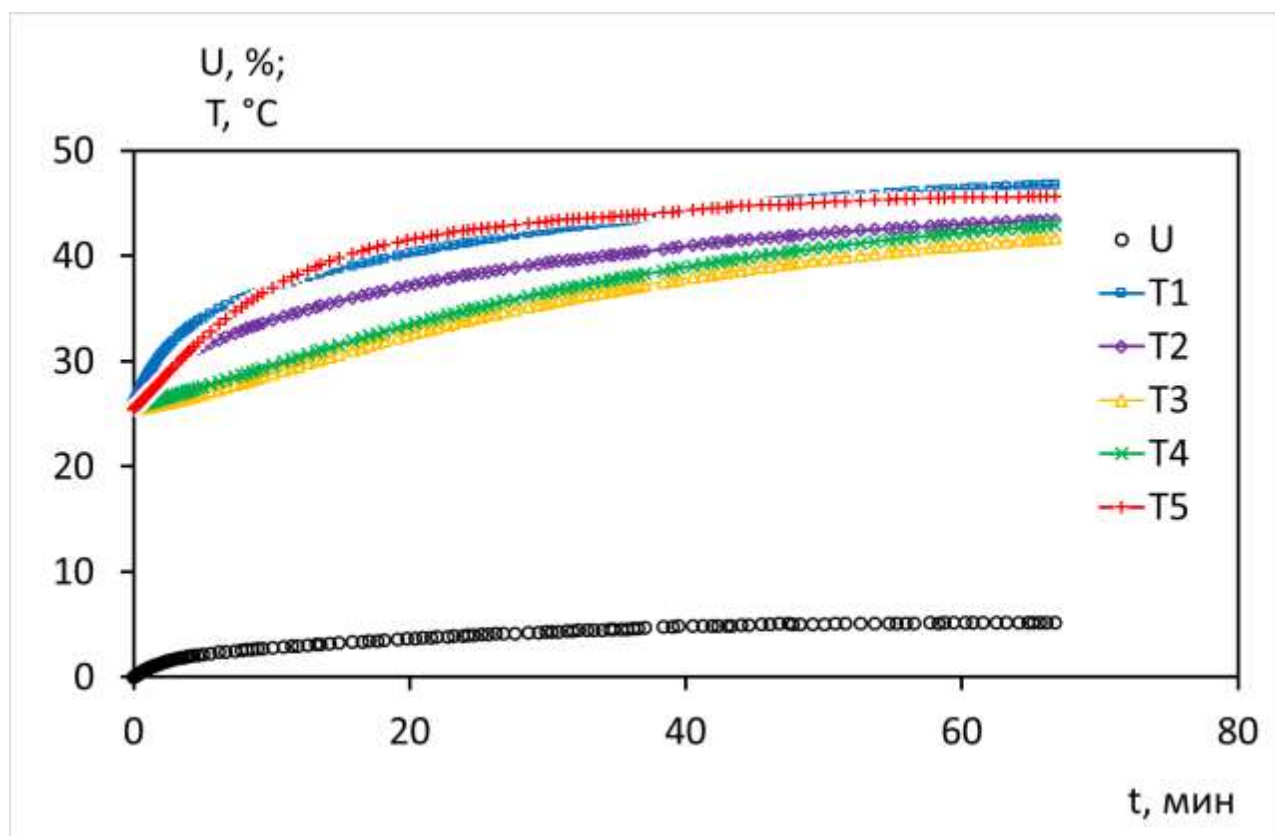


Рисунок 4.4 — Изменение показаний динамометра и термометров сопротивления от времени при нагревании ( $\circ$  — показания  $U$  динамометра в процентах его диапазона;  $\square$ ,  $\diamond$ ,  $\Delta$ ,  $\times$  — показания датчиков температуры  $T1$ – $T4$ , наклеенных на чувствительный элемент;  $+$  — показания датчика температуры  $T5$ , наклеенного на тыльную сторону измерительной площадки).

Показания динамометра выражены в процентах его диапазона. За время прогрева изменялись временной и пространственный градиенты температуры. Сигнал динамометра увеличился на 5% диапазона измерения. Для учёта влияния градиентов температуры на показания динамометра применялся метод, изложенный в разделе 1.2.2 Главы 1. Функция изменения нулевых показаний динамометра (которая по существу является аппроксимацией решения уравнения теплопроводности на имеющемся количестве экспериментальных точек) представлялась в виде линейной комбинации изменения показаний датчиков температуры  $\Delta T_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), наклеенных на чувствительный элемент (рисунок 4.1):

$$U = f = c_1 \Delta T_1 + c_2 \Delta T_2 + c_3 \Delta T_3 + c_4 \Delta T_4 + c_0, \quad (4.5)$$

где  $c_0, c_1, c_2, c_3, c_4$  — коэффициенты влияния температуры на показания динамометра ( $c_0 = 0,00017 \pm 0,00003$  мВ/В;  $c_1 = 0,00063 \pm 0,00008$  мВ/В/°С;  $c_2 = -0,00038 \pm 0,00007$  мВ/В/°С;  $c_3 = 0,00309 \pm 0,00059$  мВ/В/°С;  $c_4 = -0,00304 \pm 0,00003$  мВ/В/°С).

Зависимость показаний динамометра от функции (4.5) приведена на рисунке 4.5. СКО экспериментальных данных от прямой линии составило 0,000056 мВ/В, или 0,07% диапазона динамометра.

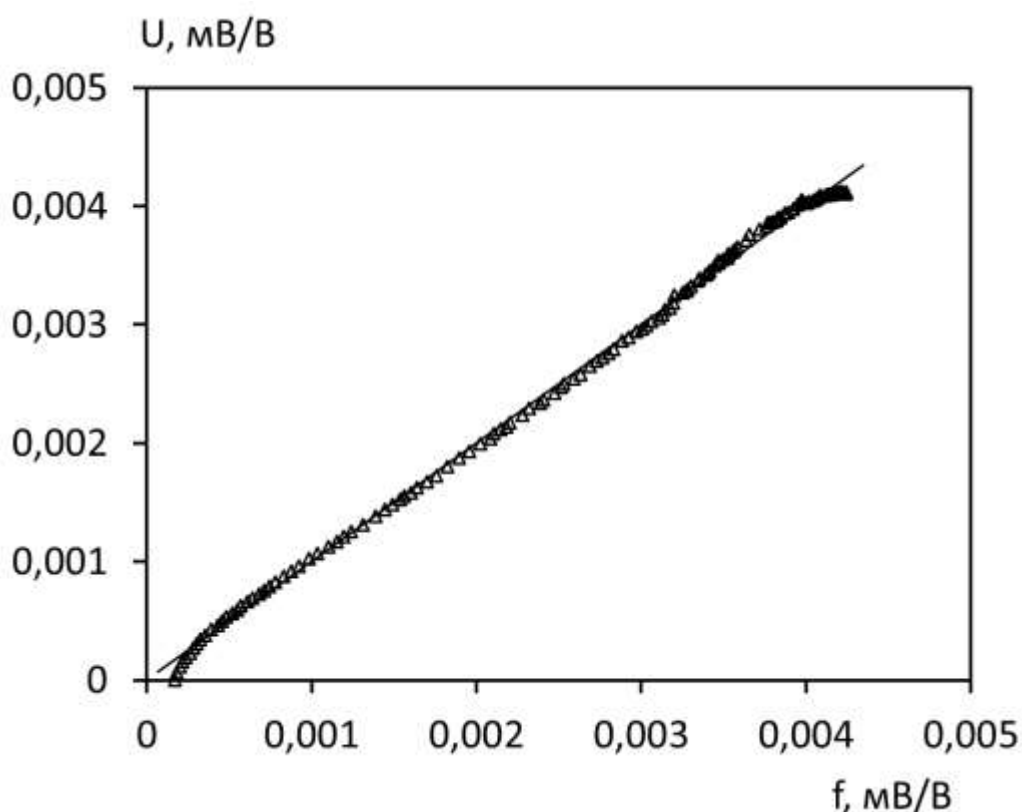


Рисунок 4.5 — Изменение показаний динамометра в зависимости от линейной комбинации изменений показаний датчиков температуры  $T_1$ – $T_4$  (прямая — линия регрессии).

Принимая во внимание, что СКО сигнала динамометра при калибровке составляло 0,076% диапазона, можно считать, что разработанный в разделе 1.2.2 Главы 1 метод полностью исключает систематическую погрешность, обусловленную влиянием динамической составляющей температуры динамометра на его нулевые показания.

### 4.3. Верификация метода измерения нестационарных аэродинамических нагрузок с помощью шестикомпонентных тензометрических весов с приложением ступенчатой силы

Верификация математической модели тензометрических весов, разработанной в разделе 1.3 Главы 1, выполнена по результатам приложения ступенчатой силы к продольной и поперечной компонентам силы и к моменту рыскания шестикомпонентных тензометрических весов.

#### 4.3.1. Экспериментальное оборудование

В экспериментальных исследованиях использовались внутримодельные шестикомпонентные тензометрические весы 6Ф-540 (Рисунок 1 Введения). Диапазон компонент весов и их стандартное отклонение приведены в таблице 4.1.

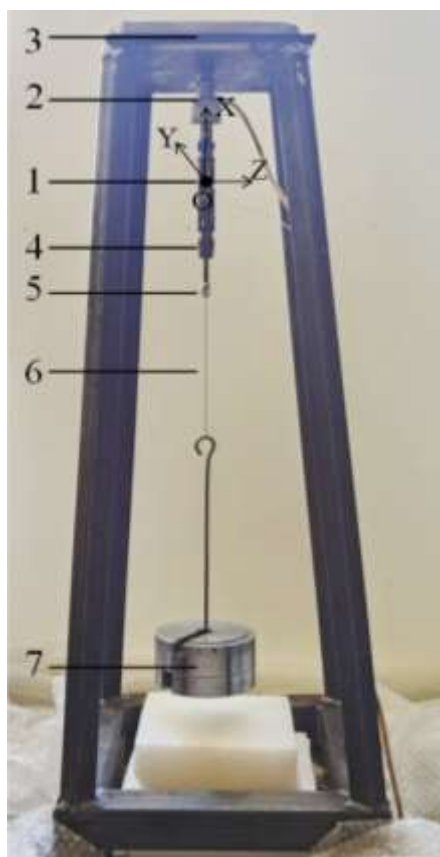
Таблица 4.1 — Диапазон и стандартные отклонения, полученные при калибровке, тензометрических весов 6Ф-540

| Компонента, размерность | $AF$ (Н)  | $NF$ (Н)  | $SF$ (Н)  | $RM$ (Н·м) | $YM$ (Н·м) | $PM$ (Н·м) |
|-------------------------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| Диапазон                | $\pm 100$ | $\pm 600$ | $\pm 350$ | $\pm 10$   | $\pm 15$   | $\pm 20$   |
| Стандартное отклонение  | 0,32      | 0,5       | 0,28      | 0,022      | 0,028      | 0,029      |

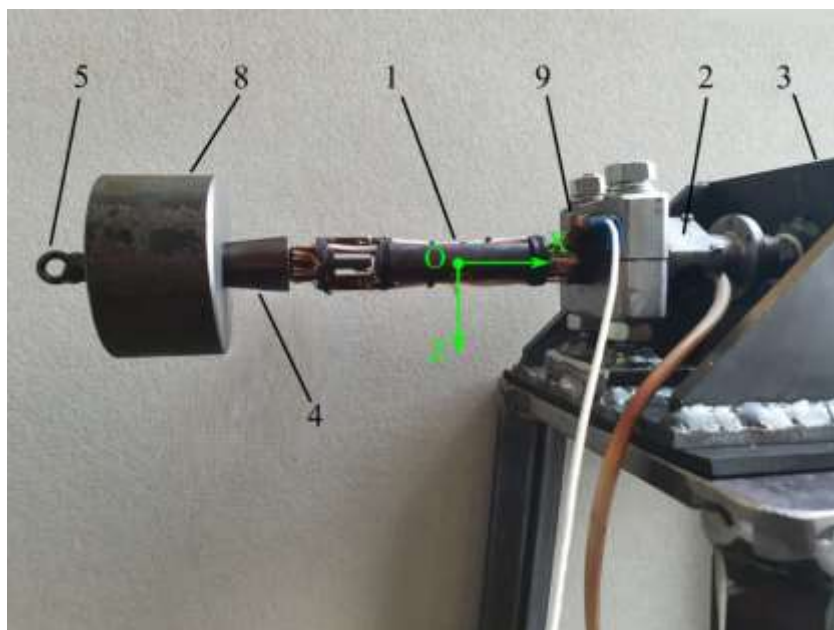
Измерение сигналов тензометрических весов осуществлялось измерительной системой Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab с использованием модулей SCL-VB8-II с 24-разрядными АЦП и полосой пропускания 92 кГц. Погрешность измерительных модулей не превышала  $\pm 0,2\%$  при частоте 1 кГц, а сдвиг фаз между каналами — не более  $0,2^\circ$  при частоте 10 кГц. Частота дискретизации составляла 204,8 кГц/канал.

Фотография установки для приложения ступенчатой силы к продольной компоненте силы тензометрических весов приведена на рисунке 4.6 а. Тензометрические весы 1 закреплялись узлом крепления 2 к основанию установки

3 вертикально. Продольная компонента весов направлена вверх. К узлу крепления модели 4 прикреплялся кронштейн 5. К кронштейну с помощью рыболовной лески 6 привязана платформа 7 с грузом весом 49 Н. Для создания силы, близкой к ступенчатой, леска 6 пережигалась.



а)



б)

Рисунок 4.6 — Установка для приложения к весам ступенчатой силы, 1 — тензометрические весы; 2 — узел крепления весов; 3 — основание установки; 4 — узел крепления модели; 5 — кронштейн; 6 — рыболовная леска; 7 — платформа с гирями; 8 — груз; 9 — акселерометр Dytran 3333A2; (а — продольная сила; б — поперечная сила и момент рыскания).

Рисунок 4.6 а выполнен Е. Н. Анохиной; рисунок 4.6 б выполнен А. Е. Козиком. Экспериментальные исследования выполнены Е. Н. Анохиной и А. Е. Козиком.

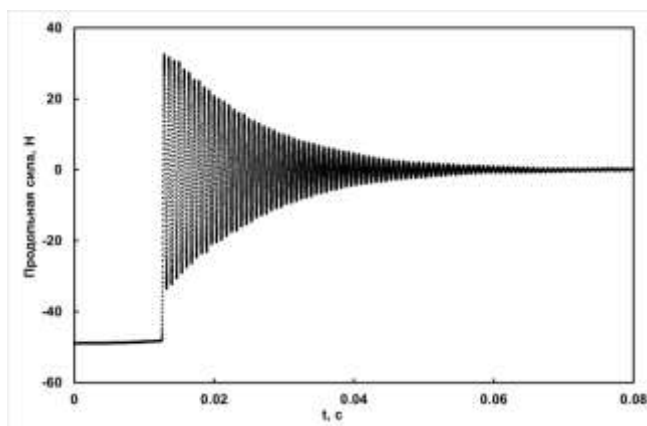
Фотография установки для приложения ступенчатой силы к поперечной компоненте силы и моменту рыскания тензометрических весов приведена на рисунке 4.6 б. В этом случае весы устанавливались горизонтально ( $\theta = 0$ ), а поперечная сила направлена вертикально вниз ( $\gamma = 90^\circ$ ). Груз массой 1.00515 кг закреплен на метрической части весов для имитации модели и обеспечения большой амплитуды колебаний весов. Трехосевой акселерометр Dytran 3333A2 (поз. 9) устанавливался на земле весов для измерения ее вибраций. Диапазон акселерометра составлял  $\pm 50 \text{ g}$ , а его разрешение –  $2 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ . Платформа (поз. 7) весом 98.1 Н, прикреплялась с помощью рыболовной лески к кронштейну (поз. 5). Для создания силы и момента рыскания, близким по форме к ступени, леска пережигалась. В данном случае тензометрические весы и груз, прикрепленный к ним, представляют собой тела вращения (рисунок 4.6 б). Из этого следует:

$$\varphi_{y0} = 0, \Delta z_{SF} = 0, \Delta y_{SF} = 0, \Delta z = 0, \Delta y = 0.$$

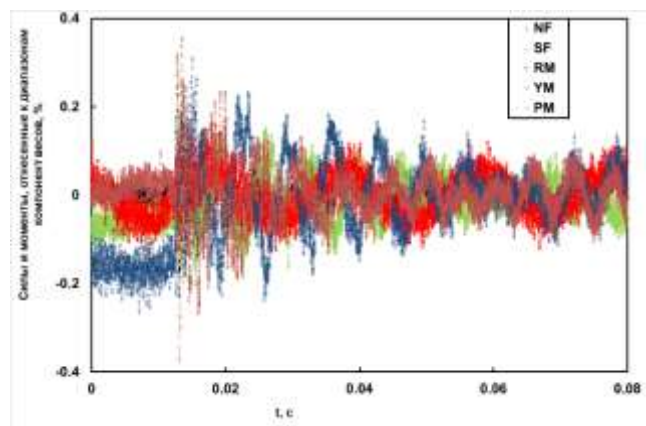
### **4.3.2. Приложение ступенчатой силы**

#### **4.3.2.1. Приложение ступенчатой продольной силы**

Результаты эксперимента по приложению ступенчатой силы к продольной компоненте тензометрических весов приведены на рисунке 4.7 а в виде функции продольной силы, измеренной весами, в зависимости от времени. Показания остальных пяти компонент весов приведены на рисунке 4.7 б. Нагрузки рассчитывались по показаниям всех шести компонент с помощью матрицы весов (1), приведенной во Введении.



а)



б)

Рисунок 4.7 — Показания компонент весов в зависимости от времени при приложении ступенчатой силы к продольной компоненте весов (а — продольная сила; б — нормальная и поперечная силы, моменты крена, рыскания и тангажа).

После пережигания лески возникают свободные затухающие колебания метрической части продольной компоненты весов относительно элемента крепления весов с частотой  $f = 1402 \pm 1$  Гц. Максимальная амплитуда колебаний составила 64% приложенной силы, или 31% диапазона компоненты. При анализе результатов будем учитывать, что мы не можем обеспечить идеальную ступенчатую силу в форме функции Хэвисайда, поскольку процесс разрыва лески конечен. Амплитуда показаний продольной компоненты становится меньше 0,1 Н при  $t \approx 0,07$  с, что соответствует 0,1% от половины диапазона компоненты (таблица 4.1). Это значение находится на уровне погрешностей весов (таблица 4.1) и измерительной системы (раздел 4.3.1). Максимальные отклонения показаний остальных компонент весов от нулевого значения не превышают 0,4% от половины их диапазона, а стандартные отклонения для всех пяти компонент составляют 0,03–0,09% от половины их диапазона (рисунок 7 б), что не превышает погрешность соответствующих компонент весов (таблица 4.1). Таким образом мы получили оценку погрешности проведенных измерений — стандартное отклонение находится на уровне 0,1% от половины диапазона компонент весов, а отклонения отдельных измерений от среднего значения согласно законам статистики — на уровне 0,3%.

Для определения коэффициента демпфирования построим зависимость амплитуды свободных колебаний продольной компоненты весов от времени (рисунок 4.8) в виде  $\ln AF_i / AF_0 = f(Tn / M_{AF})$ . Производная этой функции есть коэффициент демпфирования, взятый с обратным знаком (выражение (1.40) раздела 1.3.4 Главы 1). Метод линейной регрессии дает следующее значение коэффициента демпфирования  $\beta_{AF} = 21,32 \pm 0,08$  кг/с.

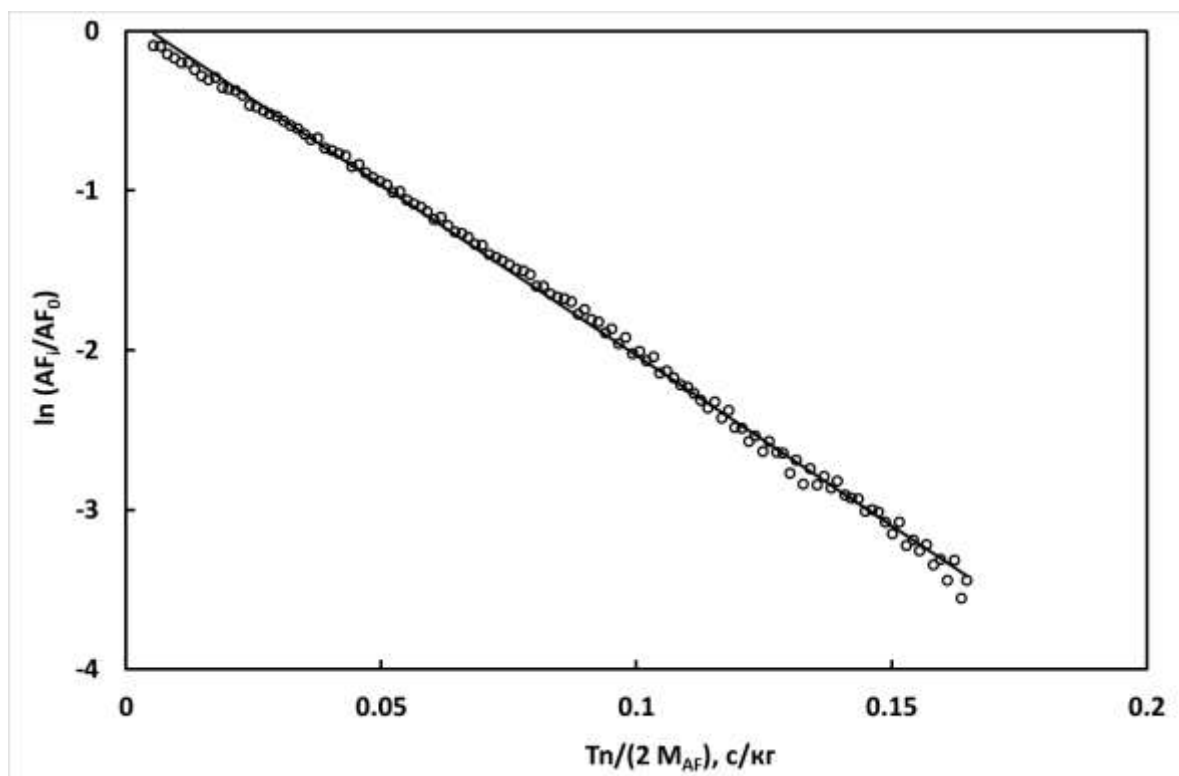


Рисунок 4.8 — Зависимость относительной амплитуды колебаний продольной компоненты от времени при свободных затухающих колебаниях.

Коэффициент жесткости продольной компонента весов определяется с помощью выражения (1.42) раздела 1.3.4 Главы 1  $k_{AF} = 10,34 \cdot 10^6 \pm 0,15 \cdot 10^6$  Н/м.

Показания продольной компоненты весов при приложении ступенчатой силы обработаны по формуле (1.37) раздела 1.3.3 Главы 1 при  $i = 1$  и приведены на рисунке 4.9 (линия 1). Исходные данные (рисунок 4.7 а) на начальном участке и участке разрыва лески ( $t < 0.013$  с) аппроксимировались тремя параболой. Участок свободных колебаний ( $t \geq 0.013$  с) аппроксимировался двумя

затухающими синусоидами. Производные вычислялись аналитически. В результате получилась функция, близкая по форме к ступени. В переходной области имеются небольшие остаточные колебания, связанные с погрешностью определения производных от показаний весов при резком изменении приложенной силы. На участке свободных колебаний максимальное отклонение составляет 1 Н, а стандартное отклонение составляет 0,24 Н, что меньше стандартного отклонения продольной компоненты, полученного при калибровке весов (таблица 4.1). Можно сделать вывод, что погрешность разработанного метода определяется погрешностью весов.

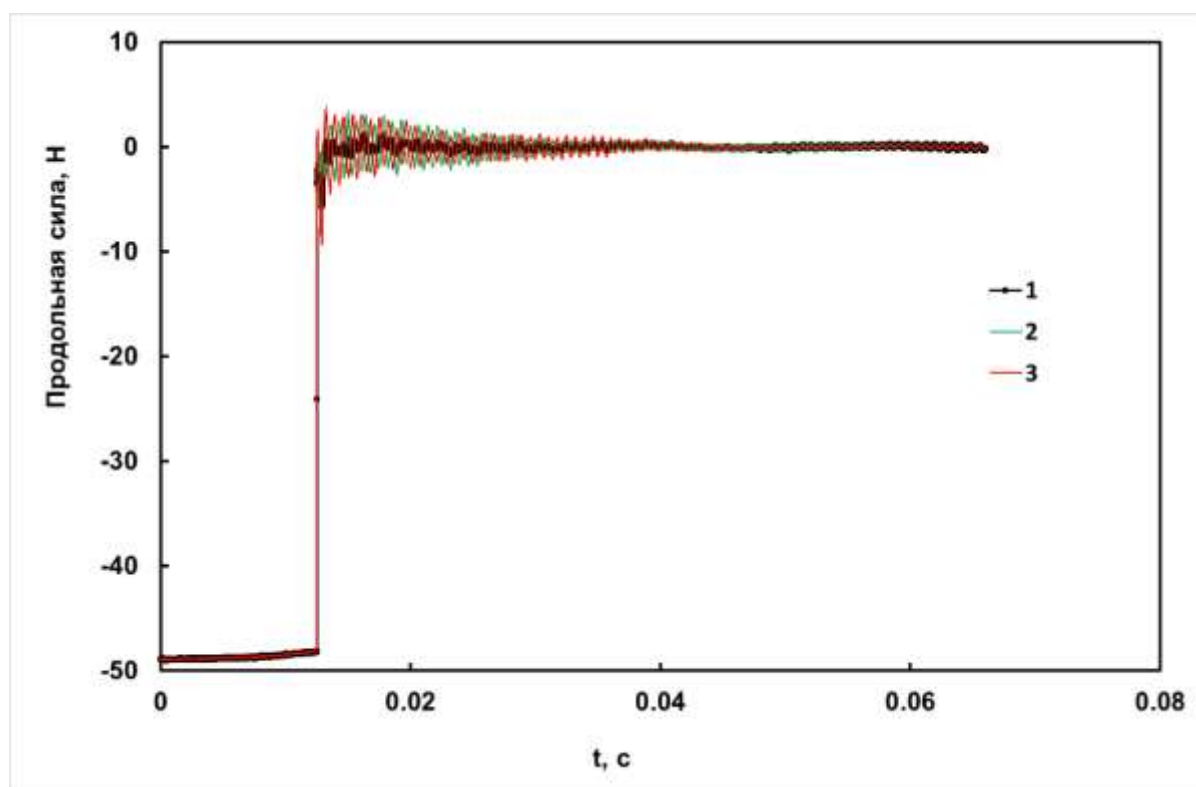


Рисунок 4.9 — Сила, рассчитанная по выражению (1.37) раздела 1.3.3

Главы 1 в зависимости от времени (1 — расчет для коэффициента

жесткости  $k_{AF} = 10,34 \cdot 10^6$  Н/м и массы  $M_{AF} = 0,133$  кг;

2 — расчет для коэффициента жесткости с дополнительной погрешностью

$10\% k_{AF} = 11,374 \cdot 10^6$  Н/м и  $M_{AF} = 0,133$  кг;

3 — расчет для массы с дополнительной погрешностью  $10\%$

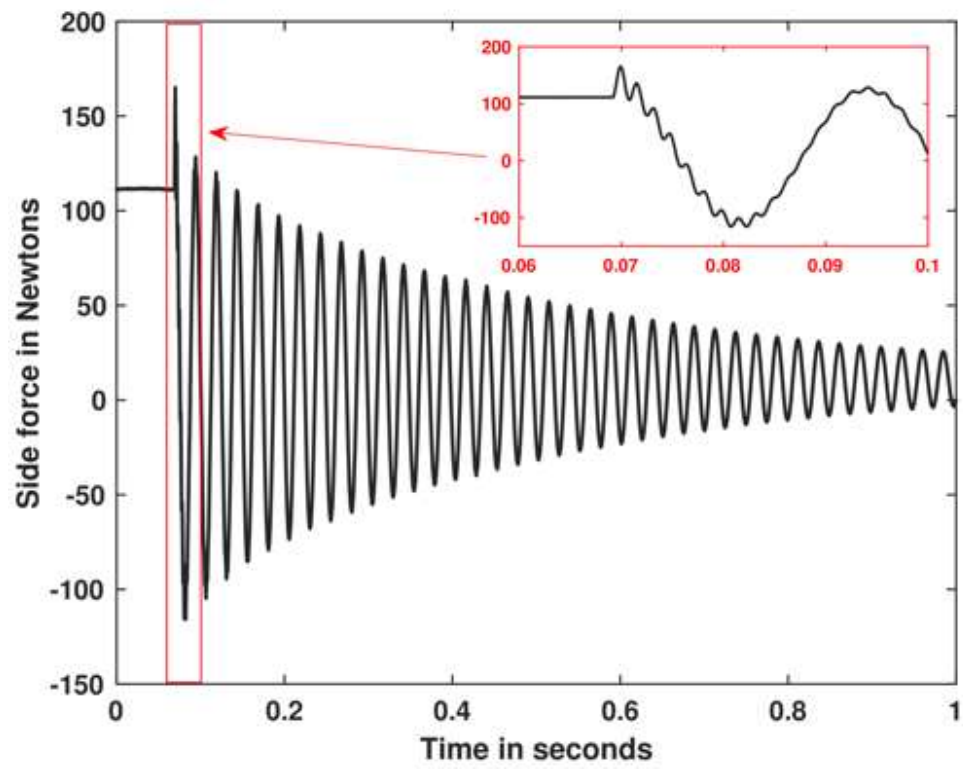
$$M_{AF} = 0,1463 \text{ кг и } k_{AF} = 10,34 \cdot 10^6 \text{ Н/м}).$$

Оценим, насколько влияют погрешности определения массы и коэффициента жесткости на результаты, получаемые предложенным методом, в том числе и при колебаниях весов на собственной частоте. Погрешность 10% в определении коэффициента жесткости  $k_{AF}$  и массы метрической части весов  $M_{AF}$  приводит примерно к одинаковому максимальному отклонению искомой силы от нулевого значения (кривые 2 и 3 соответственно) 4 Н, или 4% от половины диапазона компоненты весов. Это подтверждает работоспособность предложенного метода, в том числе и на собственной частоте колебаний.

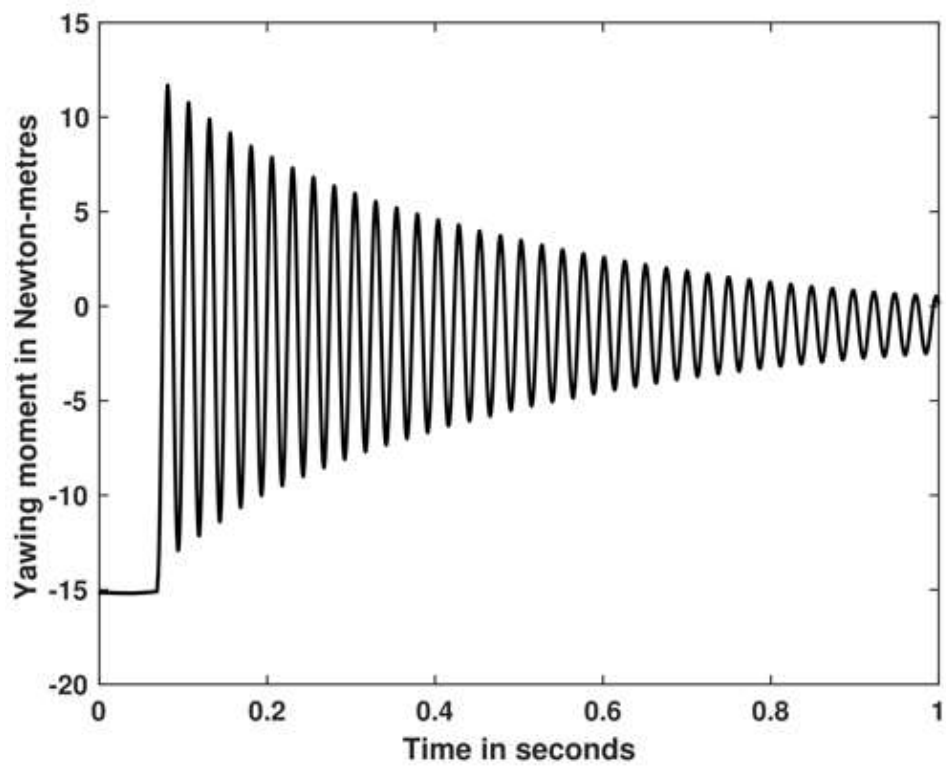
Экспериментальные исследования, результаты которых представлены в разделе 4.3.2.1, и обработка результатов выполнены Е. Н. Анохиной.

#### **4.3.2.2. Приложение ступенчатой поперечной силы**

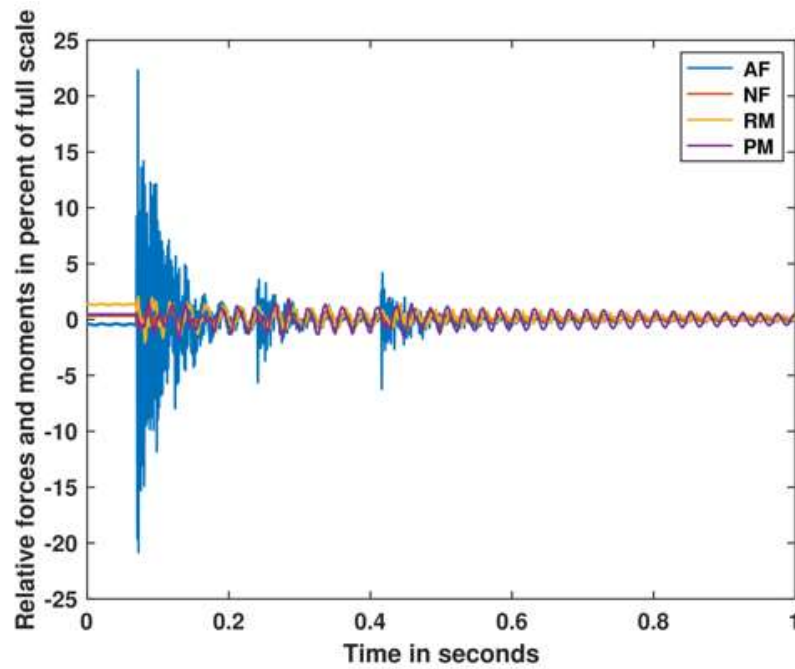
Результаты эксперимента по приложению ступенчатой силы к компонентам поперечной силы и момента рыскания (рисунок 4.6 б) тензометрических весов представлены на рисунке 4.10 в виде функции нагрузок, измеряемых компонентами весов, от времени. Нагрузки рассчитывались по показаниям всех шести компонентов и матрице весов (1), приведенной во Введении. После разрыва лески наблюдались свободные затухающие колебания метрических частей компоненты поперечной силы (рисунок 4.10 а) и момента рыскания (рисунок 4.10 б) с частотой  $f_{YM} = 40,42 \pm 0,05$  Гц. Кроме того, высокочастотные колебания с частотой  $f_{SF} = 614,0 \pm 7,8$  Гц присутствовали и в показаниях составляющей поперечной силы сразу после разрыва лески (рисунок 4.9 а). Они затухали в течение первых двух периодов колебаний с частотой 40,42 Гц. Показания остальных четырех компонент весов приведены на рисунке 4.10 с.



a)



b)



с)

Рисунок 4.10 — Нагрузки, измеренные весами, в зависимости от времени при приложении ступенчатой поперечной силы (*a* — поперечная сила; *б* — момент рыскания; *с* — продольная и нормальная силы, моменты крена и тангажа).

Коэффициент демпфирования определяется из зависимости амплитуды свободных колебаний поперечной составляющей силы от времени (рисунок 4.11 *a*) в переменных выражения (1.40) раздела 1.3.4 Главы 1. Метод линейной регрессии дает значение логарифмического декремента  $\delta_{YM}/T = 126,8 \pm 13,7$  1/с. Значение коэффициента демпфирования составляет  $\beta_{SF} = 300,5 \pm 32,5$  кг/с. Перепишем уравнение (1.42) раздела 1.3.4 Главы 1 для расчета коэффициента жесткости для поперечной составляющей силы в следующем виде:

$$k_{SF} = (M_{SF} + M)\omega_{SF}^2 + \beta_{SF}^2/4(M_{SF} + M).$$

Коэффициент жесткости для поперечной составляющей силы равен

$$k_{SF} = 17,66 \cdot 10^6 \pm 0,96 \cdot 10^6 \text{ Н/м}.$$

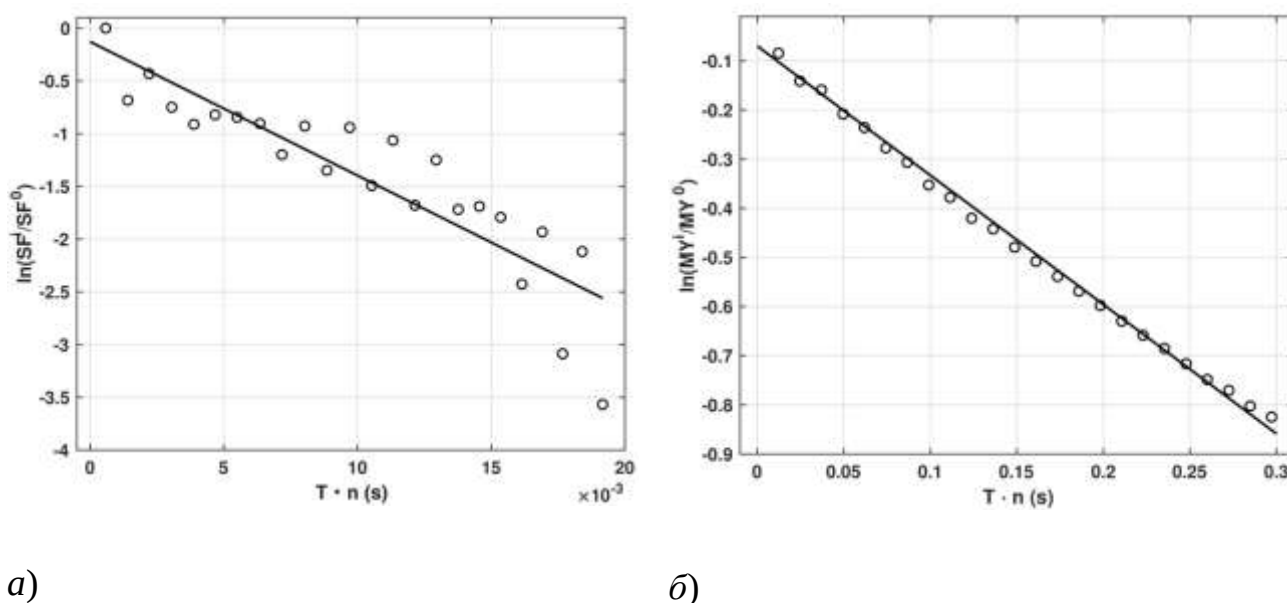


Рисунок 4.11 — Относительная амплитуда поперечной силы — *a* и момента рыскания — *б* от времени при свободных затухающих колебаниях.

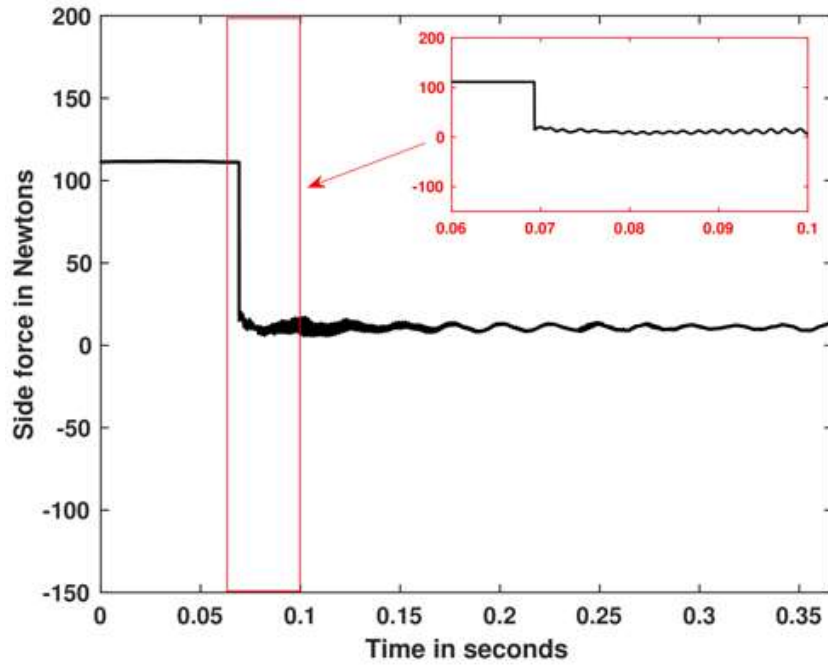
Для определения логарифмического декремента затухания составляющей момента рыскания  $\delta_{YM} = \ln YM^n / YM^{n+1}$  воспользуемся зависимостью амплитуды свободных колебаний от времени в переменных выражения (1.45) раздела 1.3.4 Главы 1 (рисунок 4.11 б). Методом линейной регрессии получим логарифмический декремент  $\delta_{YM}/T = 2,629 \pm 0,045$  1/с. Используя логарифмический декремент и коэффициент жесткости, полученный при калибровке весов (уравнение (1.31) раздела 1.3.4 Главы 1)  $k_{YM} = 821$  Н · м, вычислим коэффициент демпфирования момента рыскания по уравнению (1.46) раздела 1.3.4 Главы 1. Значение коэффициента демпфирования получилось следующее:

$$\beta_{YM} = 0,0674 \pm 0,0012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}.$$

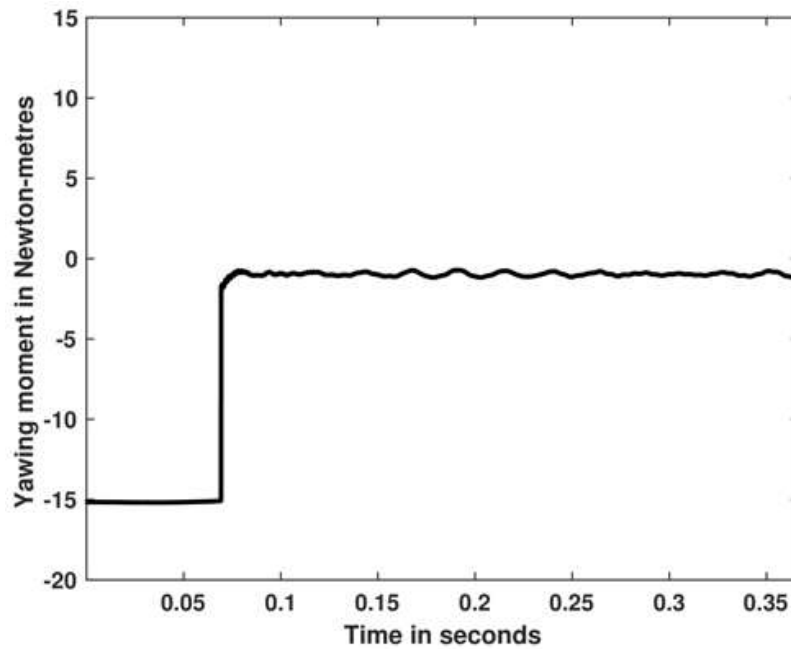
Момент инерции компоненты момента рыскания определяется по уравнению (1.47) раздела 1.3.4 Главы 1:

$$J_y = 0,01282 \pm 0,00003 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

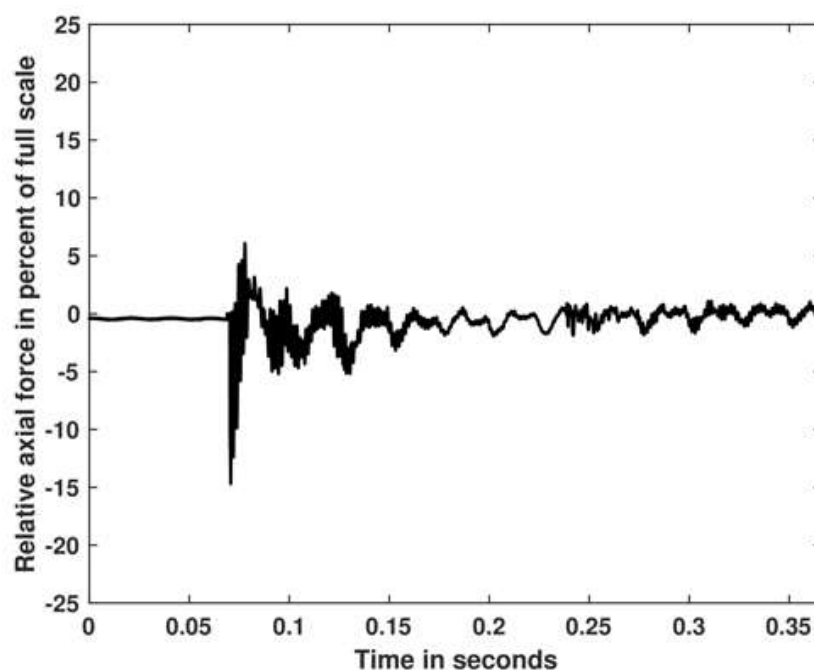
Результаты обработки по формулам (1.37) раздела 1.3.3 Главы 1 показаний продольной силы, поперечной силы и момента рыскания весов при приложении ступенчатой поперечной силы приведены на рисунке 4.12.



a)



b)



c)

Рисунок 4.12 — Зависимость нагрузок, вычисленных по уравнениям (1.37) раздела 1.3.3 Главы 1, от времени при приложении ступенчатой поперечной силы ( $a$  — поперечная сила;  $b$  — момент рыскания;  $c$  — продольная сила).

Обработка проводилась на отрезке времени  $t = 0\text{--}36$  мс, а производные сигнала вычислялись так же, как и для продольной силы. Показания компонент моментов крена, тангажа и нормальной силы не обрабатывались, поскольку их среднеквадратичные отклонения на участке свободных колебаний не превышают 1% (рисунок 4.10 c). Заметные вибрации были измерены акселерометром только в направлении продольной силы. Они учитывались при обработке показаний продольной силы с использованием уравнения (1.37) раздела 1.3.3 Главы 1. Среднеквадратичные отклонения показаний весов на участке свободных колебаний, обработанных по уравнениям (1.37) раздела 1.3.3 Главы 1, составили 0,5; 0,8 и 2,8% от половины диапазона измерений для компонент поперечной силы, момента рыскания и продольной силы соответственно. Таким образом, можно оценить максимальную погрешность предложенного метода измерения нестационарных нагрузок с помощью использованного оборудования (раздел

4.3.1) в терминах стандартного отклонения не более 2,8% от половины диапазона весов. Это согласуется с оценкой погрешности 3%, полученной для продольной силы [181] с помощью другой измерительной системы. Полученный уровень существенно меньше оценки погрешности 10% существующих методов, приведенной во Введении.

Экспериментальные исследования, результаты которых представлены в разделе 4.3.2.2, обработка результатов и рисунки выполнены А. Е. Козиком.

#### **4.4. Верификация методики измерения массы движущихся тел с помощью тензометрического динамометра**

Для верификации разработанного в разделе 1.5 Главы 1 метода измерения массы движущихся тел создан специальный стенд (рисунок 4.13). Рисунок 4.13 выполнен В. И. Буселом.

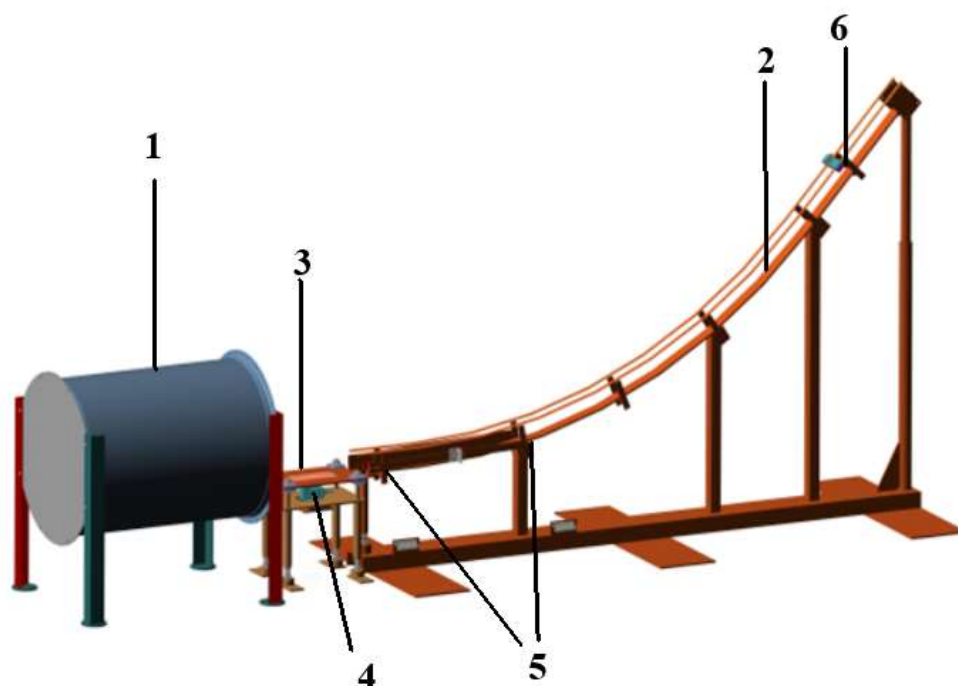


Рисунок 4.13 — Схема стенда для измерения массы движущегося тела  
(1 — демпфирующий уловитель движущегося груза; 2 — разгонная платформа;

3 — весовая платформа; 4 — тензометрический однокомпонентный динамометр; 5 — датчики для определения скорости движения тела; 6 — стартовая колодка).

Стенд состоит из разгонной платформы 2 и демпфирующего уловителя движущегося груза 1. Геометрия разгонной платформы спроектирована так, чтобы скорость груза при наезде на весовую платформу 3 была горизонтальной. Два варианта весовой платформы установлены на однокомпонентном тензометрическом динамометре 4. Для измерения скорости движения груза по весовой платформе на разгонной платформе смонтированы два датчика 5. Внутренняя часть уловителя выстлана мягким материалом для гашения удара скатываемого груза. Для обеспечения повторяемости испытаний на разгонной платформе закреплена стартовая колодка 6, обеспечивающая фиксацию стартового положения груза. Стартовая колодка устанавливалась в нескольких положениях на разгонной платформе, что обеспечивало различную скорость движения груза по весовой платформе. Диапазон скорости в исследованиях составил 0,45–2,63 м/с. В качестве груза использовались металлические цилиндры, отличающиеся между собой массой, материалом изготовления и габаритными размерами. В опытах применялся динамометр T24AM2-0.005-C3 (АО «ВИК ТЕНЗО-М») с диапазоном измерения 50 Н и приведенной погрешностью 0,02%. Для верификации разработанного метода проведены опыты при разных скоростях движения двух металлических цилиндров. На рисунке 4.14 показана зависимость сигнала динамометра от времени при наезде одного из цилиндров на платформу, движении по платформе и съезде с платформы (кривая (1)). Кривая (2) соответствует обработке сигнала динамометра по формуле (1.83) раздела 1.5.1 Главы 1. Для определения массы цилиндра вторым способом (раздел 1.5.2) собственная круговая частота колебаний динамометра и платформы с цилиндром определялась на участке  $t = 2,5\text{--}2,65$  с, а собственная частота динамометра с платформой при  $t > 2,7$  с (рисунок 4.14).

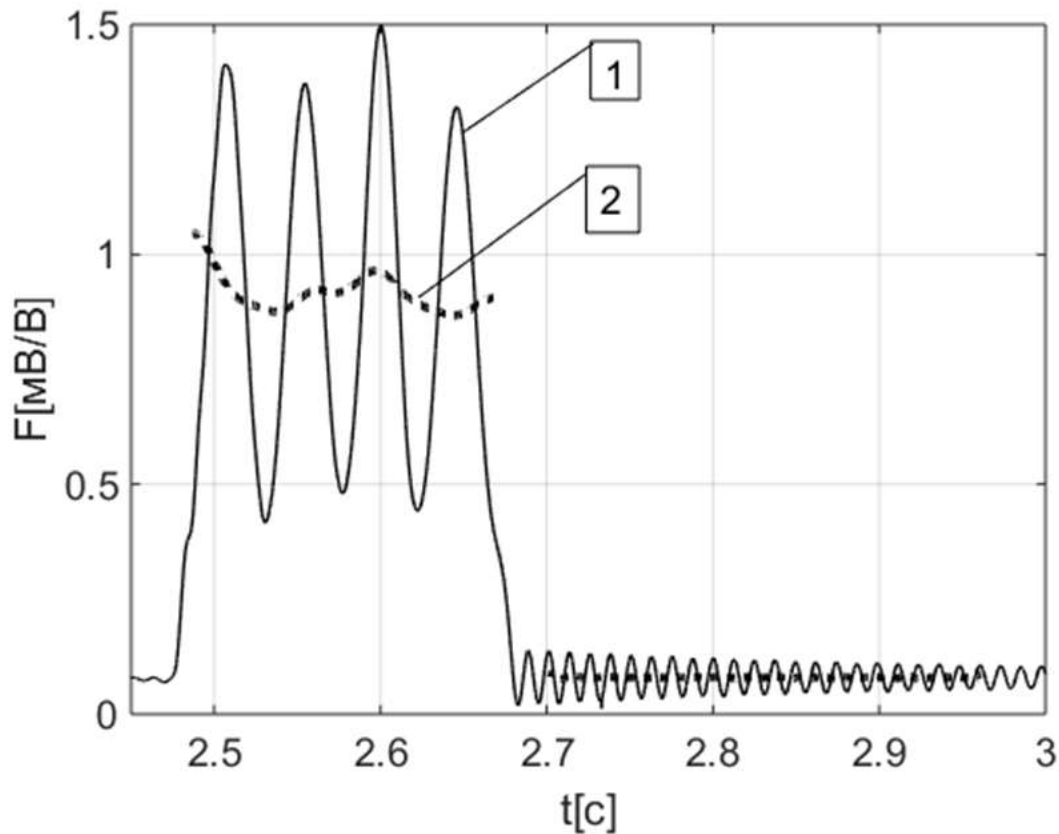


Рисунок 4.14 — Зависимость сигнала динамометра от времени при наезде взвешиваемого объекта на платформу (1 — показания динамометра; 2 — обработка сигнала динамометра по формуле (1.83).

На рисунке 4.15 представлены результаты измерения массы движущихся цилиндров, полученные двумя методами (разделы 1.5.1 и 1.5.2 Главы 1). Для реализации первого метода использовались различные способы (1.1)–(1.5). Данные представлены в виде зависимости погрешности массы цилиндров, отнесенной к диапазону измерения динамометра, от скорости их движения.

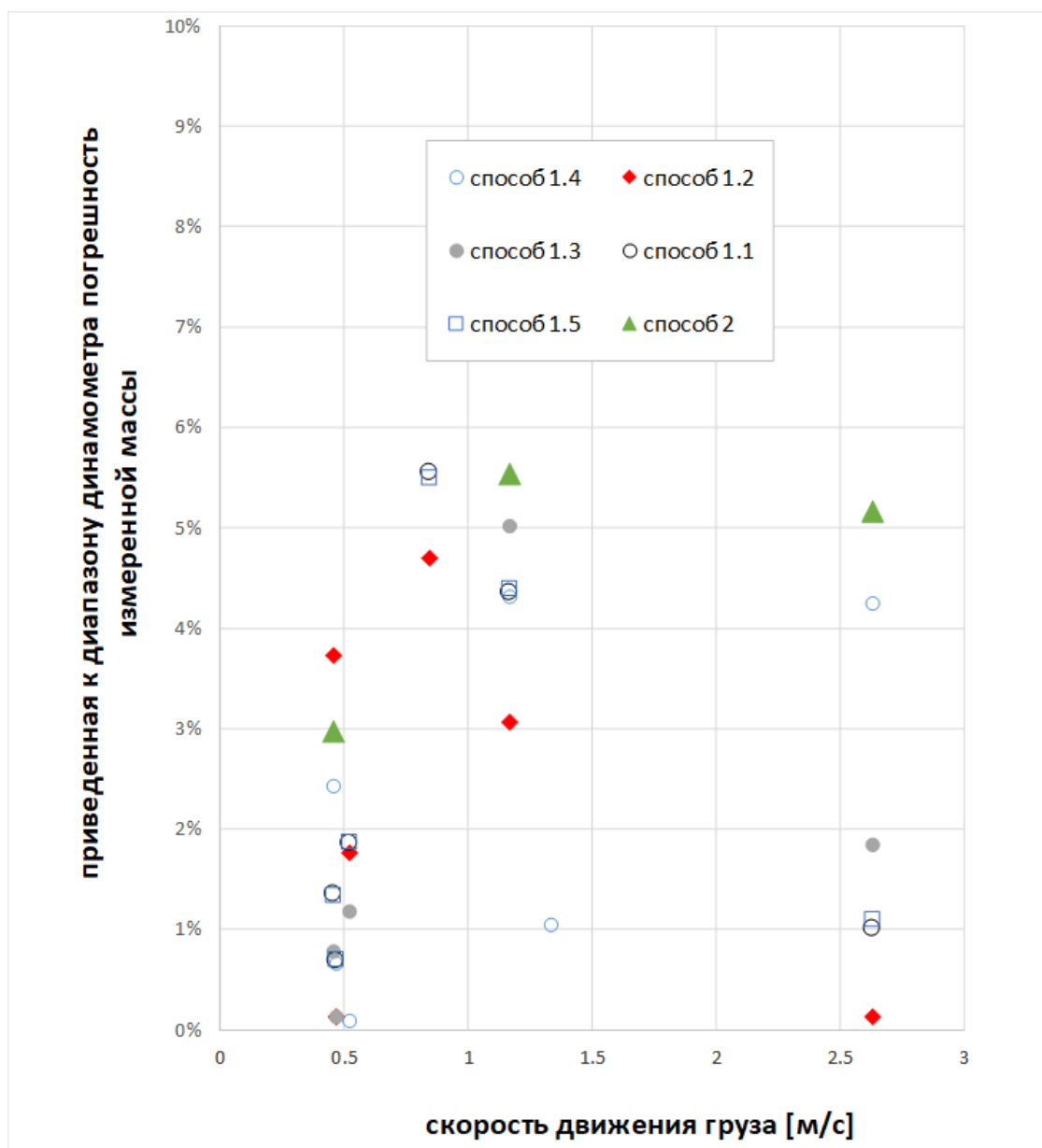


Рисунок 4.15 — Погрешность измерения массы движущихся цилиндров с использованием первого — способы (1.1–1.5) — и второго методов — способ 2.

Максимальная погрешность не превышает 5,5%. Способы (1.1–1.5) дают меньшую погрешность, по сравнению со способом 2. Показано, что потенциальная погрешность методов может достигать 1%. Для повышения точности способа 2 необходимо разработать более точный метод определения частоты колебаний системы «весы — движущийся груз».

Экспериментальные исследования на стенде проведены Е. А. Крапивиной. Обработка результатов экспериментальных исследований, рисунки 4.14 и 4.15 выполнены С. А. Глазковым.

#### **4.5. Верификация математической модели одноосевого маятникового акселерометра для измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии вибраций**

Для верификации математической модели использован оригинальный метод придания акселерометру ускорения, близкого по форме к ступени. При пережигании рыболовной лески, удерживающей акселерометр в покое, акселерометр приходил в состояние свободного падения. При этом постоянная составляющая ускорения изменялась от нулевого значения до  $1 g$ .

##### **4.5.1. Экспериментальные исследования**

Экспериментальные исследования проводились с использованием акселерометра типа А-17. Акселерометры предварительно калиброваны в статических условиях с помощью однокомпонентной математической модели (Глава 2). Коэффициент акселерометра составил  $K = -3,5842$  В. Для исследования динамики акселерометра А-17 в качестве эталонного средства использовался трёхосевой акселерометр Dytran 3333A2, поскольку его собственная частота значительно превышала собственную частоту исследуемого акселерометра и он не чувствителен к постоянной составляющей ускорения. Измерение сигналов акселерометров осуществлялось системой сбора сигналов Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab. Для измерений использовались модули SCL-VB8-II с 24-разрядными АЦП и полосой пропускания 92 кГц. Погрешность измерительных модулей не превышала  $\pm 0,2\%$  при частоте 1 кГц, а сдвиг фаз между каналами — не более  $0,2^\circ$  при частоте 10 кГц. Максимальная частота дискретизации системы составляла 204,8 кГц/канал. Значение ускорения свободного падения в месте проведения испытаний составляло  $g = 9,815 \text{ м/с}^2$ .

Параметры акселерометра  $\omega_0$  и  $\beta/M$  определялись с помощью метода свободных затухающих колебаний и метода установившихся гармонических колебаний (раздел 2.2.2 Главы 2). Для возбуждения свободных колебаний корпусу исследуемого акселерометра прикладывалось ускорение, напоминающее форму

ступени (функции Хэвисайда). Установка для придания такого вида ускорения приведена на рисунке 4.16.

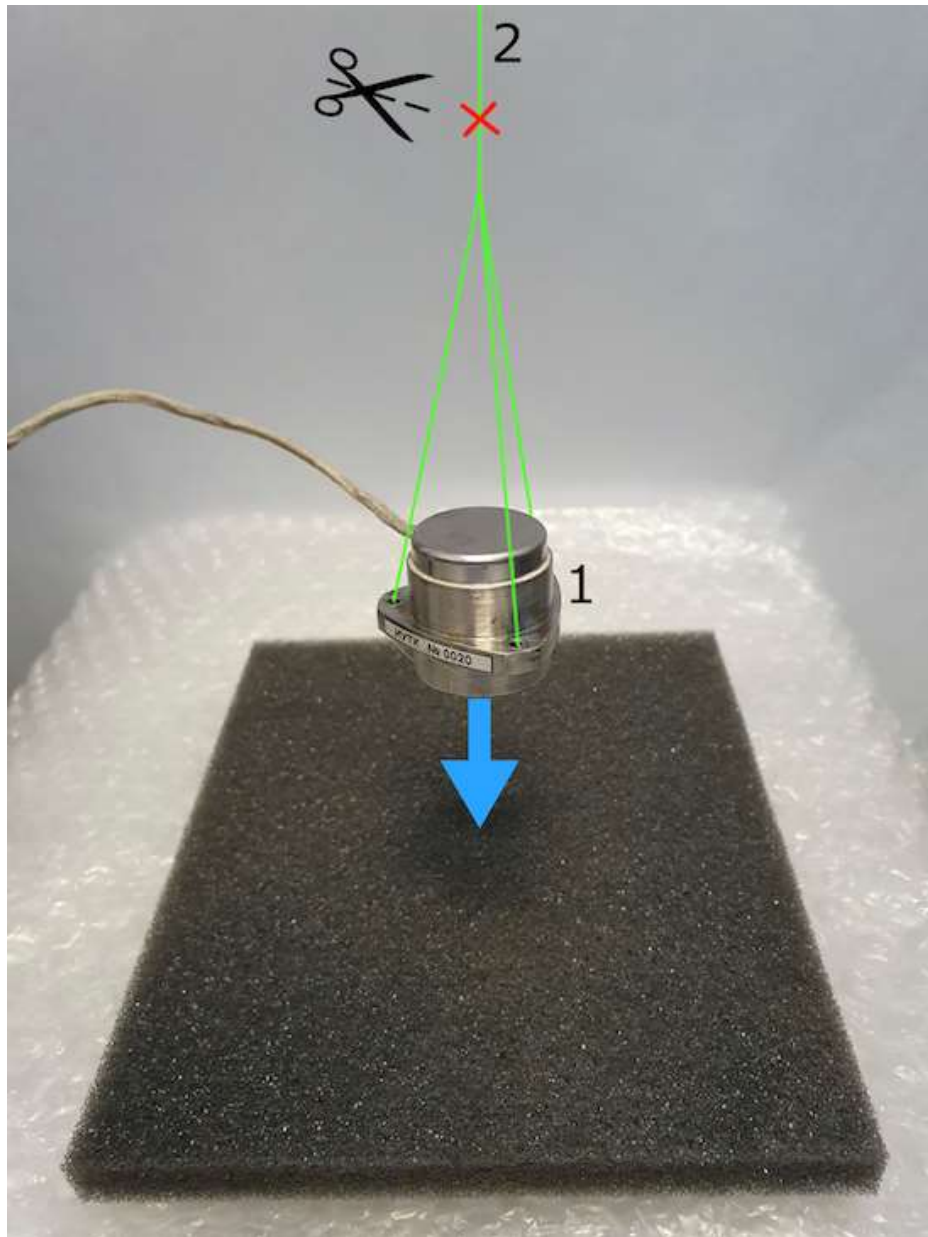


Рисунок 4.16 — Фотография установки для придания акселерометру ускорения, близкого по форме к функции Хэвисайда (1 — акселерометр; 2 — рыболовная леска).

Акселерометр 1 подвешивался на рыболовной леске 2 так, чтобы его ось чувствительности была направлена вертикально вниз. Леска 2 пережигалась, вследствие чего акселерометр испытывал ступенчатое воздействие. Под

акселерометром укладывался губчатый материал для предотвращения его поломки от удара при падении.

На рисунке 4.17 представлен сигнал акселерометра А-17 при пережигании рыболовной лески в зависимости от времени. Началу пережигания лески соответствует время начала уменьшения сигнала акселерометра, которое составляет приблизительно 8 мс (рисунок 4.17). Окончанию пережигания лески соответствует время приблизительно 23 мс, когда сигнал достигает нулевого значения. Процесс пережигания лески занял примерно 15 мс.

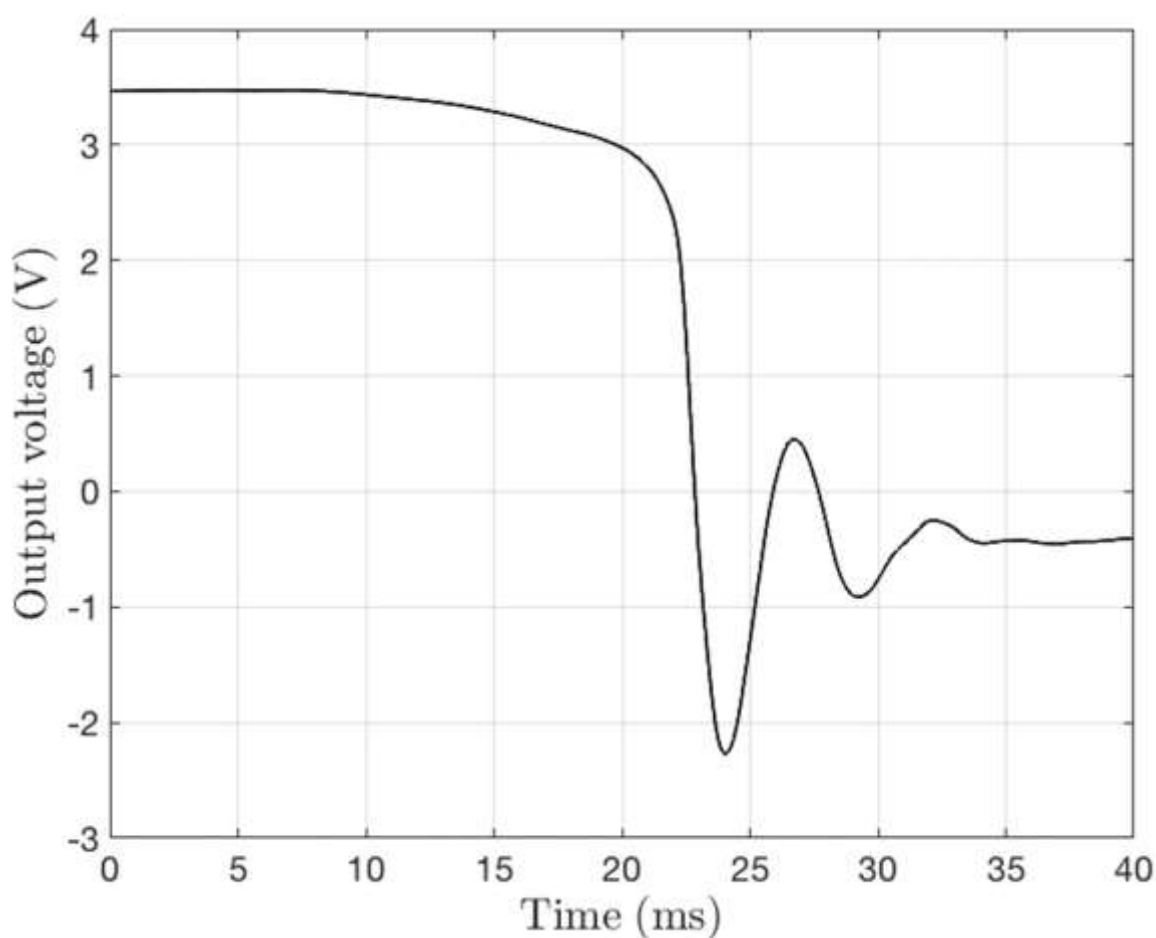


Рисунок 4.17 — Сигнал акселерометра А-17 при пережигании рыболовной лески в зависимости от времени.

Сигнал акселерометра после пережигания лески представляет собой затухающую синусоиду с частотой  $f = 194 \pm 2$  Гц и параметром демпфирования

$\beta/M = 610 \pm 72$  рад/с. Круговая собственная частота колебаний маятника в отсутствии демпфирования определяется с помощью выражения (2.34) Главы 2.

Для создания гармонических колебаний использовался вибровозбудитель EX 520 C50 с номинальной силой 550 Н. Фотография вибровозбудителя с двумя акселерометрами приведена на рисунке 4.18.

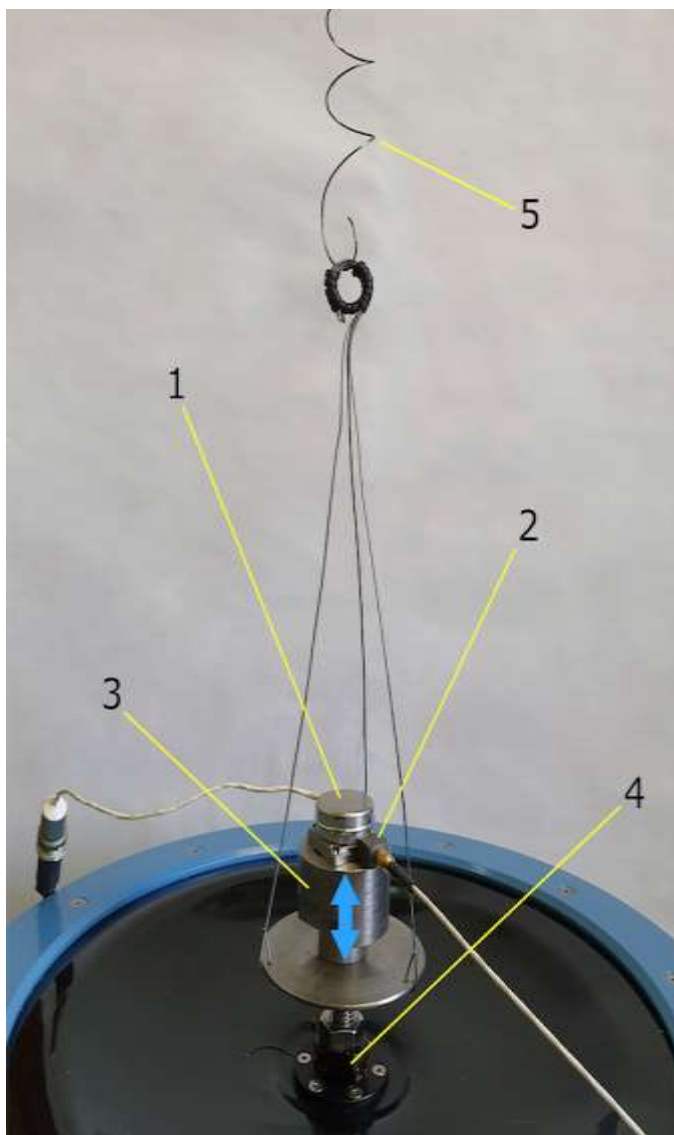


Рисунок 4.18 — Акселерометры А-17  
и Dytran 3333A2, установленные на штоке вибростенда  
(1 — А-17; 2 — Dytran 3333A2; 3 — адаптер;  
4 — шток; 5 —пружина).

Акселерометры 1 (А-17) и 2 (Dytran 3333A2) установлены на адаптере 3, прикрепленном к штоку 4 вибровозбудителя. Ось чувствительности

акселерометра А-17 направлена вертикально вниз. Акселерометр 2 установлен таким образом, что одна из его осей была параллельна оси чувствительности ОХ акселерометра 1. Для установки штока 4 в среднее положение к адаптеру 3 прикреплен мягкая пружина 5. Собственная частота колебаний пружины со штоком вибровозбудителя составила приблизительно 2 Гц. В процессе эксперимента вибровозбудитель создавал установившиеся гармонические колебания с заданной амплитудой и частотой в диапазоне 21-501 Гц.

Резонансная круговая частота  $\omega_0$  и параметр демпфирования  $\beta/M$  определялись методом линейной регрессии на имеющемся массиве экспериментальных данных, полученных методом установившихся гармонических колебаний с использованием выражений (2.39) и (2.40) Главы 2.

Значения динамических параметров акселерометра А-17, полученные двумя методами, приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 — Динамические параметры акселерометра А-17

| Метод                                  | $\omega_0$ (рад/с) | $\beta/M$ (рад/с) |
|----------------------------------------|--------------------|-------------------|
| Свободные затухающие колебания         | $1265 \pm 15$      | $610 \pm 72$      |
| Установившиеся гармонические колебания | $1293 \pm 11$      | $460 \pm 8$       |

Резонансные частоты, полученные двумя методами, отличаются на 6%, а параметр  $\beta/M$  — приблизительно на 30%. Погрешности определения частоты с помощью двух методов близки. Погрешность демпфирующего параметра, полученная методом свободных затухающих колебаний, существенно больше из-за малого количества периодов колебаний, обусловленного их быстрым затуханием (рисунок 4.17).

#### 4.5.2. Верификация математической модели акселерометра

Верификация математической модели одноосевого маятникового акселерометра для измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии

вибраций проведена по результатам эксперимента, описанного в разделе 4.5.1. Для определения ускорения корпуса акселерометра выражение (2.28) Главы 2 преобразуется в следующий вид:

$$\ddot{x}_1 = g[\dot{U} / (K\omega_0^2) + \beta / (M \cdot K\omega_0^2) \cdot \dot{U} + (U - U_0)/K - \sin \theta]. \quad (4.6)$$

На рисунке 4.19 представлены результаты верификации математической модели акселерометра. Чёрной сплошной линией 1 показано ускорение корпуса акселерометра А-17 вдоль его оси чувствительности, рассчитанное с помощью уравнения измерения акселерометра  $\ddot{x}_1 = g[(U - U_0)/K - \sin \theta]$ . Чёрной пунктирной прямой 4 отмечено значение ускорения  $10,70 \text{ м/с}^2$ , при котором устанавливаются колебания в свободном падении акселерометра. Это значение на  $0,885 \text{ м/с}^2$  больше местного ускорения свободного падения. Объяснить этот эффект может модель физического маятника. Известно (см., например, [190]), что конец физического маятника, закрепленного в шарнире, при падении движется с большим ускорением, по сравнению с ускорением свободного падения. В таком случае акселерометр с проводом, имеющим определенную жесткость (рисунок 4.16), можно рассматривать как физический маятник. Кривые 2 и 3 получены с помощью разработанного метода по формуле (4.6) с использованием коэффициентов (см. таблица 4.2), вычисленных методами:

свободных затухающих колебаний (кривая 2);

установившихся гармонических колебаний (кривая 3).

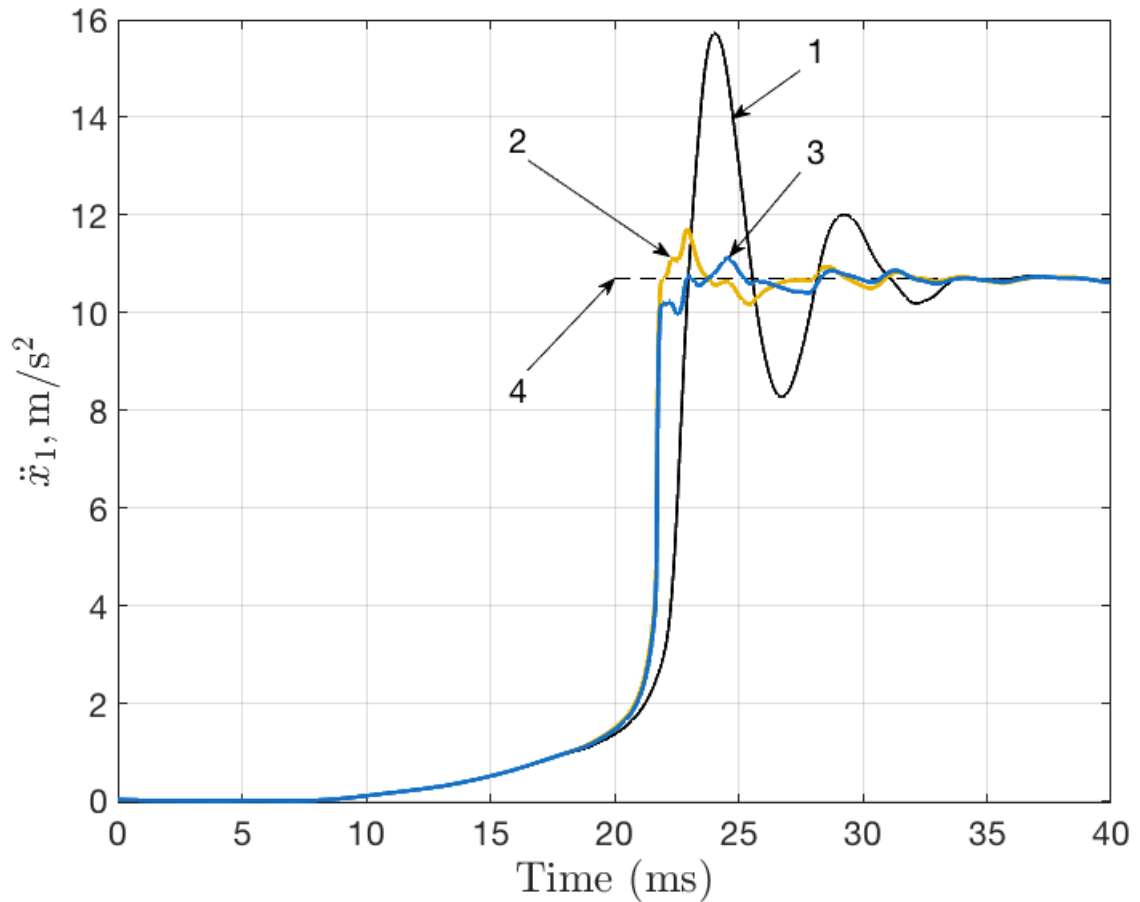


Рисунок 4.19 — Показания акселерометра А-17 при пережигании рыболовной лески (1 — исходный сигнал; 2 — результат обработки сигнала с использованием выражения (4.6) при  $\omega_0 = 1265$  рад/с,  $\beta/M = 610$  рад/с; 3 — результат обработки сигнала с использованием выражения (4.6) при  $\omega_0 = 1293$  рад/с,  $\beta/M = 460$  рад/с; 4 — ускорение при отсутствии колебаний).

Поскольку вид реального процесса изменения ускорения при пережигании лески нам неизвестен, можем лишь констатировать, что разработанный метод приблизил форму сигнала исследуемого акселерометра к функции Хэвисайда. Разработанный метод вычленил колебательную часть сигнала, связанную с собственной динамикой акселерометра.

Наличие остаточной переменной составляющей на расчетной кривой обусловлено двумя причинами: отсутствием информации об ускорении корпуса

акселерометра и его фактическом угловом положении в процессе свободного падения, а также погрешностью определения производных его сигнала.

Экспериментальные исследования, результаты которых представлены в разделе 4.5, обработка результатов и рисунки выполнены А. Е. Козиком.

#### **4.6. Верификация метода измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком**

Верификация метода измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком проводилась с помощью комбинированного приемника типа Пито — Прандтля.

##### **4.6.1. Экспериментальное оборудование**

В комбинированном приемнике смонтированы два датчика Kulite XCS-062-5D с диапазоном измерения  $\pm 35$  кПа (рисунок 3.6 Главы 3). Для определения динамических характеристик приемников давления установлены два дополнительных датчика Kulite XCS-062-5D, которые далее мы будем считать контрольными. Контрольные датчики размещались около приемных отверстий полного и статического давления, как показано на рисунке 4.20. На датчике производителем установлен защитный экран. Собственная частота датчика без экрана составляет 150 кГц. Сигналы датчиков регистрировались измерительной системой Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab с частотой дискретизации 204,8 кГц/канал. Погрешность измерительной системы, отнесенная к диапазону измерения, на частоте 1 кГц составляет  $\pm 0,2\%$ , а сдвиг фаз между каналами — не более  $0,2^\circ$  при частоте 10 кГц. Исследования динамических характеристик проводились при температуре  $t \approx 23$  °С. Для создания импульсного давления перед приемником полного давления размещался шарик [180]. Давление в шарике повышалось до тех пор, пока он не лопался. В опыте с заданием установившегося гармонического давления на место шарика поставлена акустическая система JVC с звуковым генератором ГЗ-106 с диапазоном частот  $f = 30\text{--}12000$  Гц. Акустическая система создавала звуковую волну с амплитудой 1–32 Па.

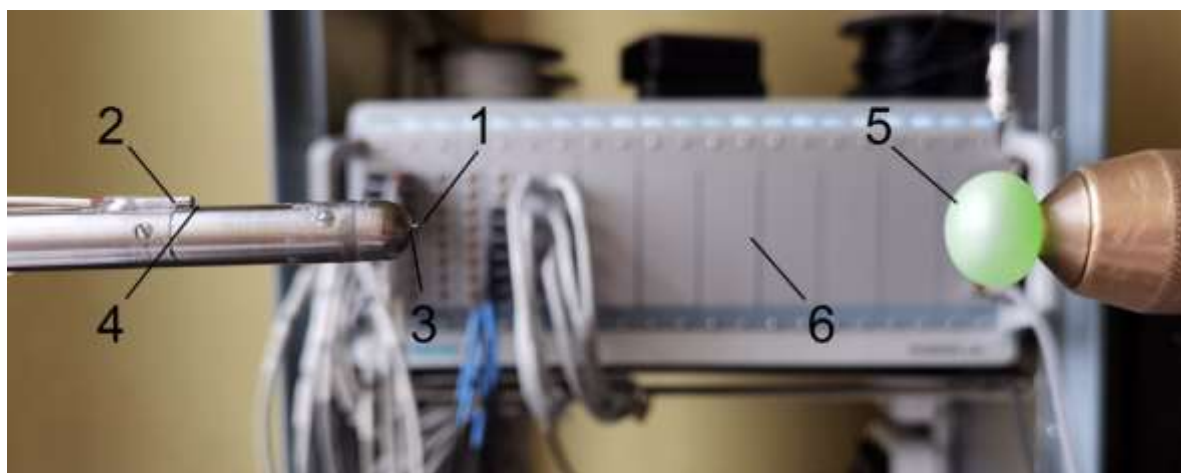


Рисунок 4.20 — Схема установки для исследования импульсного воздействия

- (1 — эталонный датчик для измерения полного давления;  
 2 — эталонный датчик для измерения статического давления;  
 3 — приемное отверстие полного давления;  
 4 — приемное отверстие статического давления; 5 — шарик;  
 6 — измерительная система Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab).

Схема эксперимента по определению частоты и коэффициента демпфирования методом установившихся гармонических колебаний близка схеме, описанной в [149].

#### **4.6.2. Экспериментальное определение собственной частоты и коэффициента демпфирования методом установившихся гармонических колебаний**

Предварительно оценены собственные частоты колебаний воздуха в приемных отверстиях приемников полного и статического давления. Наибольшую собственную частоту колебаний имеет приемник статического давления — около 9 кГц. В результате для определения собственных частот приемников выбран фильтр Бесселя с частотой среза 15 кГц. С помощью акустической системы и звукового генератора задавались установившиеся гармонические колебания в диапазоне частот 200–12000 Гц. Сигналы датчиков, установленных в приемнике, и контрольных датчиков регистрировались измерительной системой с частотой опроса 102 кГц/канал. По результатам опыта

определялся сдвиг фазы показаний контрольного датчика и датчика, установленного в насадке. Для определения коэффициента демпфирования  $\beta$  и круговой собственной частоты без учета демпфирования  $\omega_0$  использовались выражения (3.48) и (3.49) Главы 3. Были выбраны данные в окрестности собственной частоты приемных отверстий. На рисунке 4.21 показано, как определялись эти параметры для приемника полного давления методом линейной регрессии. На рисунке 4.21 *а* приведены результаты опыта в переменных выражения (3.50) для определения резонансной частоты  $f_0$ , а на рисунке 4.21 *б* — в переменных (3.51) для определения коэффициента демпфирования  $\beta$ .

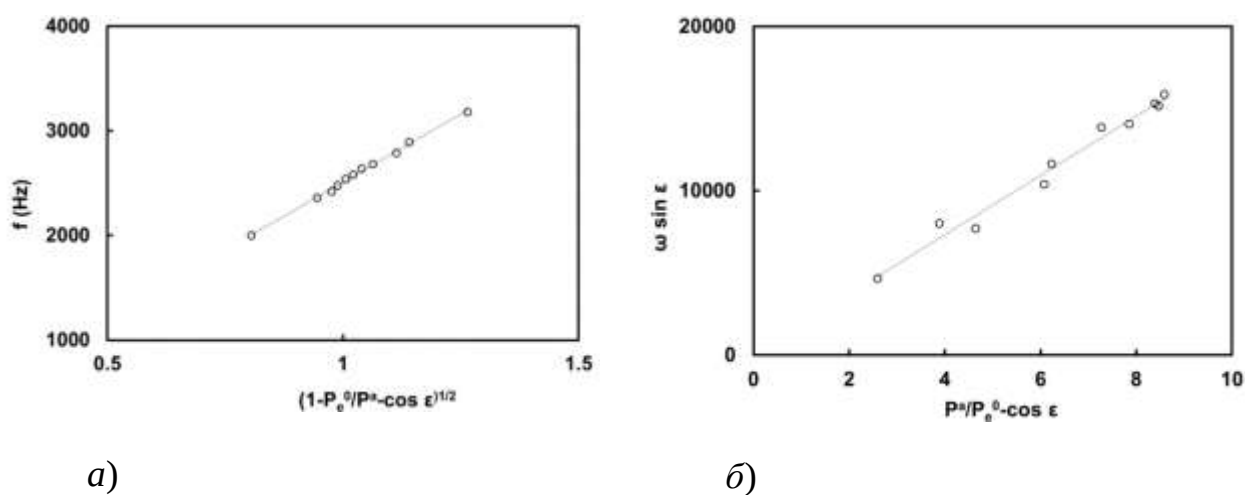


Рисунок 4.21 — Определение динамических параметров

приемника полного давления (*а* — определение резонансной частоты  $f_0$  с помощью выражения (3.50) Главы 3; *б* — определение коэффициента демпфирования  $\beta$  с помощью выражения (3.51) Главы 3).

Значение резонансной частоты для приемника полного давления получилось  $f_0 = 2506 \pm 47$  Гц, а коэффициент демпфирования  $\beta = 1650 \pm 90$  с<sup>-1</sup>. Аналогичным образом были получены параметры для приемника статического давления:  $f_0 = 8810 \pm 152$  Гц и  $\beta = 3820 \pm 270$  с<sup>-1</sup>. Погрешности определения параметров приемника статического давления получились больше, чем приемника полного давления. Причина заключается в том, что при высоких частотах акустическая система могла задать колебания с амплитудой не более 1–20 Па.

### 4.6.3. Экспериментальное определение собственной частоты и коэффициента демпфирования методом свободных затухающих колебаний

Другой способ определения коэффициента демпфирования  $\beta$  и круговой резонансной частоты  $\omega_0$  основывается на результатах свободных затухающих колебаний. Такие колебания возникают после воздействия на приемники импульсом давления [149, 180]. Е. П. Столяров [180] предложил использовать звуковую волну, близкую по форме к  $N$ -волне, которая образуется, например, при разрыве шарика (рисунок 4.20). Результаты опыта приведены на рисунке 4.22 в виде зависимости показаний датчиков от времени при частоте среза фильтра 15 кГц. Графики сдвинуты друг относительно друга по оси ординат на 5 кПа.

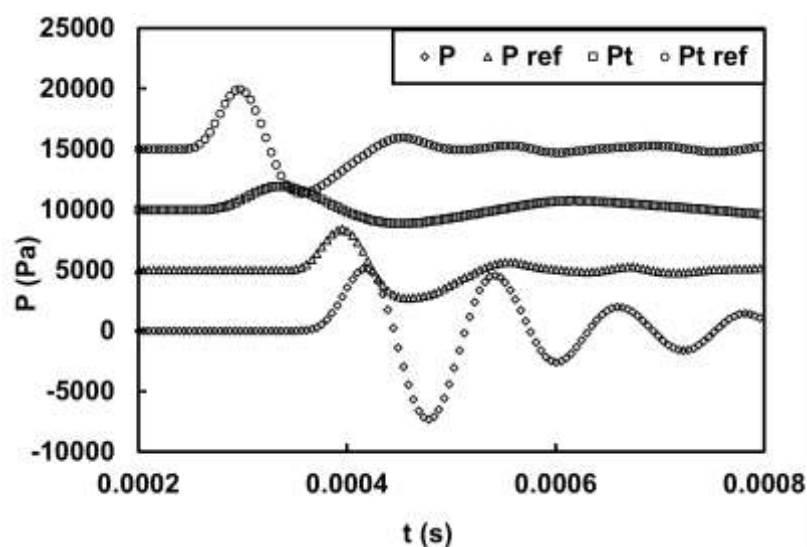


Рисунок 4.22 — Зависимость показаний четырех датчиков давления от времени ( $P_{t\text{ref}}$  — показания контрольного датчика для измерения полного давления;  $P_t$  — показания датчика для измерения полного давления;  $P_{\text{ref}}$  — показания контрольного датчика для измерения статического давления;  $P$  — показания датчика для измерения статического давления).

Запаздывание момента воздействия импульса на приемник статического давления, по сравнению с приемником полного давления, согласуется с оценкой

$$\Delta t = b/a \approx 0,1 \text{ мс},$$

где  $a$  — скорость звука;

$b$  — расстояние между приемными отверстиями полного и статического давления, установленными в насадке, равное, согласно рисунку 3.6 б раздела 3.2.1 Главы 3,  $b \approx 35$  мм.

Показания контрольных датчиков представляют собой импульс, близкий по форме к  $N$ -волне. Показания датчиков, установленных в насадке, представляют собой сглаженную  $N$ -волну с последующими свободными затухающими колебаниями. Для определения приведенного коэффициента сопротивления (демпфирования) воспользуемся выражением (3.54) Главы 3. На рисунке 4.23 показана относительная амплитуда затухающих колебаний для приемников полного и статического давления в переменных выражения (3.54). Линейный коэффициент, полученный методом линейной регрессии по значениям амплитуды, является коэффициентом демпфирования с обратным знаком.

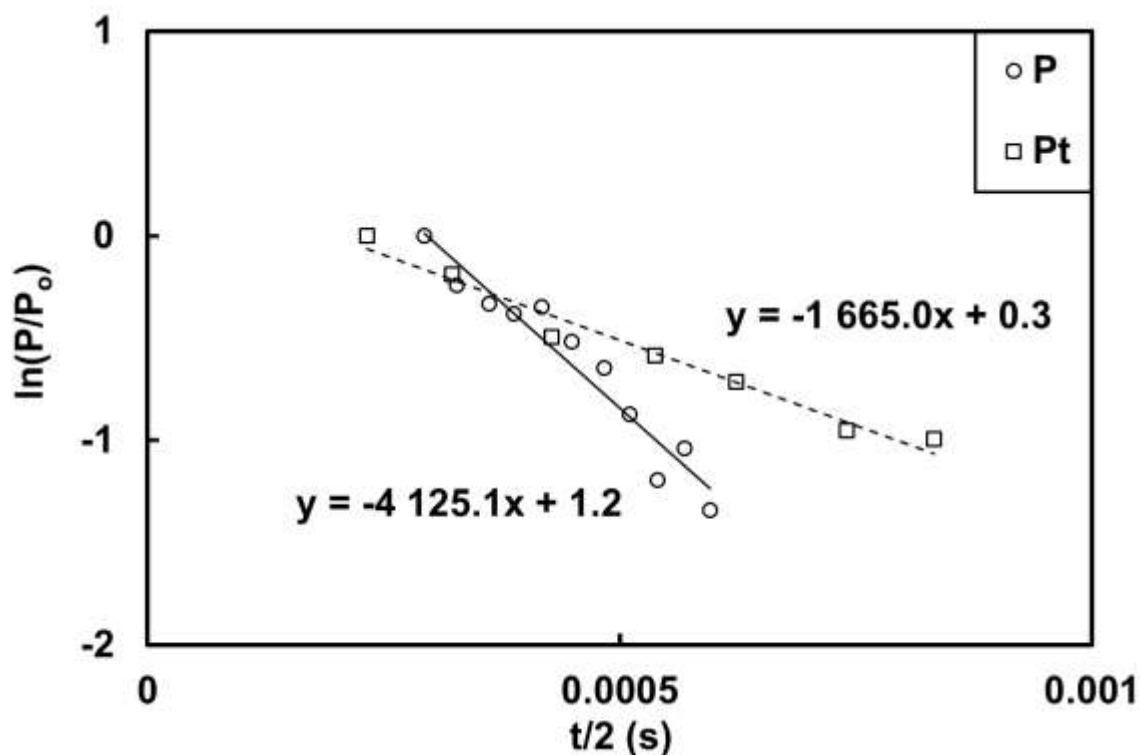


Рисунок 4.23 — Зависимость от времени относительной амплитуды показаний датчиков в приемниках полного и статического давления, выраженная в переменных уравнения (3.54) Главы 3.

Собственные частоты и коэффициенты демпфирования приемников полного и статического давления, полученные методом установившихся гармонических колебаний и свободных затухающих, приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 — Собственные частоты и коэффициенты демпфирования приемников полного и статического давления

| Метод определения параметров   | Приемник полного давления  |               |               | Приемник статического давления |               |                |
|--------------------------------|----------------------------|---------------|---------------|--------------------------------|---------------|----------------|
|                                | $\beta$ (с <sup>-1</sup> ) | $f$ (Гц)      | $f_0$ (Гц)    | $\beta$ (с <sup>-1</sup> )     | $f$ (Гц)      | $f_0$ (Гц)     |
| Гармонические колебания        | $1650 \pm 90$              | —             | $2506 \pm 47$ | $3820 \pm 270$                 | —             | $8810 \pm 152$ |
| Свободные затухающие колебания | $1665 \pm 127$             | $2510 \pm 10$ | $2514 \pm 10$ | $4125 \pm 370$                 | $8120 \pm 10$ | $8127 \pm 10$  |

Собственные частоты колебаний приемника полного давления без учета демпфирования (резонансные), полученные двумя методами, совпадают, если принять во внимание погрешности их определения. Для приемника статического давления резонансные частоты, полученные двумя методами, отличаются. Причиной является очень малая амплитуда давления 1-20 Па, задаваемая генератором звука в методе установившихся гармонических колебаний, которая сопоставима с погрешностью датчиков давления и измерительной системы. Резонансная частота колебаний в приемниках давления определялась по формуле (3.55) и получилась приблизительно на 0,1% больше собственной. Метод свободных затухающих колебаний дает меньшую погрешность при определении резонансной частоты, по сравнению с методом гармонических колебаний. Коэффициенты демпфирования, полученные двумя методами, оказались близки. Меньшую погрешность определения коэффициента демпфирования дает метод установившихся колебаний.

#### 4.6.4. Верификация метода измерения нестационарного давления

Верификация разработанного в разделе 3.2.2 Главы 3 метода измерения нестационарного давления приемниками давления, у которых имеется полость между датчиком и потоком, выполнена по результатам опыта с импульсным воздействием (рисунок 4.22). На рисунке 4.24 *а* приведены результаты верификации для приемника полного давления, а на рисунке 4.24 *б* — для приемника статического давления. Показания датчика, установленного в приемнике полного давления (рисунок 3.6 раздела 3.2.1 Главы 3), имеют обозначение  $P_t$ , а контрольного датчика —  $P_{t\text{ ref}}$ . Обозначению  $P_{t\text{ cor}}$  соответствует результат, полученный по формуле (3.42) Главы 3. Аналогичным образом представлены результаты для приемника статического давления на рисунке 4.24 *б*. Первая и вторая производные показаний датчиков, установленных в насадке, определялись конечными разностями второго порядка точности. Значения собственных частот колебаний газа в отверстиях и коэффициенты демпфирования взяты из таблицы 4.3. Наибольшую точность предложенного метода демонстрируют результаты для датчика статического давления, представленные на рисунке 4.24 *б*. Стандартное отклонение результатов, рассчитанных по уравнению (3.42), от показаний эталонного датчика составляет 70 Па или 1,4 % от амплитуды первого пика, или 0,2% от диапазона датчика. Полученные результаты демонстрируют работоспособность и высокую точность разработанного метода.

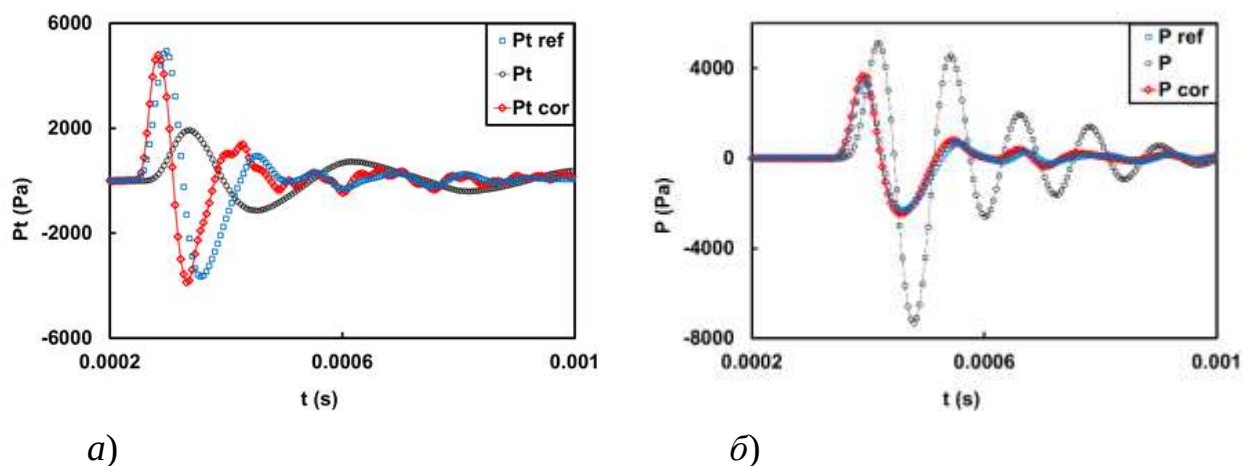


Рисунок 4.24 — Зависимость давления от времени (*а* — показания

контрольного датчика измерения полного давления  $P_{t\text{ref}}$ ; показания датчика в приемнике полного давления  $P_t$ ; результат вычисления по формуле (3.42)  $P_{t\text{cor}}$ ;  $b$  — показания контрольного датчика измерения статического давления  $P_{\text{ref}}$ ; показания датчика в приемнике статического давления  $P$ ; результат вычисления по формуле (3.42)  $P_{\text{cor}}$ ).

Проведение экспериментальных исследований, обработка результатов и подготовка рисунков в разделе 4.6 выполнены Е. Н. Анохиной.

#### **Заключение к Главе 4**

Разработанная в Главах 1–3 методика измерения квазистатических и нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах верифицирована специально проведенными опытами.

Метод измерения нестационарных нагрузок с помощью тензометрических весов, разработанный в Главе 1, верифицирован тремя сериями опытов:

- экспериментальными исследованиями с приложением ступенчатой силы к однокомпонентному динамометру для измерения силы трения пограничного слоя;
- экспериментальными исследованиями с приложением ступенчатой силы к продольной и поперечной компонентам силы шестикомпонентных тензометрических весов;
- опытами с измерением массы движущихся цилиндров на специальном стенде.

При измерении нестационарных нагрузок разработанные методы обеспечили уменьшение среднеквадратической погрешности измерения в 10 раз, по сравнению с существующими методами, до уровня 1% для однокомпонентных динамометров и 0,5–3% для шестикомпонентных тензометрических весов.

Метод учета изменения нулевых показаний тензометрических весов за время опыта, разработанный в разделе 1.2.2 Главы 1, верифицирован опытом с нагреванием однокомпонентного динамометра для измерения силы трения

пограничного слоя. Метод учета изменения нулевых показаний тензометрических весов уменьшает погрешность, обусловленную влиянием динамической составляющей температуры весов, до уровня среднеквадратической погрешности весов 0,05–0,1%. Можно считать, что разработанный метод полностью исключает систематическую погрешность, обусловленную влиянием динамической составляющей температуры динамометра на его нулевые показания.

Для верификации разработанного в разделе 2.2 Главы 2 метода измерения нестационарных углов тангажа и крена при наличии вибраций использован оригинальный способ придания акселерометру ускорения, близкого по форме к ступени. При пережигании рыболовной лески, удерживающей акселерометр в покое, последний приходил в состояние свободного падения. При этом постоянная составляющая ускорения изменялась от  $1\ g$  до нулевого значения. Метод верифицирован проведенными опытами с среднеквадратической погрешностью на уровне 0,05–0,07% от диапазона измерения акселерометра.

В разработанном в Главе 3 методе измерения нестационарного давления объем газа, вовлеченного в колебательное движение в отверстии приемника давления, заменен, согласно [78], объемом эквивалентного цилиндра. Таким образом, задача механики жидкости и газа сведена к задаче механики твердого тела. Поставленная задача является смешанной задачей динамики твердого тела, в которой между величинами, определяющими положение тел, имеются известные соотношения, действующие силы частично известны, а часть сил определяется в результате решения задачи (см., например, [61]). В рассматриваемом случае известно давление в полости, которое измеряется датчиком, а давление перед отверстием приемника определяется разработанным методом. Результаты, приведенные в разделе 4.6, подтвердили справедливость такого подхода. Разработанный метод измерения нестационарного давления приемниками давления, у которых имеется полость между датчиком и приемным отверстием, обеспечивает среднеквадратичную погрешность  $\sim 1\%$  диапазона измерения датчика.

## **Глава 5. Экспериментальная проверка методов определения аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах**

В пятой главе представлены результаты апробации разработанной методики в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 и трубе Людвига УТ-1М.

### **5.1. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью шестикомпонентных тензометрических весов в аэродинамической трубе УТ-1М**

Экспериментальные исследования проведены в импульсной трубе УТ-1М ЦАГИ, работающей по схеме Людвига.

#### **5.1.1. Экспериментальная установка**

Подробное описание установки УТ-1М приведено в статьях [182, 183]. Исследовалось обтекание острого конуса [184] с углом при вершине  $10^\circ$  и длиной 0,96 м при  $M = 6$ . Диаметр выходного сечения сопла составлял 0,5 м. Площадь дна конуса, к которой относились аэродинамические нагрузки, составляла  $0,022 \text{ м}^2$ , а радиус носка — 0,08 мм. Фотография конуса в рабочей части УТ-1М приведена на рисунке 5.1.



Рисунок 5.1 — Конус в рабочей части установки УТ-1М.

Конус установлен на шестикомпонентных внутримодельных тензометрических весах В6-706. В конус помещен дополнительный груз для изменения собственных частот колебаний компонент весов и поддерживающего устройства. Диапазоны измерения компонент тензометрических весов и их погрешности, полученные при калибровке, приведены в таблице 5.1. Весы закреплены в хвостовой державке, которая, в свою очередь, крепилась к вертикальной стойке.

Таблица 5.1 — Диапазоны измерения компонент тензометрических весов В6-706 и их погрешности

| Компонента | Продольная<br>сила, $AF$ | Нормальная<br>сила, $NF$ | Поперечная<br>сила, $SF$ | Момент<br>крена, $RM$ | Момент<br>рыскания,<br>$YM$ | Момент<br>тангажа,<br>$PM$ |
|------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Диапазон   | $\pm 550$ Н              | $\pm 4200$ Н             | $\pm 150$ Н              | $\pm 3$ Нм            | $\pm 200$ Нм                | $\pm 220$ Нм               |
| СКО, %     | 0,15                     | 0,06                     | 0,11                     | 0,35                  | 0,07                        | 0,1                        |

На задней и метрической частях тензометрических весов установлены два трехосевых акселерометра Dytran 3333A2 для измерения ускорений модели и задней части весов по трем осям (рисунок 5.2). Рисунок 5.2 выполнен С. А. Глазковым.

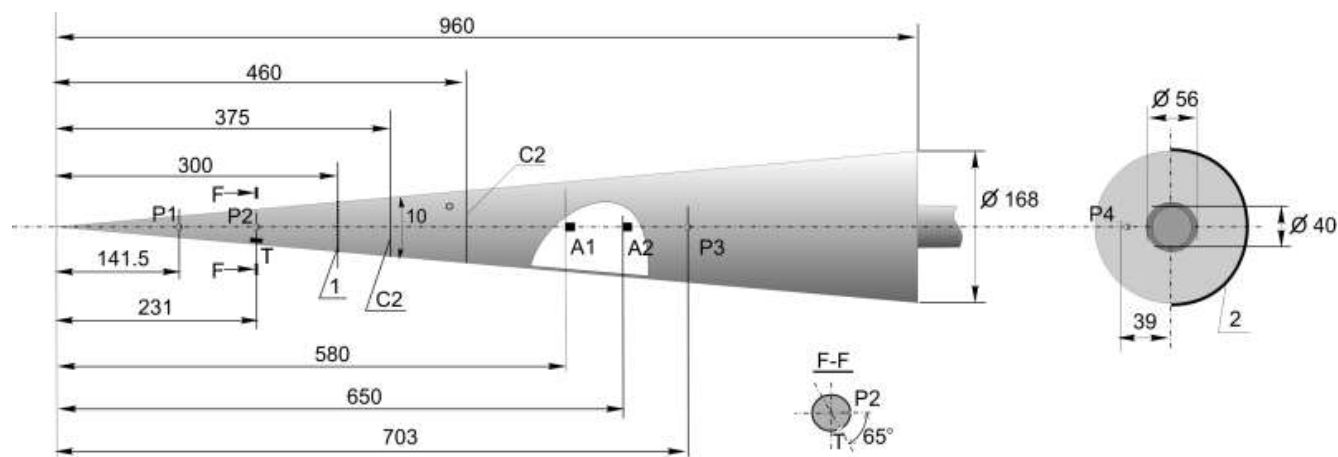


Рисунок 5.2 — Схема конуса с расположением датчиков, размеры в мм

(P1, P2, P3, P4 — датчики давления Kulite XCS-062-5D;

A1, A2 — акселерометры Dytran3333A2;

T — пленочный датчик термоанемометра;

1 — турбулизатор; 2 — термочувствительная краска;

C2 — стыки элементов конуса).

Диапазон измерения ускорения акселерометрами составляет  $\pm 50 \text{ g}$ , частотный диапазон 0,54–10000 Гц, разрешение —  $2 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ . Сигналы акселерометров обрабатывались цифровым фильтром с частотой среза 10 кГц. На поверхности модели имеются четыре приемных отверстия для измерения нестационарного давления с помощью датчиков Kulite XCS-062-5D с защитным экраном, установленным производителем датчиков. Экран представляет собой диск с восемью отверстиями, расположенными вдоль его края. Диапазоном измерения датчиков составлял  $\pm 35 \text{ кПа}$ . Максимальная погрешность, заявленная производителем, составляет  $\pm 35 \text{ Па}$ . Три отверстия (P1 — P3) расположены на боковой поверхности конуса и одно (P4) — на донной поверхности (рисунок 5.2). На стенке камеры давления устанавливался комбинированный приемник давления

типа Пито — Прандтля диаметром 10 мм с полусферической головкой (рисунок 3.6 Главы 3) для измерения нестационарного полного и статического давления. Приемное отверстие статического давления расположено на расстоянии 35 мм от носка приемника. В насадке устанавливались два датчика Kulite XCS-062-5D с диапазоном измерения  $\pm 35$  кПа. Датчик для измерения полного давления смещен относительно оси приемного отверстия для предотвращения его повреждения посторонними частицами и, соответственно, повышения его живучести. Между датчиком 1 и потоком имеется полость объемом  $51,3 \text{ мм}^3$ , которая сообщается с потоком через цилиндрическое отверстие длиной 1 мм и диаметром 1 мм (рисунок 3.6 б Главы 3). Датчик статического давления 2 сообщается с внешним потоком через такое же отверстие и малую полость объемом  $11,8 \text{ мм}^3$ . В опорную полость датчиков Kulite подавалось пониженное давление для того, чтобы разность измеряемого и опорного давления находилась в пределах диапазона измерения датчиков. Давление в опорных полостях датчиков, измеряющих полное и статическое давление, отличалось. Опорное давление измерялось датчиками Keller с диапазоном 0–2 кПа и 0–10 МПа (приведенная погрешность датчиков 0,1%). Показания тензометрических весов, двух акселерометров Dytran, шести датчиков Kulite, двух датчиков Keller и термоанемометра регистрировались одновременно измерительной системой Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab с частотой дискретизации 204,8 кГц/канал. На стенке форкамеры между отсеком диафрагм и соплом измерялось статическое давление двумя датчиками ДМИ-22ДЕ с диапазонами измерения 0–15 МПа и погрешностью  $\pm 75$  кПа. Сигналы датчиков ДМИ-22ДЕ регистрировались на персональном компьютере с частотой 2 кГц/канал. Полное давление в форкамере определялось по измеренному статическому давлению, диаметрам форкамеры и горла сопла, а также невязким уравнениям газовой динамики.

### 5.1.2. Сопротивление конуса

Нагрузки, измеренные весами, корректировались в проведенном эксперименте методом, разработанным в разделе 1.3 Главы 1. Применительно к

условиям проведенного эксперимента уравнение (1.37) раздела 1.3 Главы 1 для силы сопротивления  $D$  преобразуется к следующему виду:

$$D = (M + M_{AF})A\ddot{F}/k_{AF} + \beta_{AF}A\dot{F}/k_{AF} + AF + (M + M_{AF})\ddot{x} - AF^S; \quad (5.1)$$

$$AF^S = \ddot{\phi}_{y2}(M\Delta z + M_{AF}\Delta z_{AF}) - (\dot{\phi}_{y2}^2 - \dot{\phi}_{z2}^2)(M\Delta x + M_{AF}\Delta x_{AF}) -$$

$$-\ddot{\phi}_{z2}(M\Delta y + M_{AF}\Delta y_{AF}) + (M + M_{AF})g \sin \vartheta,$$

где  $AF$  — сила, измеренная продольной компонентой весов;

$A\dot{F}$  и  $A\ddot{F}$  — первая и вторая производные продольной силы по времени;

$M$  — масса конуса;

$M_{AF}$  — масса метрической части продольной компоненты весов;

$k_{AF}$  — коэффициент жесткости продольной компоненты весов;

$\beta_{AF}$  — коэффициент демпфирования продольной компоненты весов;

$\ddot{x}$  — ускорение земли весов вдоль продольной оси весов  $OX$ ;

$\Delta x_{AF}$  — координата центра масс метрической части продольной компоненты силы весов вдоль оси  $OX$ ;

$\Delta y_{AF}$  — координата центра масс метрической части продольной компоненты силы весов вдоль оси  $OY$ ;

$\Delta z_{AF}$  — координата центра масс метрической части продольной компоненты силы весов вдоль оси  $OZ$ ;

$\Delta x$  — координата центра масс конуса вдоль оси  $OX$ ;

$\Delta y$  — координата центра масс конуса вдоль оси  $OY$ ;

$\Delta z$  — координата центра масс конуса вдоль оси  $OZ$ ;

$\dot{\phi}_{y2}$  — угловая скорость вращения метрической части весов вокруг оси  $OY$ ;

$\ddot{\phi}_{y2}$  — угловое ускорение метрической части весов вокруг оси  $OY$ ;

$\dot{\phi}_{z2}$  — угловая скорость вращения метрической части весов вокруг оси  $OZ$ ;

$\ddot{\phi}_{z2}$  — угловое ускорение метрической части весов вокруг оси  $OZ$ ;

$g$  — ускорение свободного падения;

$\vartheta$  — угол тангажа весов.

Параметры  $M$ ,  $M_{AF}$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  определялись при изменении углов тангажа и крена изолированных весов и весов с конусом методом, разработанным в разделе 1.4 Главы 1. Значения этих параметров для двух конфигураций конуса приведены в таблице 5.2.

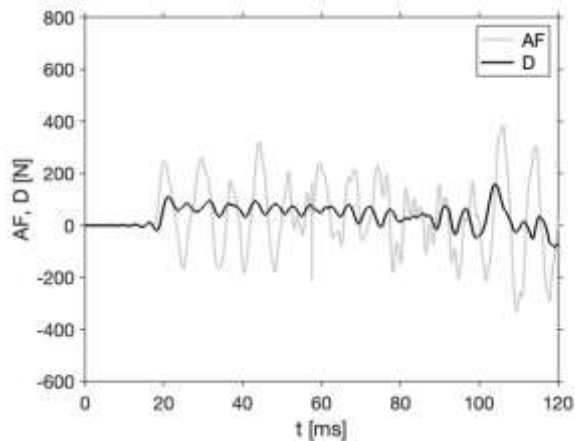
Таблица 5.2 — Значения масс метрической части продольной компоненты весов и конуса и положения центра масс конуса относительно начала координат весов

| Конфигурация конуса | $M_{AF}$ (кг)         | $M$ (кг)             | $\Delta x$ (м)           | $\Delta y$ (м)             | $\Delta z$ (м)            |
|---------------------|-----------------------|----------------------|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| с грузом            | $1,052 \pm \pm 0,005$ | $18,82 \pm \pm 0,12$ | $-0,1271 \pm \pm 0,0007$ | $-0,00043 \pm \pm 0,00038$ | $0,00015 \pm \pm 0,00025$ |
| без груза           | $1,052 \pm \pm 0,005$ | $13,67 \pm \pm 0,13$ | $-0,1081 \pm \pm 0,0014$ | $-0,00016 \pm \pm 0,00043$ | $0,00047 \pm \pm 0,00046$ |

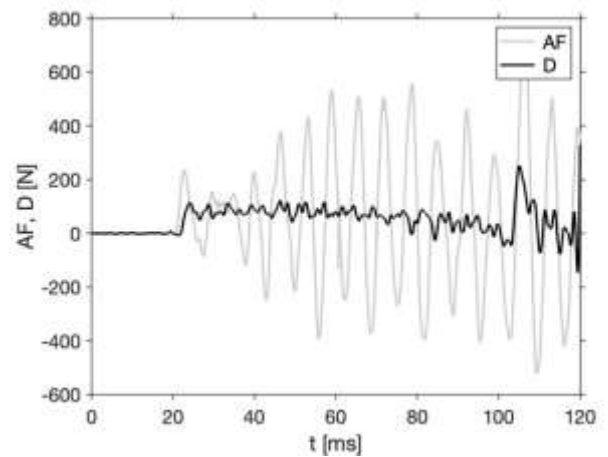
Коэффициенты жесткости и демпфирования  $k_{AF} = 14,51 \cdot 10^6$  Н/м и  $\beta_{AF} = 259,3$  кг/с определялись, согласно разделу 1.3.4 Главы 1, по результатам свободных затухающих колебаний, возникающих при приложении ступенчатой продольной силы к конусу в рабочей части. Собственные частоты колебаний конуса вдоль оси весов составили 127,1 и 149,0 Гц для вариантов с грузом и без груза соответственно. Отношение этих частот  $f_2/f_1 = 1,17$  согласуется с теоретическим выражением  $f_2/f_1 = 1,16$ , полученным при малых коэффициентах демпфирования (см., например, [61]):

$$f_2/f_1 \approx \sqrt{(M_{AF} + M_1) / (M_{AF} + M_2)}.$$

Продольная компонента силы  $AF$  и сила сопротивления  $D$ , рассчитанная по уравнению (5.1), показаны на рисунке 5.3 *a* для конуса с грузом и на рисунке 5.3 *b* для конуса без груза в зависимости от времени при  $Re_1 \approx 25 \cdot 10^6$  и нулевом угле атаки. Продолжительность режима в рабочей части составляет приблизительно 40 мс: с 20 по 60 мс.



а)



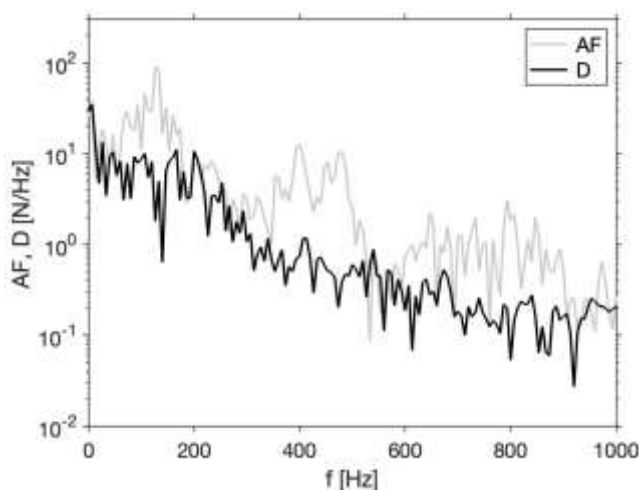
б)

Рисунок 5.3 — Продольная сила  $AF$  и сила сопротивления  $D$  конуса, рассчитанная по уравнению (5.1), в зависимости от времени

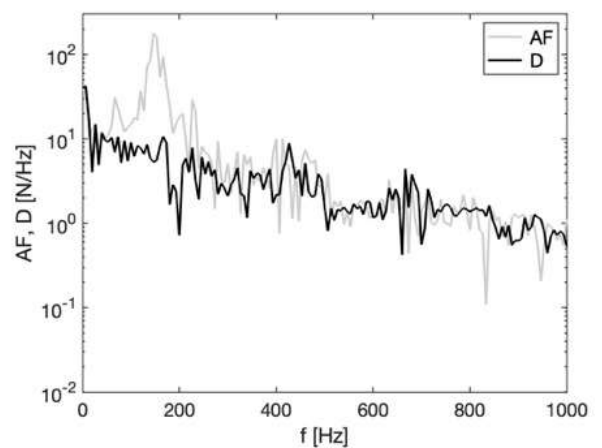
при  $Re_1 \approx 25 \cdot 10^6$  и нулевом угле атаки

(а — Конус с грузом,  $M = 18,82$  кг; б — конус без груза,  $M = 13,67$  кг).

Амплитуда продольной силы конуса с грузом приблизительно в два раза меньше аналогичного показателя в конфигурации без груза. Спектры продольной силы  $AF$  и силы сопротивления  $D$  приведены на рисунке 5.4.



а)



б)

Рисунок 5.4 — Спектры продольной силы  $AF$  и силы сопротивления  $D$ , рассчитанной по уравнению (5.1), в зависимости от времени

при  $Re_1 \approx 25 \cdot 10^6$  и нулевом угле атаки.

( $a$  — конус с грузом,  $M=18,82$  кг;  $b$  — конус без груза,  $M = 13,67$  кг).

Колебания продольной силы с максимальной амплитудой происходят на собственной частоте компоненты продольной силы — 126,7 Гц для конфигурации с грузом (рисунки 5.3  $a$  и 5.4  $a$ ) и 146,7 Гц для конфигурации без груза (рисунки 5.3  $b$  и 5.4  $b$ ). Наблюдаются также колебания продольной силы с небольшой амплитудой на частотах 14,4 и 22,1 Гц для конфигурации с грузом (рисунок 5.3  $a$ ), а также 15,3 и 24,8 Гц для конфигурации без груза (рисунок 5.3  $b$ ). Низшие из этих частот обусловлены первым тоном колебаний державки совместно с весами в вертикальной плоскости. Высшие из этих частот обусловлены изгибными колебаниями весов (второй тон) в вертикальной плоскости. Эти колебания конуса создают инерционные и центробежные силы, действующие на продольную компоненту весов. СКО продольной силы за время режима установки составляло 135 и 184 Н для вариантов с грузом и без груза соответственно. Соответствующие значения СКО для силы сопротивления составили 17,7 и 26,4 Н. Таким образом, применение уравнения (5.1) позволило устранить собственную динамику продольной компоненты весов, инерционные и центробежные силы из результатов измерений. Это привело к уменьшению СКО продольной силы в 7,6 и 7 раз для вариантов с грузом и без груза соответственно. Колебания основного тона продольной силы устранили два первых члена в правой части уравнения (5.1), а колебания первого и второго тонов в вертикальной плоскости — член  $AF^S$  в правой части уравнения (5.1). Амплитуда колебаний на более высоких частотах уменьшилась за счет использования показаний акселерометра, установленного на земле весов (четвертый член в уравнении (5.1)).

Зависимости коэффициентов сопротивления конуса  $c_D$  для вариантов с грузом и без груза показаны на рисунке 5.5 в зависимости от времени.

Среднее значение коэффициента лобового сопротивления для варианта с грузом получилось равным  $c_D = 0,065 \pm 0,017$ . В качестве погрешности приведено среднеквадратичное отклонение. Соответствующее значение для варианта без груза получилось равным  $c_D = 0,077 \pm 0,016$ . Значения коэффициентов сопротивления в УТ-1М согласуются со значением  $c_D \approx 0,07$ , полученным в АДТ

ЦАГИ Т-116 для этого же конуса при  $M = 6$ . Результаты свидетельствуют о работоспособности предложенного в разделе 1.3 Главы 1 метода измерения нестационарных нагрузок с помощью тензометрических весов.

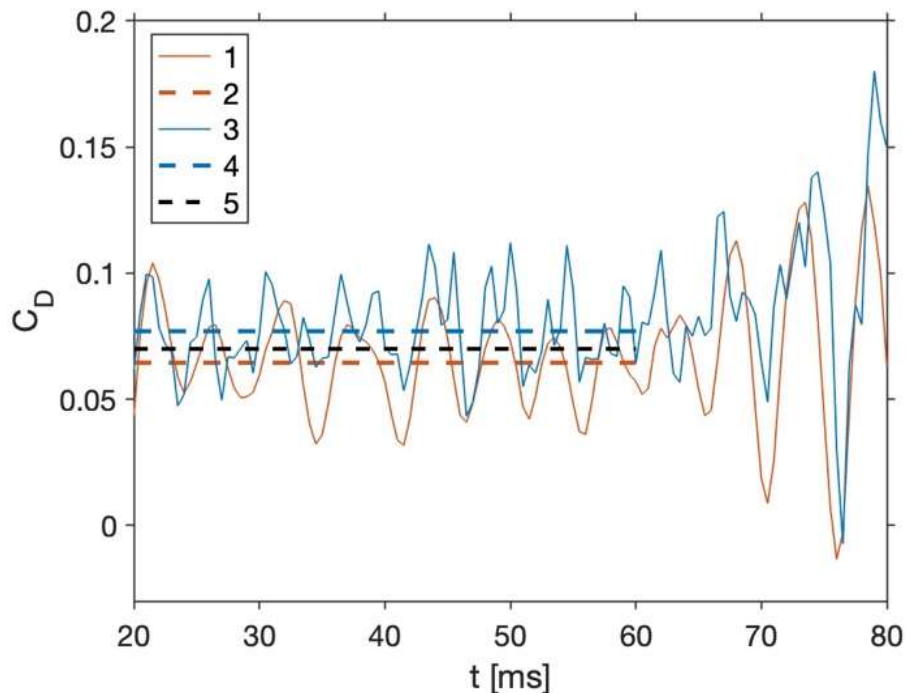


Рисунок 5.5 — Коэффициент сопротивления конуса в зависимости от времени (1 — вариант с грузом; 2 — среднее значение для варианта с грузом  $c_D = 0,065$ ; 3 — вариант без груза; 4 — среднее значение для варианта без груза  $c_D = 0,077$ ; 5 — результат, полученный в аэродинамической трубе Т-116,  $c_D \approx 0,07$ ).

Обработка результатов измерений и построение графиков раздела 5.1.2 выполнены А. Е. Козином.

## 5.2. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарных нагрузок с помощью плавающего элемента в аэродинамической трубе Т-128

Экспериментальная проверка метода измерения нестационарных нагрузок с помощью тензометрических весов проведена при измерении силы трения в аэродинамической трубе Т-128 с помощью плавающего элемента, описанного в

разделе 4.1 Главы 4. Прибор для измерения силы трения пограничного слоя устанавливался на верхней стенке сопла вблизи его выходного сечения (рисунок 5.6).



Рисунок 5.6 — Фотография размещения плавающего элемента (1) и гребенки приемников полного давления (2) в сопле аэродинамической трубы Т-128.

Геометрическая форма боковых стенок сопла (рисунок 5.7) выбиралась таким образом, чтобы обеспечить почти нулевой градиент давления на конечном участке сопла длиной 4 м. [185].



Рисунок 5.7 — Фотография регулируемого сопла аэродинамической трубы Т-128 с установленной на верхней стенке ребенкой [185].

Распределение коэффициента давления  $c_p$  вдоль стенки сопла приведено на рисунке 5.8. Начало координат расположено на стыке сопла и рабочей части, ось  $Ox$  направлена по потоку.

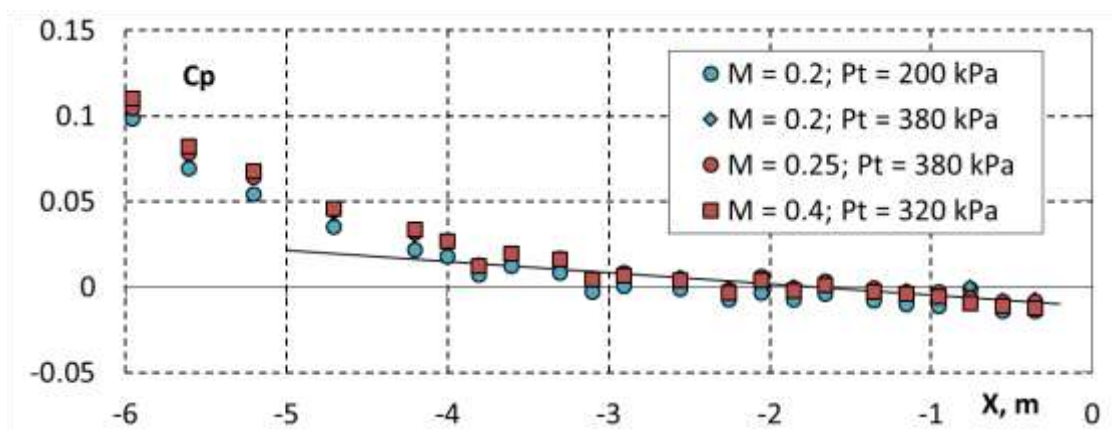


Рисунок 5.8 — Распределение коэффициента давления вдоль верхней стенки сопла аэродинамической трубы Т-128 [185].

Продольный градиент коэффициента давления составил  $dc_p/dx = -0,006 \text{ м}^{-1}$ , что соответствует безразмерному параметру [186]  $K_p = \nu/U_e^2 \cdot dU_e/dx \approx 7 \cdot 10^{-10}$ .

Параметры турбулентного пограничного слоя (ТПС) на стенке сопла измерялись с помощью гребенки длиной 0,2 м с 26 приемниками полного давления, установленной на верхней стенке вблизи среза сопла. Внешний диаметр трубок составлял 0,8 мм, а внутренний — 0,4 мм.

На рисунке 5.9 приведена зависимость силы  $F$ , измеряемой прибором, от времени при числе Маха  $M = 0,4$ . На рисунке также приведена зависимость силы трения  $F_f$ , полученная обработкой сигнала по формуле (4.2) раздела 4.1 Главы 4. Первая и вторая производные силы  $F$  рассчитывались конечными разностями 2-го порядка точности.

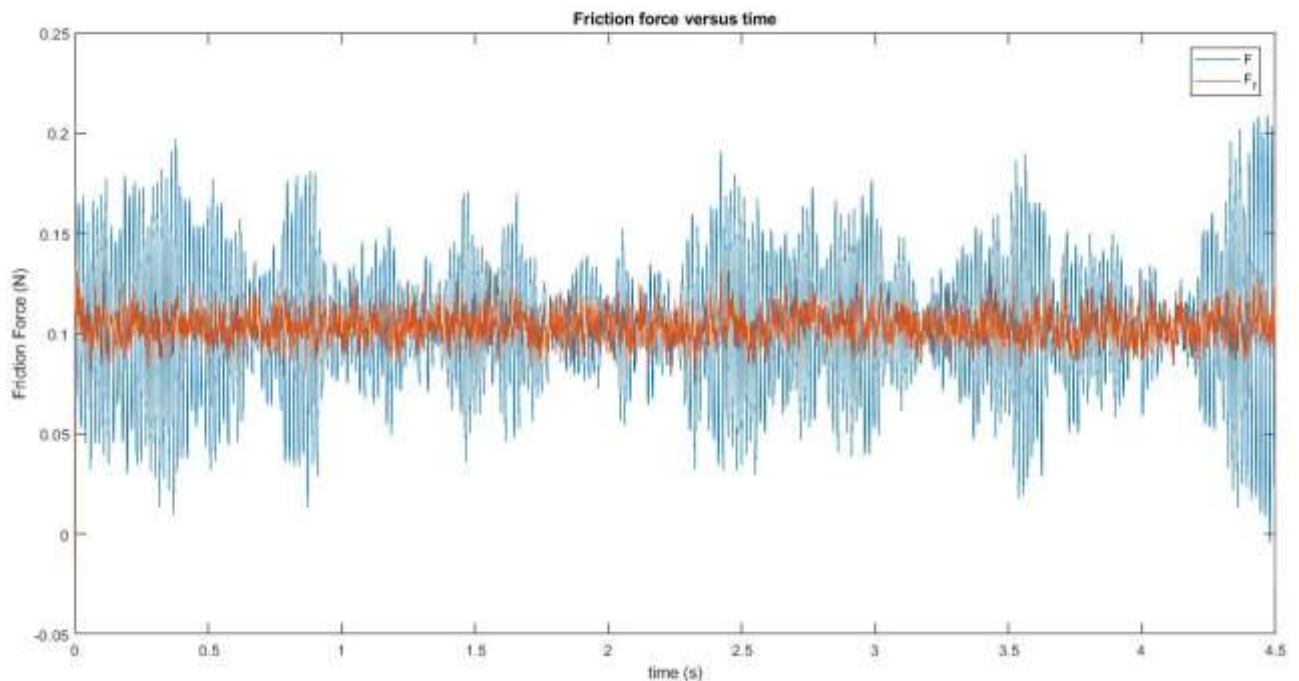


Рисунок 5.9 — Показания плавающего элемента и сила трения ТПС на стенке сопла в зависимости от времени при  $M = 0,4$  ( $F$  — сила, измеренная плавающим элементом;  $F_f$  — сила трения, рассчитанная по формуле (4.2) раздела 4.1 Главы 4).

На рисунке 5.10 приведены спектры исходного сигнала плавающего элемента  $F$  и силы трения  $F_f$ , полученной с помощью формулы (4.2) раздела 4.1 Главы 4. Отметим наличие колебаний исходного сигнала  $F$  на собственной частоте прибора 57 Гц (раздел 4.1 Главы 4). Обработка сигнала по формуле (4.2)

устраняет собственную динамику прибора (рисунки 5.9 и 5.10) и представляет собой нестационарную силу трения, действующую на измерительную площадку.

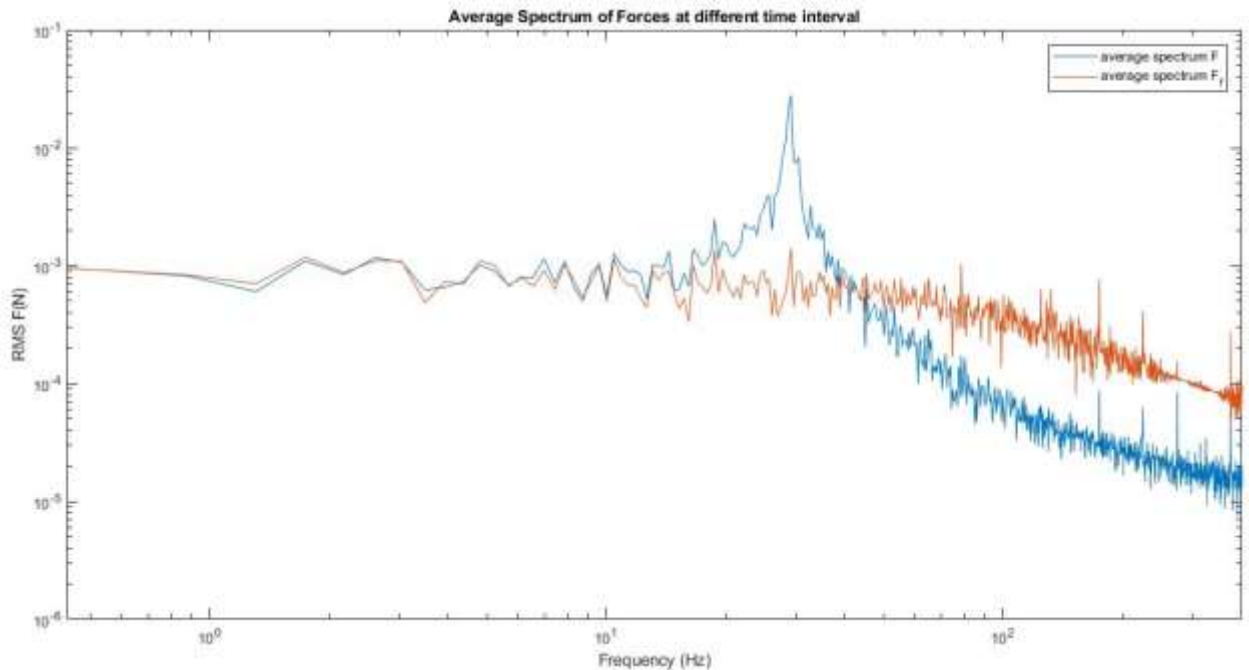


Рисунок 5.10 — Спектр сигнала плавающего элемента и силы трения ТПС на стенке сопла при  $M = 0,4$  ( $F$  — сила, измеренная плавающим элементом;  $F_f$  — сила трения, рассчитанная по формуле (4.2) раздела 4.1 Главы 4).

Результаты измерений осредненного коэффициента трения плавающим элементом в зависимости от числа Рейнольдса, рассчитанного по толщине потери импульса  $\theta$ , приведены на рисунке 5.11 в сравнении с данными других исследований. Полученные с помощью прибора данные согласуются с результатами других исследователей и данными, полученными в Т-128 по показаниям приемников полного давления с помощью диаграмм Клаузера [185].

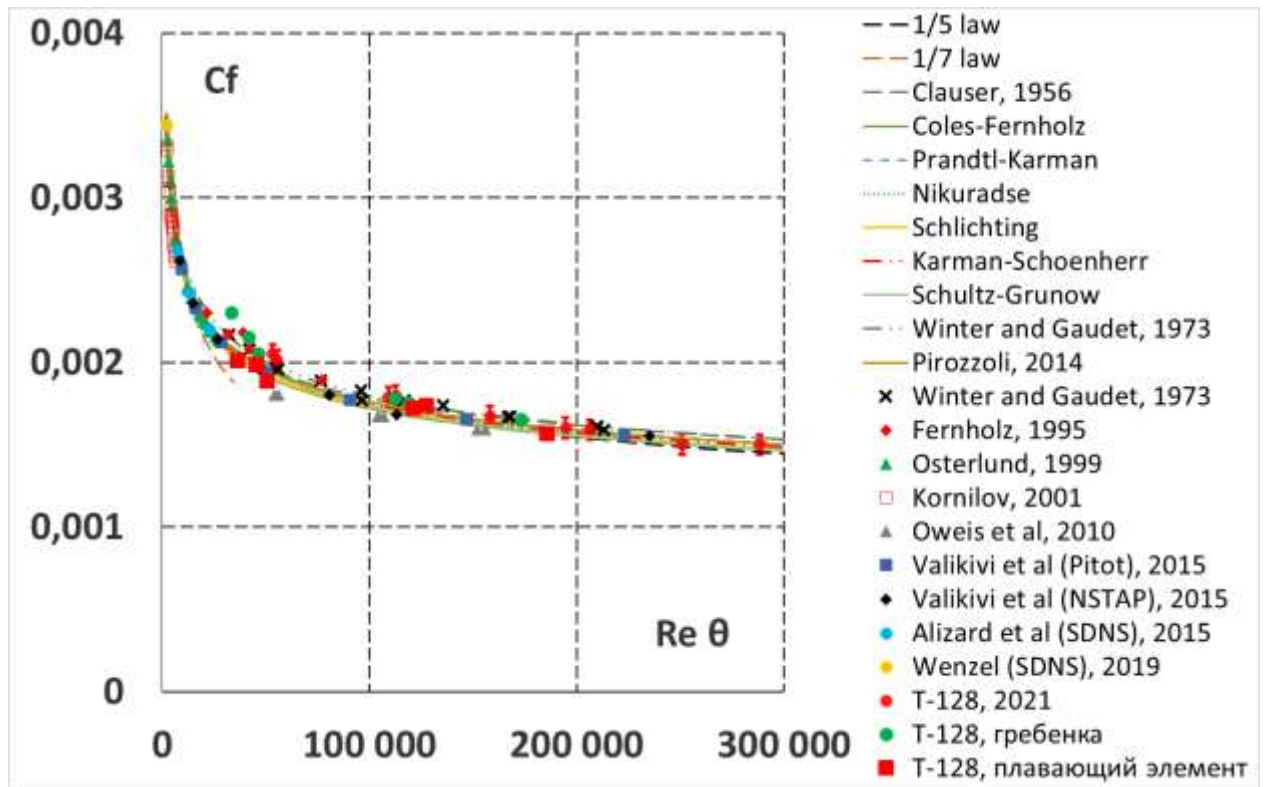


Рисунок 5.11 — Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса, рассчитанного по толщине потери импульса  $\theta$ .

Обработка результатов измерений и подготовка графиков в разделе 5.2 выполнены М. Г. Ресланом.

### 5.3. Экспериментальная проверка метода учета влияния влажности воздуха на параметры потока в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128

В разделе 3.1 Главы 1 показано, что поправки на влияние естественного уровня влажности к скоростному напору, числам  $M$  и  $Re$  получились пренебрежимо малыми. В качестве проверки полученных результатов использовались данные экспериментальных исследований модели типового гражданского самолета в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 в условиях фиксированного ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя на элементах модели. На рисунке 5.12 приведены результаты трех испытаний в виде зависимости коэффициента подъемной силы  $c_{y_a}$  от коэффициента профильного сопротивления  $c_{x_{a \text{ проф}}} = c_{x_a} - c_{y_a}^2 / \pi \lambda$  ( $\lambda$  — удлинение крыла) при

$M = 0,8$  и  $Re = 3 \cdot 10^6$ . Значения коэффициента профильного сопротивления уменьшены на константу. Испытания проводились в начале зимы, поэтому естественный уровень массовой доли пара оказался невысоким  $q = 0,0025$ . После осушки воздуха в контуре трубы был достигнут уровень влажности  $q = 0,0013$ . Для режимов безотрывного обтекания модели ( $0,2 \leq c_{y_a} \leq 0,6$ ) половина размаха коэффициента сопротивления составила  $c_{x_a \text{ проф}} \approx 0,00005$ , что соответствует краткосрочной повторяемости результатов испытаний в Т-128 [4]. Представленные зависимости косвенно подтверждают, что влияние влажности на параметры потока, полученное в разделе 3.1 Главы 1, несущественно при естественном уровне массовой доли пара.

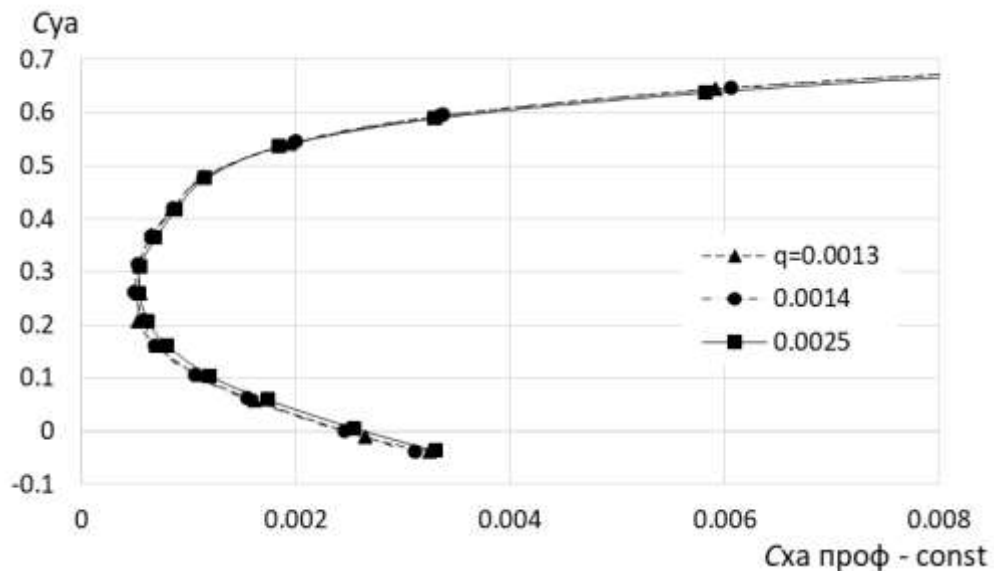


Рисунок 5.12 — Зависимость коэффициента подъемной силы от коэффициента профильного сопротивления,  $M = 0,8$ .

#### 5.4. Экспериментальная проверка метода измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком

Экспериментальная проверка разработанного в разделе 3.2 Главы 3 метода измерения нестационарного давления при наличии полости между датчиком и потоком проводилась по результатам исследования нестационарного статического

и полного давления комбинированным приемником типа Пито-Прандтля в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 и трубе Людвига УТ-1М.

#### 5.4.1. Экспериментальные исследования в аэродинамической трубе Т-128

Экспериментальные исследования выполнены в рабочей части № 1 аэродинамической трубы Т-128 (рисунок 5.13). В этих испытаниях значение коэффициента перфорации стенок рабочей части составляло  $F = 6\%$ .

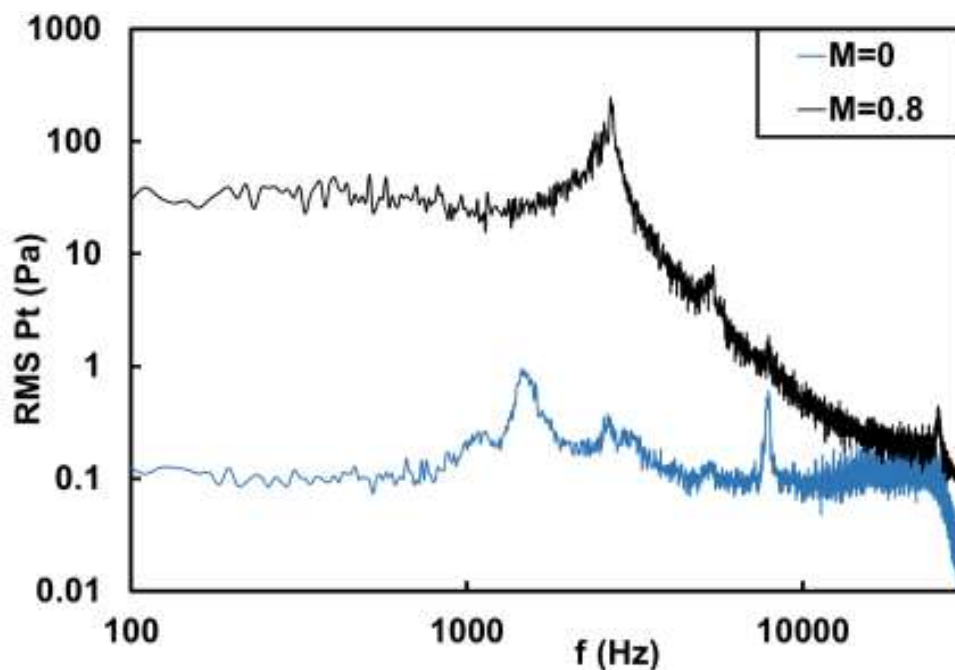


Рисунок 5.13 — Рабочая часть № 1 трансзвуковой аэродинамической трубы Т-128 с контрольной моделью и комбинированным приемником для измерения нестационарного полного и статического давления.

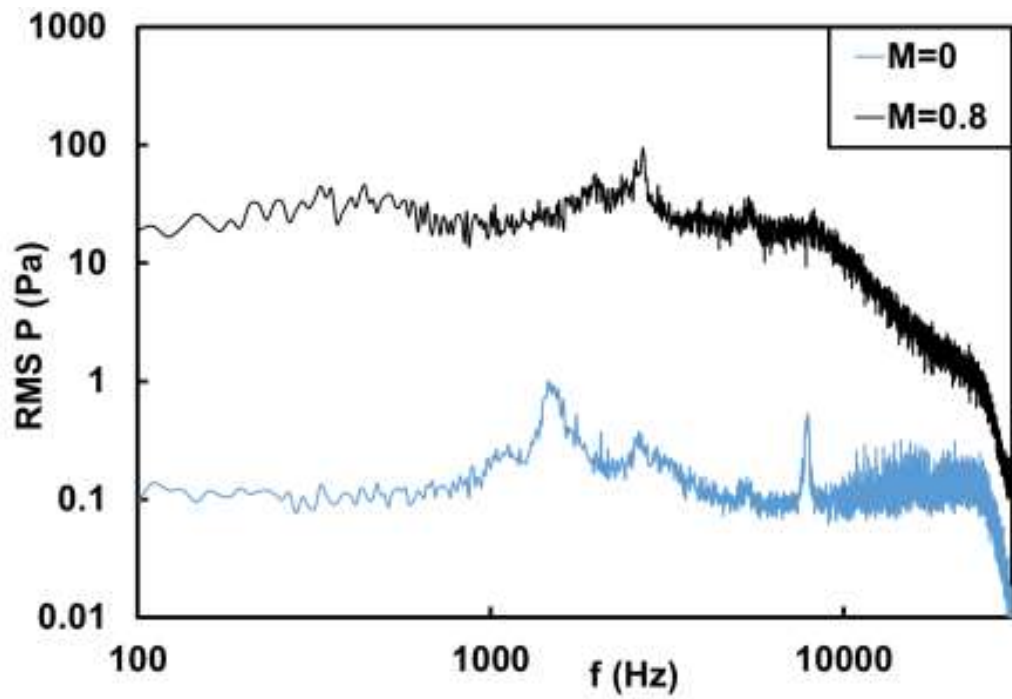
Для измерения нестационарного полного и статического давления на верхней стенке рабочей части установлен комбинированный приемник (рисунок 3.6 раздела 3.2.1 Главы 3) на расстоянии 200 мм от поверхности стенки (показан стрелкой на рисунке 5.13) за пределами пограничного слоя. В начале рабочей части на левой стенке смонтирован датчик Kulite для измерения нестационарного статического

давления на перфорированной стенке. Датчик расположен заподлицо с поверхностью стенки. Сигналы датчиков регистрировались измерительной системой Siemens SCL2E20 LMS SCADAS Lab с частотой дискретизации 102 кГц/канал и частотой среза фильтра 25 кГц. Продолжительность измерения составляла одну секунду. Статистическая обработка исходных экспериментальных данных производилась с помощью известных методов цифрового анализа случайных временных процессов [187]. Вычисление спектральных плотностей производилось стандартными программами быстрого преобразования Фурье, которые значительно упрощают нахождение спектральных оценок временных реализаций на конечных временных интервалах.

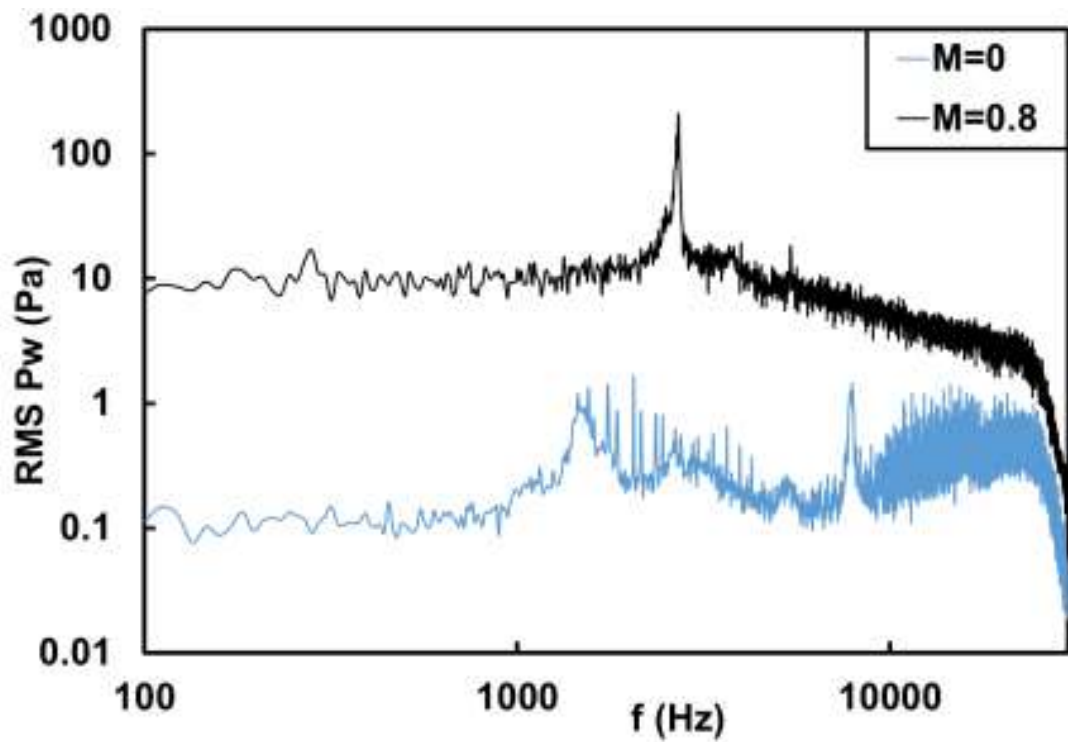
Для оценки погрешностей измерения пульсаций давления измерительным каналом (датчик, кабели, разъемы и измерительная система) были проведены опыты без потока ( $M = 0$ ). Результаты этих опытов вместе с результатами испытаний при  $M = 0,8$  приведены на рисунке 5.14 в виде спектра пульсаций давления, измеренного комбинированным приемником полного и статического давления и приемником статического давления на стенке рабочей части соответственно. СКО пульсации давления вычислялись как корни квадратные из односторонних спектральных плотностей в полосах частот шириной 12 Гц.



a)



б)



с)

Рисунок 5.14 — Спектры пульсаций давления (*а* — спектр полного давления, измеренного приемником полного давления; *б* — спектр статического давления, измеренного приемником статического давления;

$c$  — спектр статического давления, измеренного приемником статического давления на стенке рабочей части).

Максимальное СКО фонового шума трех измерительных каналов без потока не превышает 1 Па. Будем рассматривать это значение в качестве оценки случайной погрешности эксперимента. СКО пульсаций полного давления (рисунок 5.14 *а*) становятся сопоставимы с погрешностью измерений при  $f > 8$  кГц, а пульсаций статического давления — при  $f > 20$  кГц (рисунки 5.14 *б*, *с*). СКО пульсаций полного давления заметно уменьшаются, начиная с  $f \approx 3$  кГц (рисунок 5.14 *а*), а пульсаций статического давления насадка — начиная с  $f \approx 9$  кГц (рисунок 5.14 *б*), по сравнению со спектром давления на стенке рабочей части (рисунок 5.14 *с*). Это обусловлено уменьшением амплитуды колебаний воздуха в отверстиях приемников при частотах выше собственной в соответствии с выражением (3.46) раздела 3.2.1 Главы 3. Собственные частоты определены в разделах 4.3.2 и 4.3.3 и представлены в таблице 4.3 раздела 4.6.3 Главы 4. В спектре приемника полного давления наблюдаются пики с частотами  $f \approx 2,5; 2,7; 5,4; 25,4$  кГц (рисунок 5.14 *а*). В спектре приемника статического давления наблюдаются пики с частотами  $f \approx 2,7; 5,4; 8,4$  кГц (рисунок 5.14 *б*). В спектре статического давления на стенке рабочей части наблюдаются пики с частотами  $f \approx 2,7; 5,4$  кГц (рисунок 5.14 *с*). Как показано в [188], [189], пики с кратными частотами  $f \approx 2,7; 5,4$  кГц обусловлены шумом перфорации стенок рабочей части. Пик на частоте  $f \approx 25,4$  кГц в приемнике полного давления, вероятно, обусловлен резонансом в полости приемника. Это согласуется с оценкой нижней резонансной частоты  $f \sim 20$  кГц, полученной в разделе 3.2.1 Главы 3. Тон с частотой  $f \approx 2,5$  кГц в спектре приемника полного давления и тон с частотой  $f \approx 8,4$  кГц в спектре приемника статического давления — это собственные частоты колебаний газа в приемных отверстиях насадка (таблица 3 раздела 4.6.3 Главы 4). Собственная частота колебаний газа в отверстии приемника полного давления  $f \approx 2,5$  кГц и основной тон перфорации  $f \approx 2,7$  кГц оказались близкими.

Рассмотрим, как разработанный метод восстанавливает давление перед приемным отверстием по показаниям датчика давления, установленного в насадке, на примере приемника полного давления при  $M = 0,8$ . На рисунке 5.15 приведены в зависимости от времени значения полного давления  $P_t$ , измеренного датчиком, и давления перед приемным отверстием  $P_{t\text{ cor}}$ , рассчитанного с использованием выражения (3.42) Главы 3.

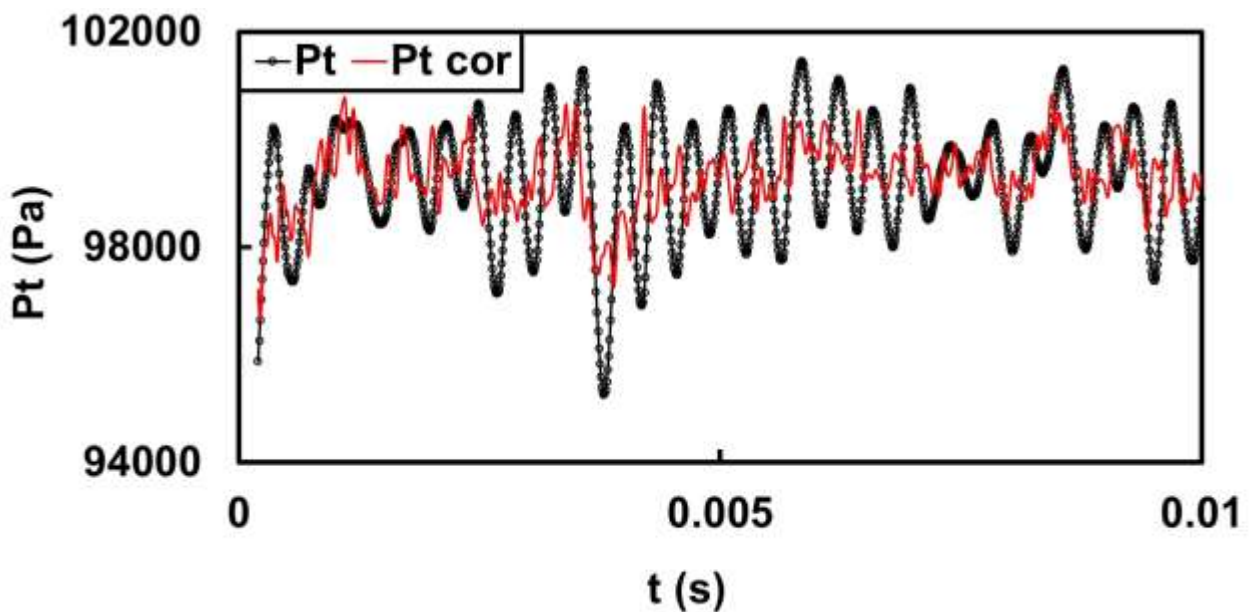


Рисунок 5.15 — Зависимость полного давления от времени при  $M = 0,8$  ( $P_t$  — давление, измеренное датчиком;  $P_{t\text{ cor}}$  — давление перед приемным отверстием, рассчитанное с использованием выражения (3.42) Главы 3).

Амплитуда пульсаций вычисленного давления  $P_{t\text{ cor}}$  на собственной частоте приемного отверстия  $f = 2,51$  кГц значительно уменьшилась, по сравнению с амплитудой пульсаций давления  $P_t$ , измеренного датчиком. Вместе с тем заметно увеличилась амплитуда пульсаций давления  $P_{t\text{ cor}}$  в диапазоне частот выше собственной.

Результаты применения двух способов введения поправок к амплитуде пульсаций давления, предложенных в разделе 3.2.3 Главы 3, приведены в виде спектров пульсаций давления на рисунке 5.16 для приемников полного и

статического давления. Для сравнения приведены спектры пульсаций давления, измеренного датчиками.

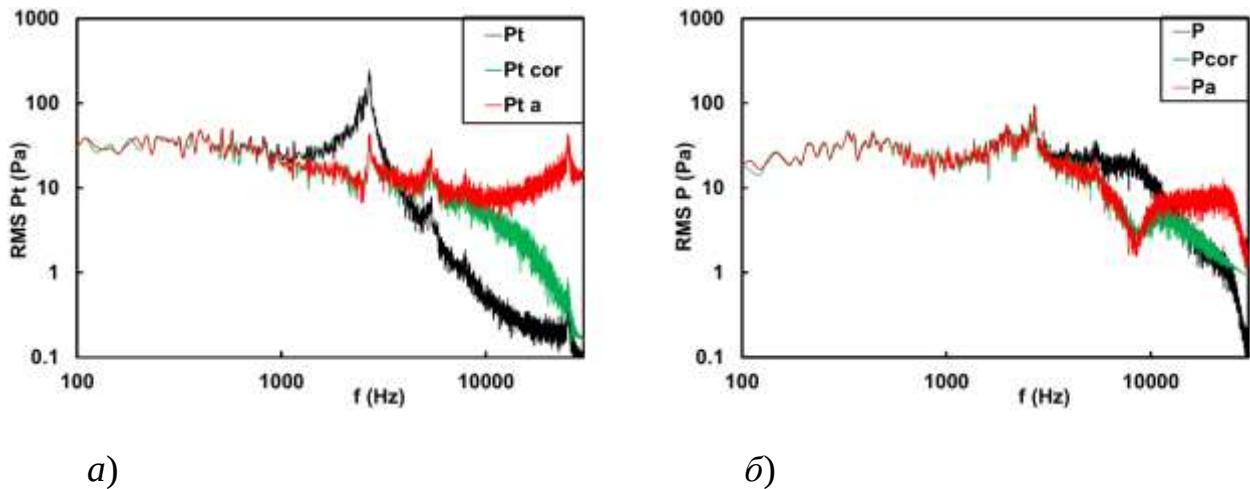


Рисунок 5.16 — Спектры пульсаций давления при  $M = 0,8$   
 (а — результаты измерения приемником полного давления:  $P_t$  — СКО пульсаций измеренного давления,  $P_{t\text{ cor}}$  — СКО пульсаций давления перед приемным отверстием, рассчитанное с использованием выражения (3.42) раздела 3.2.3 Главы 3,  $P_{t\text{ a}}$  — СКО пульсаций давления, рассчитанное с использованием выражения (3.47) раздела 3.2.3 Главы 3;  
 б — результаты измерения приемником статического давления:  $P$  — СКО пульсаций измеренного давления;  $P_{\text{cor}}$  — СКО пульсаций давления перед приемным отверстием, рассчитанного с использованием выражения (3.42) разделе 3.2.3 Главы 3,  $P_a$  — СКО пульсаций давления, рассчитанное с использованием выражения (3.47) раздела 3.2.3 Главы 3).

Оба способа дают близкие результаты. Разработанный метод полностью устраняет пик на собственной частоте  $f = 2,51$  кГц приемного отверстия полного давления и сохраняет с меньшей амплитудой основной тон перфорации  $f \approx 2,7$  кГц (рисунок 5.16 а). Различие в амплитудах колебаний, полученных двумя методами, появляется при  $f > 8$  кГц. Причину этого расхождения поясним на следующем примере. Пусть датчик измеряет давление

$$P = c + a \cdot \sin \omega t,$$

где  $c$  — погрешность измерений;

$a$  — амплитуда колебаний.

Амплитуда колебаний давления перед приемником определяется из выражений (3.42) и (3.47) Главы 3 как:

$$P_e^0 = c + a\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + \beta^2\omega^2/\omega_0^4} \text{ и } P_e^0 = (c + a)\sqrt{(1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + \beta^2\omega^2/\omega_0^4}.$$

Второе выражение дает большее значение амплитуды при  $\omega > \omega_0$  и  $c > 0$ . Таким образом в диапазоне частот, где уровень измеряемых пульсаций приближается к уровню шума, более предпочтительным является метод коррекции сигнала с использованием выражения (3.42) Главы 3. Верхняя граница диапазона частот разработанного метода определяется частотой собственных колебаний газа в полости приемника или частотой, когда СКО пульсаций давления становится сопоставимо с шумом измерительного канала. Для приемника полного давления собственная частота в полости составляет  $f \approx 25,4$  кГц (рисунки 5.14 *а* и 5.16 *а*), а частота, при которой СКО пульсаций сравнивается с шумом —  $f \approx 8$  кГц (рисунок 5.14 *а*). У приемника статического давления пик на собственной частоте  $f \approx 8,4$  кГц выражен неявно (рисунок 5.16 *б*). Поэтому методы коррекции сигнала (3.42) и коррекции амплитуды (3.47) Главы 3 существенно уменьшают СКО пульсаций давления на собственной частоте. Вероятно, это связано с возрастанием демпфирования колебаний газа в отверстии, обусловленного развивающимся по поверхности насадка пограничным слоем. Этот вопрос требует отдельного исследования. Различие в СКО пульсаций статического давления, полученных двумя методами, появляется при  $f > 10$  кГц. Причина та же, что и для приемника полного давления: СКО пульсаций давления, вычисленные по показаниям датчика, становятся сопоставимыми с уровнем случайных погрешностей (рисунок 5.14 *б*).

Оценим, как согласуются результаты измерений пульсаций давления датчиками, установленными в насадке и на стенке рабочей части. На рисунке 5.17 *а* приведены спектры пульсаций давления, измеренные тремя датчиками. На рисунке

5.17 б амплитудный спектр статического давления на стенке рабочей части сравнивается с результатами метода коррекции полного и статического давления приемника с использованием выражения (3.42) Главы 3.

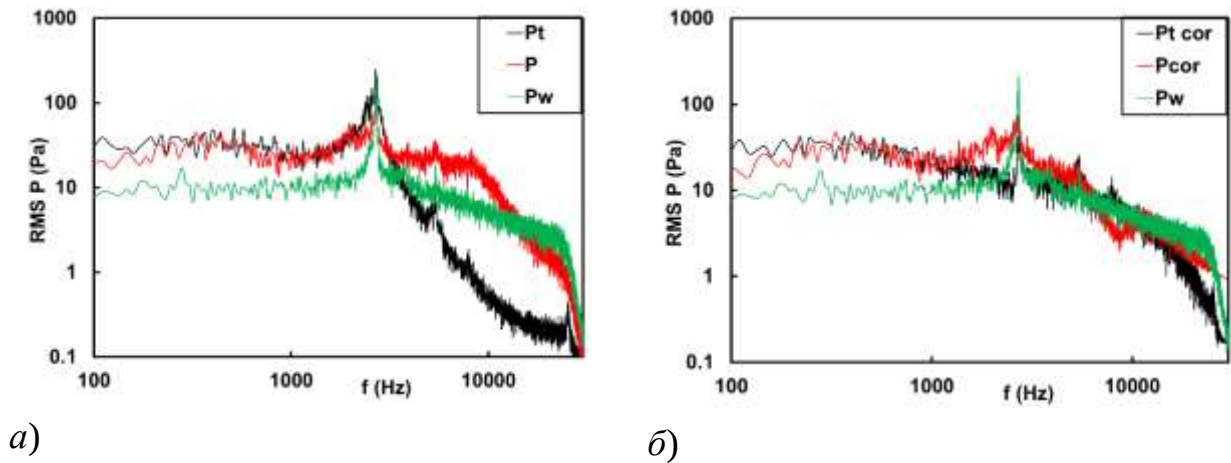


Рисунок 5.17 — Спектры пульсаций давления при  $M = 0,8$

(а — полное  $P_t$  и статическое давление  $P$ , измеренное насадком, статическое давление на стенке  $P_w$ ;

б — полное  $P_{t\text{ cor}}$  и статическое давление  $P_{\text{cor}}$ , рассчитанное с использованием выражения (3.42) Главы 3).

Данные в верхней части спектра на рисунке 5.17 б группируются достаточно близко друг к другу по сравнению с данными, представленными на рисунке 5.17 а. Полученные результаты согласуются с результатами работы [184], в которой уровень пульсаций давления на стенке в нижней части спектра ниже аналогичного уровня на поверхности конуса, расположенного в центре рабочей части трубы, а в верхней части спектра уровни приблизительно одинаковые. Результаты, приведенные на рисунке 5.17, демонстрируют работоспособность предложенного метода.

Обработка результатов испытаний и подготовка графиков в разделе 5.4.1 выполнены Е. Н. Анохиной и Е. П. Столяровым.

#### 5.4.2. Экспериментальные исследования в установке УТ-1М

На стенке рабочей части УТ-1М устанавливался комбинированный приемник давления типа Пито — Прандтля диаметром 10 мм с полусферической головкой (рисунок 3.6 Главы 3) для измерения нестационарного полного и статического давления (рисунок 5.18). Более подробное описание установки и измерительного оборудования приведено в разделе 5.1.1.



Рисунок 5.18 — Фотография приемника Пито — Прандтля и шарика в рабочей части УТ-1М.

Приемное отверстие полного давления комбинированного приемника расположено на расстоянии 189 мм от оси трубы и на расстоянии 646 мм от среза сопла. Резонансная частота и коэффициент демпфирования определялись по результатам свободных затухающих колебаний (раздел 4.6.3 Главы 4). Колебания газа в приемном отверстии возбуждались импульсом давления при разрыве резинового шарика, расположенного рядом с приемником (рисунок 5.18). Показания датчиков для измерения полного и статического давления, установленных в приемнике Пито — Прандтля, после разрыва шарика представляют собой свободные затухающие колебания (рисунок 5.19) с собственными частотами колебаний газа в приемных отверстиях  $f_R = 5,026$  кГц и  $f_P = 7,540$  кГц соответственно.

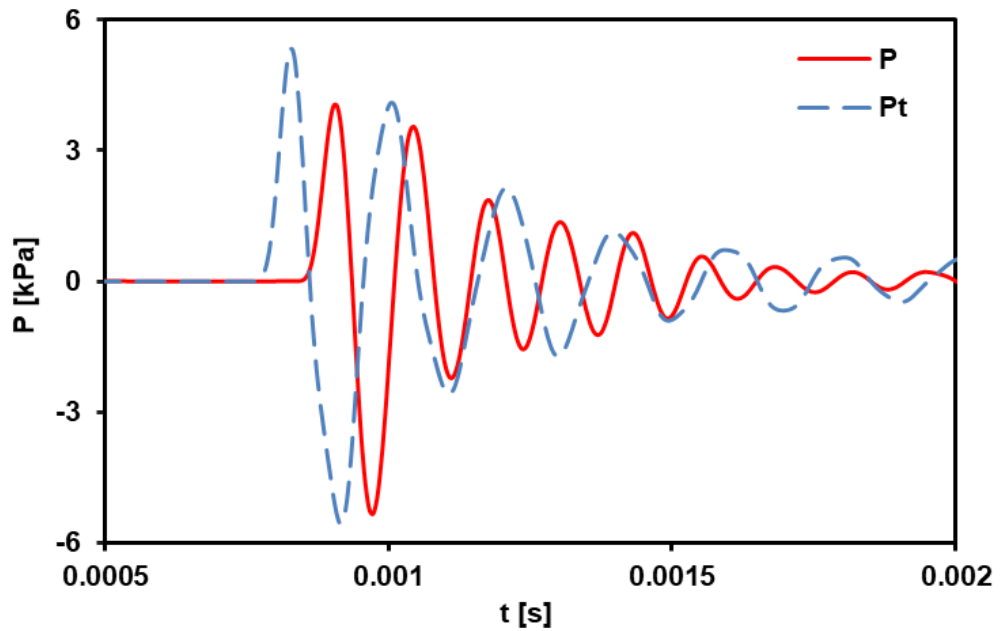


Рисунок 5.19 — Зависимость показаний датчиков, установленных в приемнике Пито — Прандтля, от времени при разрыве шарика.

Коэффициенты демпфирования для приемников полного и статического давления определены как  $\beta_{P_t} = 5990 \text{ 1/с}$  и  $\beta_P = 4300 \text{ 1/с}$  соответственно. Соответствующие резонансные частоты для приемников полного и статического давления получились следующие:  $f_{0 P_t} = 5,049 \text{ кГц}$  и  $f_{0 P} = 7,548 \text{ кГц}$ .

Типичные результаты измерения полного давления за прямым скачком уплотнения  $P'_t$  приемником Пито показаны на рисунке 5.20. Полное давление в рабочей части устанавливается приблизительно через 2 мс после разрыва диафрагмы. Давление торможения поддерживаются приблизительно постоянным на интервале времени около 40 мс. На протяжении следующего интервала продолжительностью 40 мс полное давление уменьшается примерно в три раза. Далее происходит разрушение режима течения. Пунктирной линией показаны результаты расчета пакетом программ EWT-ЦАГИ. На рисунке также приведены результаты расчета полного давления  $P'_t$  за прямым скачком по полному давлению в форкамере  $P_t$  и числу Маха  $M = 6,066$ , рассчитанному пакетом программ EWT-ЦАГИ, используя известное уравнение газовой динамики (см., например, [61]):

$$\frac{P_t'}{P_t} = \left( \frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1} \right)^{-\frac{1}{k-1}} \left( \frac{\frac{k+1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (5.2)$$

где  $k = 1,4$  — отношение удельных теплоемкостей.

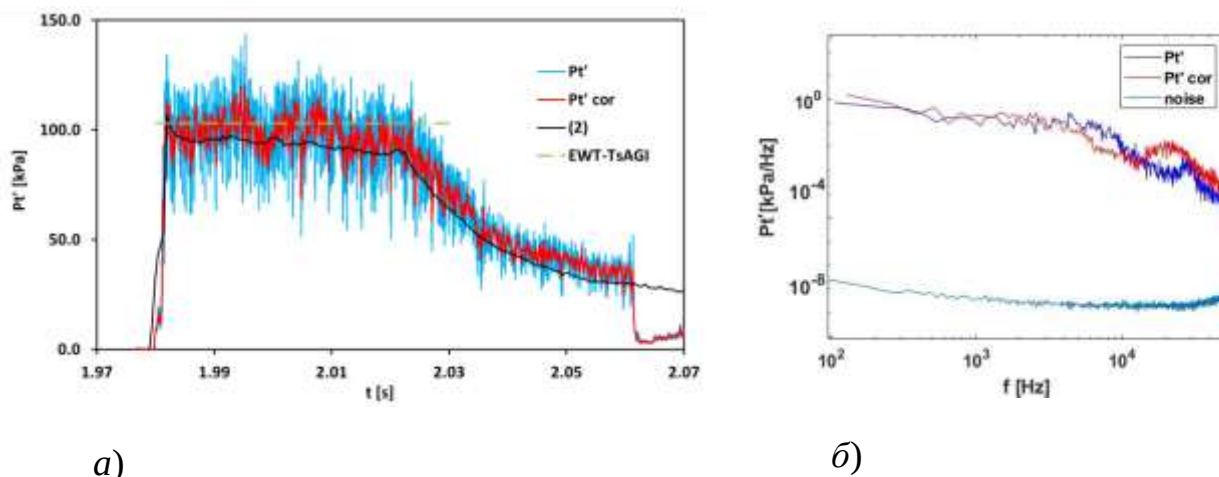
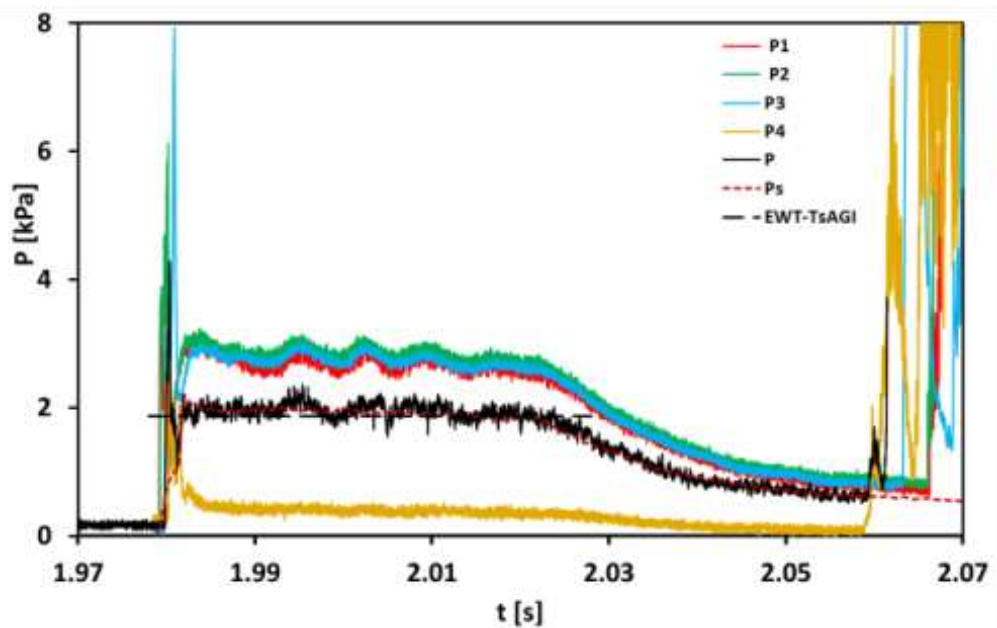


Рисунок 5.20 — Полное давление за прямым скачком уплотнения,  $P_t'$  — полное давление, измеренное приемником Пито,  $P_{t'cor}$  — результат обработки давления  $P_t'$  по уравнению (3.42) раздела 3.2.3 Главы 3; (2) — результаты расчета  $P_t'$  по уравнению (5.2), EWT-TsAGI — результаты стационарного расчета с помощью программы EWT-TsAGI (*a* — полное давление в зависимости от времени; *б* — спектры полного давления и фоновый шум измерительного канала).

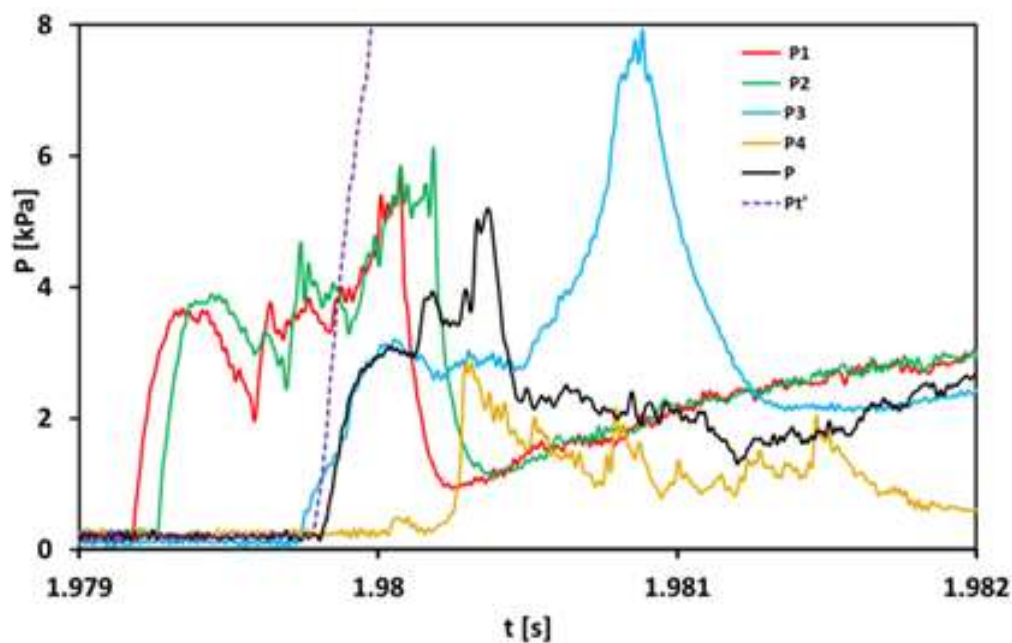
Давление, рассчитанное по уравнению (5.2), приблизительно на 5% меньше давления, рассчитанного программой EWT-ЦАГИ, и показания приемника Пито. Уровень шума в сигнале датчика пренебрежимо мал, по сравнению с полезным сигналом (рисунок 5.20 *б*). В спектре сигнала датчика давления наблюдаются два тона с частотами приблизительно 5 и 28 кГц (рисунок 5.20 *б*). Первый тон достаточно размыт и представляет собой тон резонатора Гельмгольца, определенный в опыте перед испытаниями (рисунок 5.19). Второй тон обусловлен резонансными колебаниями в полости приемника давления, имеющей характерный размер  $\sim 8$  мм (рисунок 3.6 раздела 3.2.1 Главы 3). Результат обработки показаний

датчика полного давления по уравнению (3.42) раздела 3.2.3 Главы 3 обозначен на рисунке 5.20 как  $P'_{t\text{cor}}$ . Стандартное отклонение амплитуды колебаний полного давления с поправкой на влияние резонатора Гельмгольца уменьшилось на 41%. На спектре показаний датчика (рисунке 5.20 б), скорректированных с использованием уравнения (3.42) раздела 3.2.3 Главы 3, тон с частотой 5 кГц исчезает. В скорректированном спектре наблюдается размытый тон с частотой  $\sim 15$  кГц. Он обусловлен пульсациями давления в прямом скачке и узкой области между скачком и приемным отверстием.

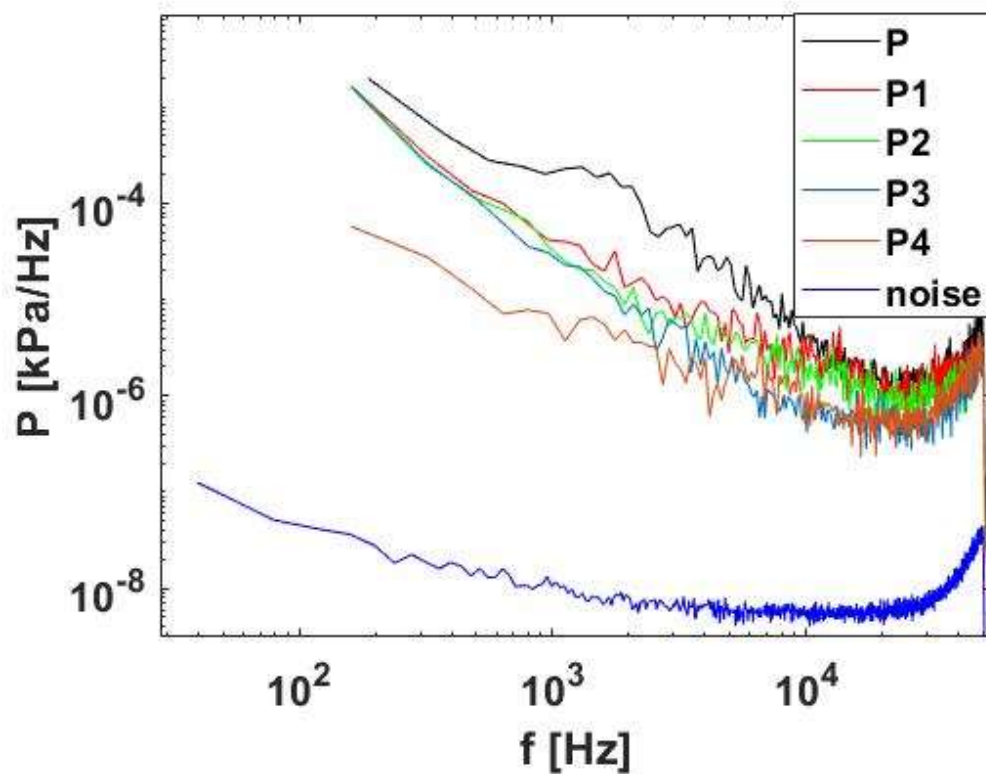
Типичные результаты измерения давления на поверхности конуса и статического давления приемником Прандтля приведены на рисунке 5.21 а в зависимости от времени. К статическому давлению, измеренному приемником Прандтля, вводилась поправка на влияние самого приемника, полученная пакетом программ EWT-ЦАГИ при расчете конфигурации конуса с приемником Пито — Прандтля в рабочей части:  $\Delta P = -0,2146$ . На рисунке 5.21 б приведена зависимость давлений от времени в момент запуска установки. Спектры давления, рассчитанные по реализациям за время пуска ( $t \approx 80$  мс), приведены на рисунке 5.21 с.



a)



b)



c)

Рисунок 5.21 — Давление на поверхности конуса и статическое давление потока,

$P$  — статическое давление, измеренное приемником Прандтля,

$P_1, P_2, P_3$  — давление на боковой поверхности конуса,  $P_4$  — давление

на донной поверхности конуса (рисунок 5.2 раздела 5.2.1),

$P_s$  — статическое давление, рассчитанное по полному давлению в форкамере и числу Маха на срезе сопла ( $a$  — давление в зависимости от времени;

$b$  — давление в зависимости от времени при запуске установки;

$c$  — спектры давления и фоновых шумов измерительного канала).

Характер кривых статического давления (рисунок 5.21  $a$ ) повторяет характер кривой полного давления (рисунок 5.20  $a$ ). На рисунке 5.21  $a$  приведен график статического давления  $P_s$ , рассчитанного по полному давлению в форкамере и числу Маха на срезе сопла, а также результаты расчета по программе EWT-ЦАГИ. Средние значения статического давления хорошо согласуются. Разрушение режима течения начинается в конце рабочей части (показания датчиков  $P_4$  и  $P$  на рисунке 5.21  $a$ ), а затем перемещается вверх по потоку. При запуске установки сильные возмущения распространяются вниз по потоку со скоростью приблизительно 1000 м/с (рисунок 5.21  $b$ ).

Спектры статического давления, приведенные на рисунке 5.21  $c$ , достаточно гладкие. Амплитуда статического давления существенно меньше амплитуды полного давления (рисунок 5.20  $b$ ). Наибольшая амплитуда колебаний наблюдается в спектре статического давления приемника Прандтля, а наименьшая — в донной области. Колебания на собственной частоте резонатора Гельмгольца приемника статического давления 7,54 кГц не возбуждаются.

Расчеты программой EWT-ЦАГИ выполнены Д. И. Дугиным. Обработка результатов измерения давления и подготовка графиков на рисунках 5.20  $b$  и 5.21  $c$  выполнены М. С. Грибковой.

## **5.5 Экспериментальная проверка методов измерения квазистатических аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов в аэродинамической трубе Т-128**

Еще одним подтверждением точности разработанной методики измерения квазистатических аэродинамических характеристик моделей летательных

аппаратов в аэродинамических трубах является повторяемость получаемых с ее помощью результатов. Оценку повторяемости проведем на примере шестикратных испытаний модели пассажирского самолета в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 в условиях фиксированного ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя на элементах модели. Аэродинамические нагрузки на модель измерялись внутримодельными тензометрическими весами, а угол тангажа модели и весов – маятниковым компенсационным акселерометром. Результаты повторных испытаний приведены на рисунке 5.22 в виде зависимости коэффициента подъёмной силы  $c_{y_a}$  от преобразованного угла атаки

$$\alpha - k c_{y_a},$$

где  $\alpha$  — угол атаки;

$k$  — константа.

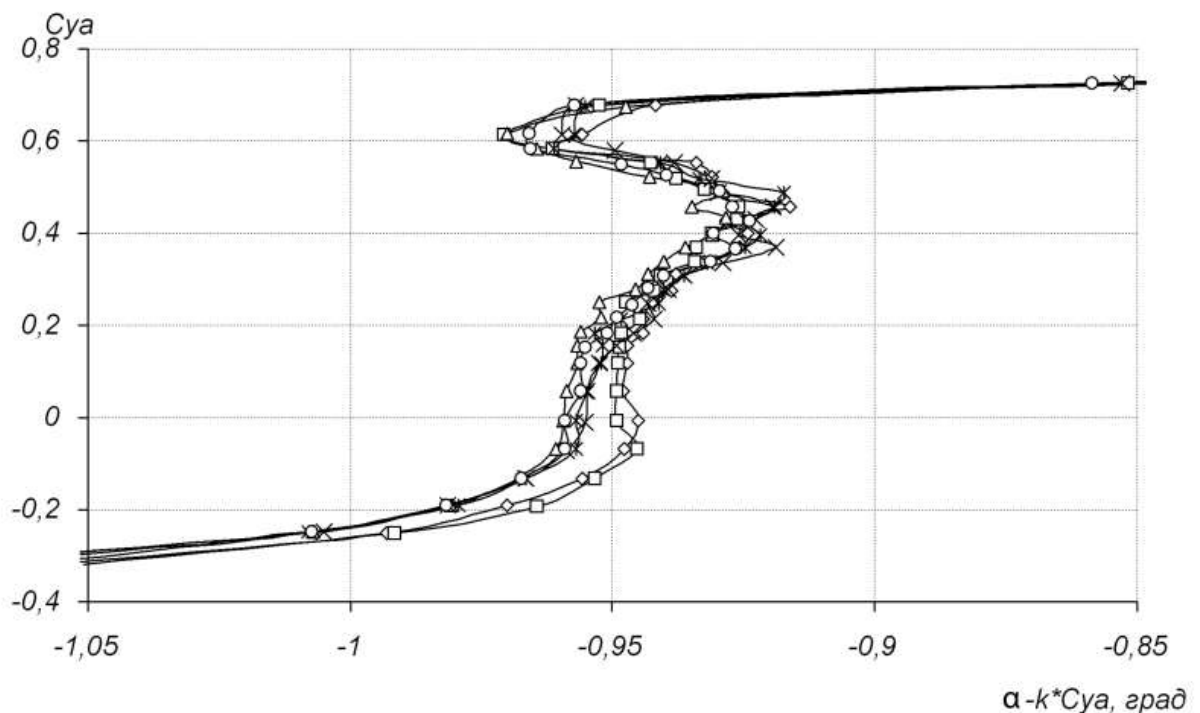


Рисунок 5.22 — Зависимость коэффициента подъёмной силы модели самолета от преобразованного угла атаки (шестикратные испытания).

Полуразмах угла атаки (размах есть разность максимального и минимального значений) при фиксированном значении коэффициента подъемной силы не превышает  $0,01^\circ$  для безотрывных режимов обтекания  $0 \leq c_{ya} \leq 0,6$ .

На рисунке 5.23 приведена зависимость модуля разности (размах) коэффициентов сопротивления  $c_{xa}$  пятикратных испытаний от коэффициента подъемной силы  $c_{ya}$ . Разность коэффициентов сопротивления определялась вычитанием значения коэффициента сопротивления одного из испытаний, выбранного в качестве базового, из значений коэффициентов сопротивления остальных четырех испытаний. Вычитание осуществлялось при фиксированном коэффициенте подъемной силы. Значения коэффициента сопротивления для базового испытания интерполировались на значение коэффициента подъемной силы текущего испытания.

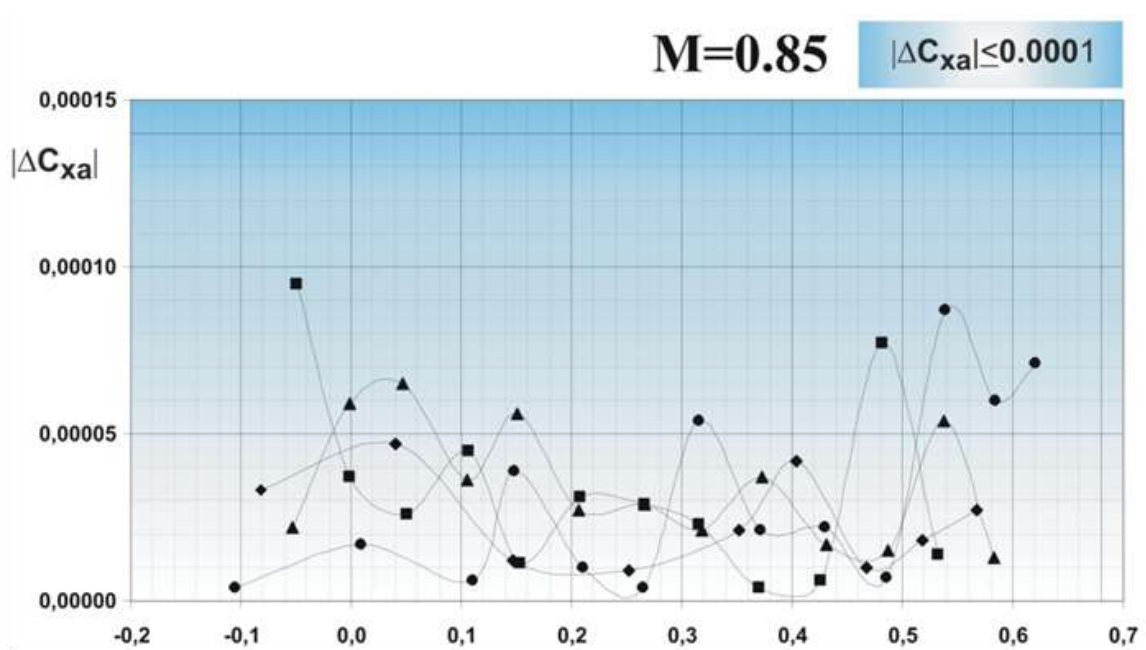


Рисунок 5.23 — Зависимость модуля разности коэффициента сопротивления от коэффициента подъёмной силы.

Полуразмах полученных данных не превышает 0,00005. Полученные случайные погрешности угла атаки и коэффициента сопротивления соответствуют требованиям производителей гражданской авиационной техники (таблица 1

Введения). Рисунок 5.22 выполнен И. А. Судаковой, рисунок 5.23 — С. А. Глазковым.

### **Заключение к Главе 5**

Разработанная методика измерения квазистатических и нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с помощью тензометрических весов в аэродинамических трубах апробирована в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 и трубе Людвига УТ-1М.

Испытания модели транспортного самолета в аэродинамической трубе Т-128 показали, что случайные погрешности коэффициента сопротивления и угла атаки при квазистатических измерениях находятся на уровне  $\Delta c_{x_a} \approx \pm 0,00005 - 0,0001$  и  $\Delta \alpha \approx \pm 0,005 - 0,01^\circ$ , который соответствует современным требованиям производителей транспортных самолетов.

## Заключение

1. Разработаны методы определения нестационарных аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов с высокой точностью с помощью тензометрических весов и компенсационных маятниковых акселерометров.

2. Созданы устройства для измерения нестационарной силы, нестационарного давления, нестационарных углов тангажа и крена и динамометр для измерения нестационарной силы трения пограничного слоя. Разработаны математические модели этих устройств.

3. Разработанные методы измерения позволяют определять искомые нестационарные параметры в широком диапазоне частот, включая и собственную частоту измерительных устройств.

4. Задачи измерения нестационарных нагрузок и углов решены для общего случая, когда системы координат измерительных устройств являются неинерциальными.

5. При определении квазистатических аэродинамических характеристик разработанные методы позволили уменьшить случайные погрешности коэффициента сопротивления и угла атаки в 3–5 раз до уровня  $\Delta c_{x_a} \approx \pm 0,00005 - 0,0001$  и  $\Delta \alpha \approx \pm 0,005 - 0,01^\circ$ , который соответствует современным требованиям производителей транспортных самолетов.

6. При измерении нестационарных нагрузок разработанные методы обеспечили уменьшение среднеквадратичной погрешности измерения в 10 раз, по сравнению с существующими методами, до уровня 1% для однокомпонентных динамометров и 0,5–3% для шестикомпонентных тензометрических весов.

7. Разработанный метод измерения нестационарного давления приемниками давления, у которых имеется полость между датчиком и приемным отверстием, обеспечивает среднеквадратичную погрешность на уровне 1% диапазона измерения датчика давления.

8. Метод учета изменения нулевых показаний тензометрических весов уменьшает погрешность, обусловленную влиянием динамической составляющей температуры весов, до уровня среднеквадратичной погрешности весов 0,05–0,1%.

9. Показано, что влияние естественной влажности потока в аэродинамических трубах на числа Маха и Рейнольдса несущественно при существующем уровне требований к погрешностям определения аэродинамических характеристик и при условии, что отсутствует конденсация влаги в потоке и местное число Маха  $M < 0,9$ . Значимой является поправка к скорости потока: изменение скорости потока при максимальной естественной массовой доле пара  $q \approx 0,015$  составляет 0,4%.

10. Разработанные методы измерения нестационарных аэродинамических характеристик могут быть использованы для обработки результатов испытаний моделей летательных аппаратов и их элементов в аэродинамических трубах кратковременного, периодического и непрерывного действия с применением тензометрических весов и маятниковых компенсационных акселерометров.

## Список литературы

1. ГОСТ 20058-80 Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. – М.: Издательство стандартов, 1980. – 51 с.
2. Богданов, В. В. Многокомпонентные тензометрические весы / В. В. Богданов, В. С. Волобуев // Датчики и системы. – 2004. – № 3. – С. 3–9.
3. Волобуев, В. С. Первые аэродинамические весы России / В. С. Волобуев, А. Р. Горбушин // Труды ЦАГИ. – 2015. – Вып. 2744. – С. 1–30.
4. Буров, В. В. Измерительно-вычислительный комплекс трансзвуковой аэродинамической трубы Т-128 / В. В. Буров, В. С. Волобуев, С. А. Глазков, Е. К. Чумаченко // Датчики и системы. – 2010. – №5 (132). – С. 20–24.
5. Зименков, В. И. Электрические весы для аэродинамических труб / В.И. Зименков, Н. П. Левицкий, И. И. Воробьев, Н. И. Шарохин // Технический отчет по теме № 104 лаб. № 7 ЦАГИ. – 1951.
6. Козловский, В. А. Средства измерения сил и моментов для наземной аэрогазодинамической отработки РКТ в установках и стендах экспериментальной базы ЦНИИМаш / В. А. Козловский, В. И. Лагутин, А. В. Макушин, А. Е. Надеждин // Авиакосмическое приборостроение. – 2016. – № 11. – С. 37–42.
7. Козловский, В. А. Приоритетный приборный ряд средств измерения сил и моментов для наземной аэрогазодинамической отработки РКТ в установках и стендах экспериментальной базы ЦНИИМаш / В. А. Козловский, В. И. Лагутин, В. И. Лапыгин // Авиакосмическая техника и технология. – 2015. – № 1. – 35 с.
8. Козловский, В. А. Система обеспечения качества исследований аэродинамических характеристик моделей летательных аппаратов на экспериментальной базе ЦНИИМаш / В. А. Козловский // Космонавтика и ракетостроение. – 2009. – № 3 (56). – С. 23–29.
9. Козловский, В. А. Моделирование в трансзвуковой трубе низкой (переменной) плотности условий полета космического аппарата при его посадке на поверхность Марса. / В. А. Козловский, Ю. М. Липницкий и др. // Космонавтика и ракетостроение. – 2013. – Вып. № 1 (70). – С. 1–15.

10. Козловский, В. А. Применение многокомпонентных тензодинамометров в задачах, связанных с исследованием Луны / В. А. Козловский, В. И. Лагутин и др. // Космонавтика и ракетостроение. – 2013. – Вып. № 4 (73).
11. Андреев, В. Н. Развитие метода струйно-весовых испытаний в аэродинамических трубах больших скоростей / В. Н. Андреев, П. А. Буланкин, В. А. Козловский и др. // Космонавтика и ракетостроение. – 2014. – Вып. № 4 (77). – С. 34–40.
12. Козловский, В. А. Экспериментальные исследования аэродинамического нагружения космического аппарата на траектории его входа в атмосферу Марса / В. А. Козловский, В. И. Лагутин и др. // Космонавтика и ракетостроение. – 2014. – Вып. № 4 (77). – С. 92–98.
13. Козловский, В. А. Требования к качеству изготовления аэродинамических моделей / В. А. Козловский // Космонавтика и ракетостроение. – 2015. – Вып. № 4 (83). – С. 43–50.
14. Козловский, В. А. Модернизация трансзвуковой аэродинамической трубы переменной плотности У-21 / В. А. Козловский, А. П. Косенко, В. И. Лагутин, В. Ф. Луньков // Космонавтика и ракетостроение. – 2016. – Вып. № 5 (90). – С. 124–135.
15. Ганиев, Ю. Х. Некоторые особенности аэродинамики спускаемого космического аппарата капсульного типа / Ю. Х. Ганиев, В. А. Козловский, М. Н. Казаков, Е. С. Лихачёва, В. И. Михалин, А. В. Строилов // Космонавтика и ракетостроение. – 2017. – Вып. 6.
16. Андреев, В. Н. Исследование влияния струй двигателей ракетного блока аварийного спасения на аэродинамические характеристики отделяемого головного блока / В. Н. Андреев, А. А. Дядькин, В. А. Козловский и др. // Космическая техника и технологии. – 2017. – №4 (19). – С. 16–28.
17. Будкин, В. Л. Инерциальные датчики для систем ориентации / В. Л. Будкин и др. // Микросистемная техника. – 2000. – № 2. – С. 31–34.
18. Голиков, В. П. Разработка микромеханических инерциальных датчиков и навигационных систем / В. П. Голиков В. П. и др. // Перспективные системы и задачи управления: Матер. 3-й всерос. конф. – 2008. – С. 234–241.

19. Горбачев, Н. А. Применение акселерометров для измерения углов тангажа и крена в аэродинамическом эксперименте / Н. А. Горбачев, А. Р. Горбушин, Е. А. Крапивина, И. А. Судакова // Измерительная техника. – 2012. – № 8. – С. 25–28.

20. Харитонов, А. М. Техника и методы аэрофизического эксперимента / А. М. Харитонов ; - Новосибирск : НГТУ. - 2011. - 642 с. : ил. ; табл.

21. Пашкевич, В. Об опытах, произведенных с целью определения зависимости сопротивления воздуха на продолговатый снаряд от угла, составляемого его осью фигуры с направлением его поступательной скорости / В. Пашкевич // Артиллерийский журнал. – 1878. – № 3. – С. 256–268.

22. Циолковский, К. Э., Давление воздуха на поверхности, введенные в искусственный воздушный поток / К. Э. Циолковский // Вестник опытной физики и элементарной математики. – 1898. – № 269, 270. – Одесса.

23. Жуковский, Н. Е., Аэродинамическая лаборатория при кабинете прикладной механики Московского университета / Н. Е. Жуковский // Бюллетень Московского общества воздухоплавания. – 1911. – № 3. – С. 51–64.

24. Жуковский, Н. Е. Аэродинамические лаборатории Московского университета и Московского высшего технического училища / Н. Е. Жуковский // Временник Общества содействия успехам опытных наук имени Х. С. Леденцова. – М. – 1911. – Вып.2. – С. 22–42.

25. Проф. Н. Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Лекции, Выпуск 1. Теоретические основы воздухоплавания. Часть 1 / Н. Е. Жуковский ; Москва, Ленинград. : ОНТИ. – 1938.

26. Гусев, В. П. Основные систематические погрешности калибровочного стенда МСЭ-000 / В. П. Гусев, В. И. Тихомиров // Труды ЦАГИ. – 1983. – Вып. 2207. – С. 107–114.

27. Волобуев, В. С. Два способа калибровки тензометрических весов на калибровочных стендах ЦАГИ / В. С. Волобуев, А. Р. Горбушин, И. А. Судакова, В. И. Тихомиров // Ученые записки ЦАГИ. – 2017. – Том XLVIII. – №2. – С. 62–70.

28. Большакова, А. А. Исследование систематических погрешностей стенда для калибровки тензометрических весов / А. А. Большакова, В. С. Волобуев, А. Р. Горбушин, В. В. Петроневиц // Измерительная техника. – 2017. – № 8. – С. 10–14.

29. Андреев, В. Н. Особенности методики учета температурного влияния на показания тензометрических весов / В. Н. Андреев, В. А. Родионов, К. А. Стекениус // В сборнике: Материалы XXIII научно-технической конференции по аэродинамике. – 2012. – С. 16–17.

30. Бухаров, К. Д. Апробация весового непрерывного эксперимента в трансзвуковой аэродинамической трубе Т-128 на дозвуковых режимах / К. Д. Бухаров, А. Р. Горбушин, Ю. В. Карташев, В. В. Петроневиц, И. А. Судакова, С. Л. Чернышев // Ученые записки ЦАГИ. – 2017. – Т. XLVIII. – № 7. – С. 27–45.

31. Жук, А. Н. Методика исследования нестационарных аэродинамических характеристик на режимах отрывного обтекания и колебаниях с большими амплитудами / А. Н. Жук, К. А. Колинко, О. Л. Миатов, А. Н. Храбров. // Ученые записки ЦАГИ. – 1996. – Т. XXVII. – №3–4. – С.51–58.

32. Беговщиц, В. Н. Метод свободных колебаний на упругом шарнире для исследования нестационарных аэродинамических производных при трансзвуковых скоростях потока / В. Н. Беговщиц, С. В. Кабин, К. А. Колинко, П. Д. Нуштаев А. Н. Храбров // Ученые записки ЦАГИ. – 1996. – Т. XXVII. – № 3–4. – С. 39–49.

33. Еремин, В. В. Исследование статических и динамических аэродинамических характеристик спускаемых аппаратов в виде затупленных конусов большого угла полураствора / В. В. Еремин, В. А. Михалин, К. А. Стекениус, А. В. Строилов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4–3. – С. 759–761.

34. Козловский, В.А. Нестационарные аэродинамические характеристики возвращаемых аппаратов сегментально-конической формы / В.А. Козловский, Ю.М. Липницкий // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4–3. – С. 860–862.

35. Козловский, В. А. Экспериментальное определение в аэродинамических трубах методом свободных колебаний характеристик демпфирования спускаемых в атмосфере планет аппаратов / В. А. Козловский // Космонавтика и ракетостроение. – 2005. – № 1 (38). – С. 81–94.

36. Липницкий, Ю. М. Математическое моделирование движения тел, совершающих плоские угловые колебания в потоке газа. / Ю. М. Липницкий, В. В. Еремин, В. А. Михалин // В сборнике: XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. сборник докладов. Составители: Д. Ю. Ахметов, А. Н. Герасимов, Ш. М. Хайдаров ; ответственные редакторы: Д. А. Губайдуллин, А. И. Елизаров, Е. К. Липачев. – 2015. – С. 2319–2321.

37. Ерёмин, В. В. Исследование нестационарных аэродинамических характеристик спускаемого аппарата с системой аварийного спасения / В. В. Ерёмин, Ю. М. Липницкий, В. А. Михалин, А. В. Строилов // Космонавтика и ракетостроение. – 2015. – № 3 (82). – С. 139–145.

38. Бутков, А. С. Стационарные и нестационарные локальные аэродинамические нагрузки, действующие на сборочно-защитные блоки / А. С. Бутков, Б. Н. Даньков, А. П. Косенко, Ю. М. Липницкий, Н. В. Мишкова // Космонавтика и ракетостроение. – 2007. – № 1 (46). – С. 53–62.

39. Липницкий, Ю. М. Определение нестационарных аэродинамических характеристик колеблющихся обтекателей ракет-носителей / Ю. М. Липницкий, В. А. Михалин, А. В. Родионов // Космонавтика и ракетостроение. – 2002. – № 2. – С. 16.

40. Липницкий, Ю. М. Сверхзвуковое обтекание острого конуса, колеблющегося около нулевого угла атаки / Ю. М. Липницкий, Е. В. Мацюра, А. Н. Покровский // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 1998. – № 6. – 124 с.

41. Головачев, Ю. П. Сверхзвуковое обтекание затупленного тела, колеблющегося по углу атаки / Ю. П. Головачев, Н. В. Леонтьева, Ю. М. Липницкий // Журнал технической физики. – 1996. – Т. 66. – № 5. – С. 45.

42. Липницкий, Ю. М. Исследование сверхзвукового нестационарного обтекания конических тел / Ю. М. Липницкий, Ю. Т. Резниченко, В. Н. Сиренко // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1983. – № 2. – С. 174.

43. Липницкий, Ю. М. Нестационарная аэродинамика баллистического полета / Ю. М. Липницкий, А. В. Красильников, А. Н. Покровский, В. Н. Шманенков ; Сер. 1. – Moscow : 2003.

44. Маслов, А. А. Применение акселерометров при измерении аэродинамических сил в установках кратковременного действия / А. А. Маслов, А. В. Старов, И. С. Цырюльников // Сибирский физический журнал. – 2022. – Т. 17. – № 3. – С. 22–28. doi 10.25205/2541-9447-2022-17-3-22-28.

45. Котов, М. А. Проведение экспериментов по обтеканию моделей в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе / М. А. Котов, Л. Б. Рулева, С. И. Солодовников, С. Т. Суржиков // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2013. – Т. 14. – Вып. 4. [www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-12-20-008.pdf](http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2013-12-20-008.pdf).

46. Котов, М. А. Расчетно-экспериментальные исследования структуры высокоскоростного потока газа при обтекании моделей фрагментов летательных аппаратов / М. А. Котов, Л. Б. Рулева, С. И. Солодовников, С. Т. Суржиков // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия : Машиностроение. – 2017. – Т. 1. – № 3 (114). – С. 18–30. doi: 10.18698/0236-3941-2017-3-18-30.

47. Котов, М. А. Обтекание моделей гиперзвуковых летательных аппаратов и простых геометрических форм в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе / М. А. Котов, И. А. Крюков, Л. Б. Рулева, С. И. Солодовников, С. Т. Суржиков // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2016. – № 9. doi: 10.18698/2308-6033-2016-9-1537.

48. Котов, М. А. Обтекание цилиндра с клином в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе / М. А. Котов, И. А. Крюков, Л. Б. Рулева, С. И. Солодовников, С. Т. Суржиков // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. – 2015. – Т. 16. – Вып. 4.

49. Латыпов, А.Ф. Динамический метод определения аэродинамических характеристик моделей по результатам экспериментов в аэродинамических трубах кратковременного действия/ А.Ф. Латыпов // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47. – № 5. – С. 47–55.

50. Деревянко, В. А. Метод восстановления давления в потоке газа по данным измерений в аэродинамических трубах кратковременного действия / В. А. Деревянко, С. В. Кукушкин, А. Ф. Латыпов // Прикладная механика и техническая физика. – 2014. – Т. 55. – № 6. – С. 74–83.

51. Бертынь, В. Р. Методика тарировок и обработки результатов испытаний на многокомпонентных весах тензометрического типа в аэродинамических трубах / В. Р. Бертынь, Н. А. Овсянников, И. И. Юшков // Технические отчеты ЦАГИ. – 1963.

52. Богданов, В. В. Многокомпонентные весовые измерительные системы для импульсной аэродинамической трубы ЦАГИ / В. В. Богданов, С. Т. Ромашкин // Труды ЦАГИ. 1974. – Вып. 1599. – С. 3–18.

53. Гродзовский, Г. Л. Информационные характеристики аэродинамических тензометрических систем / Г. Л. Гродзовский // Ученые записки ЦАГИ. – 1979. – Т. X. – № 4. – С. 79–89.

54. Богданов, В. В. Исследование по созданию многокомпонентных весов с улучшенными динамическими характеристиками для аэродинамических труб кратковременного действия / В. В. Богданов, С. М. Дроздов, Р. А. Казанский // Датчики и системы. – 2006. – № 1 (80). – С. 15–21.

55. Сенянский, М. В. Метод оценки точности автоматических измерений весовых параметров транспортных средств при максимальных скоростях и осевых нагрузках / М. В. Сенянский, С. И. Гавриленков // Приборы. – 2021. – № 9 (255). – С. 44–54.

56. Солнцев, К. Е. Дозаторы и бункерные весы / К. Е. Солнцев, А. Н. Рябцев // Приборы. – 2020. – № 10 (244). – С. 35–44.

57. Блокин-Мечталин, Ю. К. Тензометрический измерительно-вычислительный комплекс ИВК М2 / Ю. К. Блокин-Мечталин, В. В. Петроневич, Е.К. Чумаченко // Датчики и системы. – 2004. – №3.

58. Христианович, С. А. Прикладная газовая динамика Ч. II. / С. А. Христианович, В. Г. Гальперин, И. Д. Миллионщиков, Л. А. Симонов ; Тип. ЦАГИ. – 1948. – 201 с.

59. Хейфец, М. И. Обработка результатов испытаний: Алгоритмы, номограммы, таблицы / М. И. Хейфец. – М.: Машиностроение. – 1988. – 168 с.

60. Микеладзе, В. Г. Основные геометрические и аэродинамические характеристики самолетов и ракет, Справочник / В. Г. Микеладзе, В. М. Титов. – М.: Машиностроение. – 1990. – С. 45-48.

61. Лойцянский, Л. Г. Курс теоретической механики / Л. Г. Лойцянский, А. И. Лурье. – М.: Наука. – 1983. – 640 с.

62. Балагуров, В. Н. Исключение из результатов весовых испытаний систематических ошибок, обусловленных влиянием веса модели и элементов конструкции тензометрических весов на их показания / В. Н. Балагуров, К. А. Стекениус, С. Е. Филиппов // Космонавтика и ракетостроение. – 2006. – № 4 (45). – С. 30–38

63. Пат. 2805536 Российская Федерация, МПК G 01 G 19/02. Способ определения массы движущегося объекта (варианты) / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А.Е., Крапивина Е. А., Глазков С. А., Коваленков В. М., Семенов А. В., Якушев В. А., Яцуков О. И.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2022125494; заявл. 29.09.22 ; опубл. 18.10.23, Бюл. № 29. – 2 с. : ил.

64. Пат. 2805127 Российская Федерация, МПК G 01 G 19/02 (2006.01). Способ определения массы движущегося объекта (варианты) / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А. Е., Крапивина Е. А., Глазков С. А., Коваленков В. М., Семенов А. В., Якушев В. А., Яцуков О. И.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е.

Жуковского. – № 2022125496; заявл. 29.09.22 ; опубл. 11.10.23. Бюл. № 29. – 2 с. : ил.

65. Горбушин, А. Р. Трёхкомпонентная математическая модель одноосевого акселерометра для измерения углов тангажа и крена / А. Р. Горбушин, А. И. Колесников // Измерительная техника. – 2019. – № 2. – С. 23–28.

66. Амосов, А. А. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченкова – М.: Высш. шк. – 1994. – 544 с.

67. Пат. 2780360 Российская Федерация, МПК G 01 19/02, G 01 М 9/06. Способ определения нестационарных углов тангажа и крена и устройство для его реализации / Анохина Е. Н., Горбушин А. Р., Козик А. Е., Крапивина Е. А.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2022110068 ; заявл. 14.04.22 ; опубл. 21.09.22. Бюл. № 27. – 2 с.

68. Варгафтик, Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик. – М.: Изд. Наука. – 1972. – 720 с.

69. Ривкин, С. Л. Термодинамические свойства воды и водяного пара. Справочник / С. Л. Ривкин, А. А. Александров ; М.: Энергоатомиздат. – 1984. – 80 с.

70. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: Уч. пособие: Для вузов. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика / Д. В. Сивухин. – М.: Физматлит. – 2005. – 544 с.

71. Авиационные материалы. Т. 1. Конструкционные стали. ВИАМ. ОНТИ, 1975 г.

72. Горбушин, А. Р. Метод учета влияния веса модели и веса динамометра на показания тензометрических весов / А. Р. Горбушин // Ученые записки ЦАГИ. – 2009. – Т. XL. – № 4. – С. 63–70.

73. Юшков, И. И. Анализ случайных погрешностей измерения параметров потока в аэродинамических трубах при больших сверхзвуковых скоростях / И. И. Юшков // Труды ЦАГИ. – 1962. – Вып. 856. – С. 1–16.

74. ГСССД 6–89. Таблицы стандартных справочных данных. Вода. Коэффициенты динамической вязкости при температурах 0...800°C и давлениях от соответствующих разреженному газу до 300 МПа.

75. Босняков, С. М. О верификации и валидации вычислительных методов и программ на основе метода Годунова / С. М. Босняков, А. Р. Горбушин, И. А. Курсаков, С. В. Матяш, С. В. Михайлов, В. Ю. Подаруев // Ученые записки ЦАГИ. – 2017. – Т. XLVIII. – № 8.

76. Чирихин, А. В. Течение конденсирующихся и запыленных сред в соплах аэродинамических труб / А. В. Чирихин ; – М.: Физматлит. – 2011. – 280 с.

77. Пэнкхерст, Р. Техника эксперимента в аэродинамических трубах / Р. Пэнкхерст, Д. Холдер. – М.: Изд. ин. лит. – 1955. – 667 с.

78. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. – 3-е изд., перераб. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. – 1986. – 736 с.

79. Пат. 2780307 Российская Федерация, МПК G 01 № 19/02, G 01 М 9/06. Устройство для измерения силы трения пограничного слоя потока газа на обтекаемых поверхностях / Чернышев Л. Л., Вермель В. Д., Горбушин А. Р., Лацоев К. Ф., Шардин А. О., Розин И. В., Руденко Д. С., Качарава И. Н.; заявитель и патентообладатель Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского. – № 2021139348 ; заявл. 28.12.21 ; опубл. 21.09.22. Бюл. № 27. – 2 с. : ил.

80. Ewald, B. F. R. Multi-component force balances for conventional and cryogenic wind tunnels / B. F. R. Ewald // Measurement Science and Technology. – 2000. – Vol. 11. – Is. 6. – P. 81–94. doi: 10.1088/0957-0233/11/6/201.

81. Calibration and Use of Internal Strain-Gage Balances with Application to Wind Tunnel Testing // AIAA R-091A-2020. – 2020. doi.org/10.2514/4.106019.001.

82. Bernstein, L. Force measurements in short-duration hypersonic facilities / L. Bernstein // AGARDograph 214. – 1975.

83. Vadassery, P. Design and testing of an external drag balance for a hypersonic shock tunnel / P. Vadassery, D. D. Joshi, T. C. Rolim, F. K. Lu // *Measurement*. – 2013. – Vol. 46. – Is. 7. – P. 2110-2117. doi.org/10.1016/j.measurement.2013.03.011.
84. Wang, Y. Design of a pulse-type strain gauge balance for a long-test-duration hypersonic shock tunnel / Y. Wang, Y. Liu & Z. Jiang // *Shock Waves*. – 2016. – 26. – P. 835–844. https://doi.org/10.1007/s00193-015-0616-x.
85. Quest, J. Tools & Techniques for high Reynolds number testing – status & recent improvements at ETW / J. Quest, D. Schimanski // *AIAA* 2003-755. doi.org/10.2514/6.2003-755.
86. Jaarsma, F. The phase 2 up-grade of the NLR high speed tunnel HST / F. Jaarsma, A. Elsenaar // *NLR TP* 97147. – 1997.
87. Crawford, B. L. Angle measurement system (AMS) for establishing model pitch and roll zero, and performing single axis angle comparisons / B. L. Crawford // *AIAA* 2007-1162. – 2007.
88. Fuller, D. E. Guide for users of the national transonic facility / D. E. Fuller // *NASA TM*-83124. – 1981.
89. Watzlavick, R. L. Comparison of Model Attitude Systems: Active Target Photogrammetry, Precision Accelerometer and Laser Interferometer / R. L. Watzlavick, J.P. Crowder, F.L. Wright // *AIAA* 1996-2252.
90. Finley, T. Model attitude measurements at NASA Langley Research Center / T. Finley, P. Tchong // *AIAA* 1992-0763.
91. Marshall, R. An improved method for determining pitch and roll angles using accelerometers / R. Marshall, D. Landman // *AIAA* 2000-2384.
92. Toro, K. G. Cryogenic angle measurement at NASA Langley / K. G. Toro, P. A. Parker // *AIAA* 2019-2807. doi.org/10.2514/6.2019-2807.
93. Lawrence A. Modern inertial technology: navigation, guidance, and control. – – 2nd ed. – Springer-Verlag New York Inc. – 1998.
94. Kolbas, Yu. Yu. Experimental error study of q-flex and Si-flex accelerometers in case of mechanical vibration / Yu. Yu. Kolbas, A. V. Tomilin, M. V.

Ladonkina // Herald of the Bauman Moscow State Tech. Univ., Instrum. Eng. – 2017. – No. 3. – P. 13–19. doi: 10.18698/0236-3933-2017-3-13-19.

95. IEEE standard specification format guide and test procedure for linear single-axis, nongyroscopic accelerometers 1293™. 1998 (R2008).

96. Gorbushin, A. R. Pioneering Russian wind tunnels and first experimental investigations, 1871–1915 / A. R. Gorbushin // Progress in Aerospace Sciences. – 2017. – 95C. – P. 99–139. doi.org/10.1016/j.paerosci.2017.10.003.

97. Gorbushin, A. R. The origin of wind tunnels in Russia / A. R. Gorbushin // 30th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences. – 2016.

98. Gorbushin A. R. The Earliest Russian Wind Tunnels / A. R. Gorbushin // 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting. – 2015. – AIAA 2015-0106. doi.org/10.2514/6.2015-0106.

99. Bulletin de l'Institut aérodynamique de Koutchino. Fasc. I–V. Moscow, 1906–1914. Fasc. VI. Paris, 1920.

100. Lee, L. The origin of the Wind Tunnels in Europe, 1871–1900. / L. Lee // Air Power History. – Summer 1998.

101. Gorbushin, A. R. Some peculiarities of balance tests in the transonic TsAGI T-128 wind tunnel / A. R. Gorbushin // В сборнике: First International Symposium on Strain Gauge Balances. Proceedings of a symposium. Hampton. – 1999. – P. 403–412.

102. Lynn, K. High-Reynolds number active blowing semi-span force measurement system development / K. Lynn, R. Rhew, G. Jones, W. Milholen // AIAA 2012-3318. doi.org/10.2514/6.2012-3318.

103. Hufnagel, K. The 2nd generation balance calibration machine of Darmstadt University of Technology (TUD) / K. Hufnagel, M. Quade // AIAA 2007-148. doi.org/10.2514/6.2007-148.

104. Rhew, R. Strain-gage balance axial section design optimization using design of experiments / R. Rhew // AIAA 2005-7600. doi.org/10.2514/6.2005-7600.

105. Rhew, R. Rigorous design and analysis of wind tunnel balance calibration load schedules / R. Rhew, P. Parker // AIAA 2017-4427. doi.org/10.2514/6.2017-4427.

106. Xiong, Lin. Research on calibration method for obtaining body coordinate system coefficients matrix using non-repositioning calibration system / Lin Xiong, Jinyin Wang, Jiahua Liu, Shuai Wen, Chunfeng Liu, Ping Jiang // J. Experiments in Fluid Mechanics. – 2015. – Vol. 29(6). – P. 84-88.

107. Wang, Jinyin. Problems involved in comparison of calibration of strain gage balance in ground coordinate system and body coordinate system / Jinyin Wang // J. Experiments in Fluid Mechanics. – 2005. – Vol. 19(2). – P. 103–109.

108. Zhu, Ben-hua. Crucial technology analysis on restoration measurement of automatic balance calibration system / Ben-hua Zhu, Lei Liang // Ordnance industry automation. – 2009. – Vol. 28(12). – P. 79–88.

109. Measuring with strain gauges: how to prevent unwanted temperature effects on your measurement result. URL: [www.hbm.com/en/6725/article-temperature-compensation-of-strain-gauges/](http://www.hbm.com/en/6725/article-temperature-compensation-of-strain-gauges/).

110. Rivers, M. B. Comparison of the NASA Common Research Model European Transonic Wind Tunnel test data to NASA test data (invited) / M. B. Rivers, R. Rudnik, J. Quest // AIAA 2015-1093. doi.org/10.2514/6.2015-1093.

111. Burt, G.E. Effect of sting oscillations on the measurement of dynamic stability derivatives in pitch and yaw / G.E. Burt, J.C. Uselton // AIAA 74-612. doi.org/10.2514/6.1974-612.

112. Wissman, J. New compliant strain gauges for self-sensing dynamic deformation of flapping wings on miniature air vehicles, / J. Wissman et al. // Smart Mater. Struct. – 2013. – 22 085031. doi.org/10.1088/0964-1726/22/8/085031.

113 Wang, Y. Design of a pulse-type strain gauge balance for a long-test-duration hypersonic shock tunnel / Y. Wang, Y. Liu & Z. Jiang // Shock Waves. - 2016. - 26. - P. 835–844. doi.org/10.1007/s00193-015-0616-x.

114. Gounko, Yu. P. Technique for determination of heat fluxes and force characteristics of ramjet/scramjet models in a hot-shot wind tunnel / Yu. P. Gounko, A. M. Kharitonov, A. F. Latypov, et al. // Proc. of the 10th Intern. conf. on the methods of aerophys. res., Novosibirsk – Tomsk, 9–16 July 2000. Novosibirsk: Publ. House of Siberian Branch of Russ. Acad. of Sci., 3 (2000). – P. 51–56.

115. Derevyanko, V. A. Pressure measurements in the gas flow in short-duration wind tunnels / V. A. Derevyanko, S. V. Kukushkin, A. F. Latypov // Proc. of the Intern. conf. on the methods of aerophys. res., June 30 – July 6, 2014. Abstracts, Part I. Novosibirsk: Publ. Avtograf. – P. 54–56.

116. Mee, D.J. Dynamic calibration of force balances for impulse hypersonic facilities / D. J. Mee // Shock Waves. – 2003. – 12. – P. 443–455. doi.org/10.1007/s00193-003-0181-6.

117. Sahoo, N. Dynamic force balances for short-duration hypersonic testing facilities / N. Sahoo, K. Suryavamshi, K. P. J. Reddy, et al. // Exp Fluids. – 2005. – 38. – 606 p. doi.org/10.1007/s00348-005-0932-5.

118. Abdel-jawad, M.M. New calibration technique for multiple- component stress wave force balances / M.M. Abdel-jawad, D.J. Mee, R.G. Morgan // Review of Scientific Instruments. – 2007. – 78 (6). https://doi.org/10.1063/1.2744235.

119. Vadassery, P. Design and testing of an external drag balance for a hypersonic shock tunnel / P. Vadassery, D. D. Joshi, T.C. Rolim, F.K. Lu // Measurement.–2013.–46 (7).–P.2110–2117. doi.org/10.1016/j.measurement.2013.03.011.

120. Kotov, M. A. Experimental Investigation Of An Aerodynamic Flow Of Geometrical Models In Hypersonic Aerodynamic Shock Tube / M. A. Kotov, I. A. Kryukov, L. B. Ruleva, S. I. Solodovnikov, S. T. Surzhikov // AIAA 2013-2931. – 14 p.

121. Ying, Bi. Gust load alleviation wind tunnel tests of a large-aspect-ratio flexible wing with piezoelectric control / Bi Ying, Xie Changchuan, An Chao, Yang Chao // Chinese Journal of Aeronautics. – 2017. – 30(1). – P. 292–309. dx.doi.org/10.1016/j.cja.2016.12.028.

122. Corkery, S.J. On the development and early observations from a towing tank-based transverse wing–gust encounter test rig / S. J. Corkery, H. Babinsky, J. K. Harvey // Experiments in Fluids. – 2018. – 59. – P. 135. doi.org/10.1007/s00348-018-2586-0.

123. Panta, A. Dynamics of a Small Unmanned Aircraft Parachute System / A. Panta, S. Watkins, R. Clothier // J Aerosp Technol Manag. –2019. – Vol. 10. doi: 10.5028/jatm.v10.752.

124. Young, C. National Transonic Facility model and model support vibration problems / C. Young, T. Popernack, B. Gloss // AIAA-90-1416. – 1990. doi.org/10.2514/6.1990-1416.
125. Buehrle, R.D. Experimental study of dynamic interaction between model support structure and a High Speed Research Model in the National Transonic Facility / R.D. Buehrle, C.P. Young, S. Balakrishna, W.A. Kilgore // AIAA-94-1623. doi.org/10.2514/6.1994-1623.
126. Quix, H. Dynamic Measurements on the NASA CRM Model tested in ETW / H. Quix and Ann-Katrin Hensch // AIAA 2015-1097. doi.org/10.2514/6.2015-1097.
127. D. L. Beshears, G. J. Capps, J. K. Jordan, J. V. Laforge, J. D. Muhs, R. N. Nodine, M. B. Scudiere, C. P. White, US Patent No. WO 98/40705 (17 September 1998).
128. Burnos, P. High Accuracy Weigh-In-Motion Systems for Direct Enforcement / P. Burnos, J. Gajda, R. Sroka, M. Wasilewska, C. Dolega // Sensors. – 2021. – 21(23). – 8046. doi.org/10.3390/s21238046/
129. Meymand, S. Z. Design, development, and calibration of a force-moment measurement system for wheel–rail contact mechanics in roller rigs / S. Z. Meymand, M. Ahmadian // Measurement. – 2016. – 81. – P. 113–122. http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2015.12.012.
130. Xu, X. An approach for the estimation of vertical wheel/rail force using dynamic signals / X. Xu, S. Sun, L. Niu, Z. Ke, F. Yang, X. Xiong // Vehicle System Dynamics.–2023.–62(4).–P.1022–1036.doi.org/10.1080/00423114.2023.2214256.
131. Fuijckshot, P.H. Looking for the last drag count model vibrations vs. drag accuracy / P.H. Fuijckshot // NLR TP. – 1996. – 9648.
132. Frank, L. Experience relative to the interaction between balance engineer and the project engineer with regard to measurement uncertainty / L. Frank // Proceedings of a symposium sponsored by the National Aeronautics and Space Administration, Washington, D.C., and held at Langley Research Center, Hampton, Virginia, USA, October 22-25, 1996. NASA/CP-1999-209101/PT1. P. 243–277.

133. Gavrilov, A. A. Vibration stability of MEMS accelerometers / A. A. Gavrilov, A. N. Shipunov // Transactions of Nizhni Novgorod State Technical University n. a. R. Y. Alexeev. – 2013. – No. 3(100). – P. 308–315. ISSN 1816-210X.

134. Lestev, A. M. Vibration-induced error of a pendulous MEMS accelerometer / A. M. Lestev, M. V. Fedorov // Gyroscopy Navig. – 2012. – No. 3. – P. 47–50. doi.org/10.1134/S2075108712010087

135. Beitia, J. Miniature accelerometer for high-dynamic, precision guided systems / J. Beitia, P. Loisel, C. Fell, I. M. Okon // 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS). – 2017. – St. Petersburg. – P. 1–6. doi: 10.23919/ICINS.2017.7995641.

136. Marshall, R. An Improved Method for Determining Pitch and Roll Angles using Accelerometers / R. Marshall, D. Landman // AIAA 2000-2384.

137. Yin, G. Vibration effect correction method of inclinometer in intermittent transonic wind tunnel / G. Yin, H. Jiang, Y. Xie, P. Li, L. Zhao, Z. Yang // Sensors and Actuators A: Physical. – 2021. – Vol. 331. doi.org/10.1016/j.sna.2021.112938.

138. Zhou, M. Multidimensional Vibration Suppression Method with Piezoelectric Control for Wind Tunnel Models / M. Zhou, W. Liu, L. Tang, Z. Yao, Z. Wen, B. Liang, Z. Jia // Sensors. – 2019. – 19(18). – 3998. doi:10.3390/s19183998.

139. Fehren, H. Validation Testing with the Active Damping System in the European Transonic Wind Tunnel / H. Fehren, U. Gnauert, R. Wimmel, G. Refer // AIAA-2001-0610. – 2001. doi.org/10.2514/6.2001-610.

140. Balakrishna, S. Development of a Wind Tunnel Active Vibration Reduction System / S. Balakrishna, H. Heather, D. H. Butler, R. White // AIAA-2007-961. – 2007. doi.org/10.2514/6.2007-961.

141. Coulter, S.M. Cross and cross-coupling measurements on the SDM at AEDC / S.M. Coulter, E.J. Marquart // AIAA 82-0596.

142. Beyers, M. E. SDM pitch and yaw axis stability derivatives / M. E. Beyers // AIAA 85-1827.

143. Ackeret, J. High-speed wind tunnels. National advisory committee for aeronautics/J. Ackeret // Technical memorandum. No. 808. – Washington. – 1936. – P. 48.

144. Mease, N. E. Airspeed Calibrations at the National Institute of Standards and Technology / N. E. Mease, W. G. Cleveland, G. E. Mattingly, J. M. Hall // *Proceedings of the Measurement Science Conference*. – 1992. – Anaheim, CA.

145. Panda, J. Unsteady pressure fluctuations measured on a hammerhead space vehicle and comparison with Coe and Nute's 1962 data / J. Panda, T. J. Garbeff, N. J. Burnside, J. C. Ross // *Int. J. Aeroacoust.* – 2018. – 17 (1–2). – P. 70–87. doi.org/10.1177/1475472X17743626.

146. Haghdoost M. R. Mitigation of pressure fluctuations from an array of pulse detonation combustors / M. R. Haghdoost, B. S. Thethy, D. Edgington-Mitchell, F. Habicht, J. Vinkeloe, N. Djordjevic, C. O. Paschereit, K. Oberleithner // *ASME. J. Eng. Gas Turbines Power*. – 2021. – 143(7). doi.org/10.1115/1.4049857.

147. Tsutaya K. Mitigation method for pressure fluctuations induced by acoustic resonance / K. Tsutaya et al. // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2021. – 1909. – 012038. doi.org/10.1088/1742-6596/1909/1/012038.

148. Liu, D.M. Special pressure fluctuation analyse of the pump turbine / D.M. Liu et al. // *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* – 2021. – 774. – 012139. doi.org/10.1088/1755-1315/774/1/012139.

149. Seifert, A. Pack Oscillatory excitation of unsteady compressible flows over airfoils at flight Reynolds numbers / A. Seifert, L. T. Pack // *AIAA* 1999-0925. doi.org/10.2514/6.1999-925.

150. Giovanangeli, J. P. A new method for measuring static pressure fluctuations with application to wind-wave interaction / J. P. Giovanangeli // *Experiments in Fluids*. – 1988. – 6. – P. 156–164. doi.org/10.1007/BF00230727.

151. Liberzon, D. An Inexpensive method for measurements of static pressure fluctuations / D. Liberzon, L. Shemer // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. – 2010. – 27(4). – P. 776–784. doi.org/10.1175/2009JTECHA1352.1.

152. Panton, R. L. Correlation of pressure fluctuations in turbulent wall layers / R. L. Panton, M. Lee, R. D. Moser // *Physical Review Fluids*. – 2017. – 2. – 094604. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.2.094604>.

153. Zhao, X. An algorithm to separate wind tunnel background noise from turbulent boundary layer excitation / X. Zhao, M. Yang, J. Zhou, J. Lei // Chinese Journal of Aeronautics. – 2019. – 32(9). – P. 2059–2067. doi.org/10.1016/j.cja.2019.03.035.
154. Tsuji, Y. Similarity scaling of pressure fluctuation in turbulence / Y. Tsuji, T. Ishihara // Physical Review E. – 2003. – 68. – 026309. doi.org/10.1103/PhysRevE.68.026309.
155. Arackal, R. S. Surface pressure fluctuations in wall jets with different plate lengths / R. S. Arackal, T. J. S. Jothi // Exp Fluids. – 2021. – 62. – 236. doi.org/10.1007/s00348-021-03329-x.
156. Duan, L. Direct numerical simulation of nozzle-wall pressure fluctuations in a Mach 8 wind tunnel / L. Duan, G.L. Nicholson, J. Huang, K.M. Casper, R. Wagnild, N. Bitter // AIAA 2019-0874. – 2019. doi.org/10.2514/6.2019-0874.
157. Wagner, A. Combined free-stream disturbance measurements and receptivity studies in hypersonic wind tunnels by means of a slender wedge probe and direct numerical simulation / A. Wagner, E. Schüle, R. Petervari, K. Hannemann, S. Ali, A. Cerminara, N. Sandham // Journal of Fluid Mechanics. – 2018. – 842. – P. 495–531. doi.org/10.1017/jfm.2018.132.
158. Dunham, J. A probe for measuring fluctuating flows in axial compressors / J. Dunham // J. Sci. Instrum. – 1962. – 39. – 328. doi.org/10.1088/0950-7671/39/7/302.
159. Ayers, G. Exploration of dynamic rocket sled modeling parameters at Holloman High Speed Test Track / G. Ayers, M. Hooser, D. Black, A. Leader // AIAA 2009-1707. – 2009. doi.org/10.2514/6.2009-1707.
160. Wuest, W. Pressure and flow measurement - flight testing / W. Wuest // AGARD-AG-160. – Vol. 11. – 1980.
161. Wendt, V. An experimental and theoretical investigation of instabilities in hypersonic flat plate boundary layer flow / V. Wendt, M. Simen // Physics of Fluids. – 1995. – 7. – P. 877–887. doi.org/10.1063/1.868610.

162. Ruffer, S. J. Pressure fluctuation measurements in the NASA Langley 20-inch Mach 6 wind tunnel / S. J. Ruffer, D. C. Berridge // AIAA 2012-3262. – 2012. doi.org/10.2514/6.2012-3262.

163. Gromyko, Y. Y. An experimental study of the natural noise in the Transit-M hypersonic wind tunnel / Y. V. Gromyko, P. A. Polivanov, A. A. Sidorenko, et al. // Thermophys. Aeromech. – 2013. – 20. – P. 481–493. doi.org/10.1134/S0869864313040112.

164. Grossir, G. Experimental characterization of hypersonic nozzle boundary layers and free-stream noise levels / G. Grossir, S. Paris, K. Bensassi, P. Rambaud // AIAA 2013-1130. – 2013. doi.org/10.2514/6.2013-1130.

165. Mai, C. L. Effect of a normal shock wave on freestream total pressure fluctuations in a low-density Mach 6 flow / C. L. Mai, R.D. Bowersox // AIAA 2014-2641. – 2014. doi.org/10.2514/6.2014-2641.

166. Helmholtz, H. On the sensations of tone as a physiological basis for the theory of music / H. Helmholtz ; – 3rd ed. – Cambridge Library Collection – Music : A. Ellis, Trans. : Cambridge University Press. : Cambridge. – 2009. doi.org/10.1017/CBO9780511701801.

167. Theodoro, F. R. F. An overview of the dynamic calibration of piezoelectric pressure transducers / F.R.F. Theodoro, M. L. C. C. Reis, C. d' Souto // J. Phys.: Conf. Ser. – 2018. – 975 012002. doi.org/10.1088/1742-6596/975/1/012002.

168. Brandão, R. Acoustic impedance of a cylindrical orifice / R. Brandão, O. Schnitzer // Journal of Fluid Mechanics. – 2020. – 892. – A7. doi.org/10.1017/jfm.2020.187.

169. Strutt, J. W. S. The Theory of Sound / J. W. S. Strutt (Lord Rayleigh) ; – second ed. – Macmillan. : London. – 1926.

170. Joukovsky, N.E. Collected Papers. Lectures, Issue 1. Theoretical Basis of Aeronautics, Part 1 / Prof. N.E. Joukovsky ; ONTI : Moscow, Leningrad. – 1938.

171. Simpson, J. Calibrating large capacity aerodynamic force balance instrumentation using response surface methods / J. Simpson, D. Landman, R. Giroux, M. Zeisset, B. Hall, R. Rhew// AIAA 2005-7601. doi.org/10.2514/6.2005-7601.

172. Landman, D. Prediction Interval Development for Wind-Tunnel Balance Check-Loading / D. Landman, K. G. Toro, S. A. Commo, K. C. Lynn // *Journal of Aircraft*. – 2015. – Vol. 52. – No. 3. doi.org/10.2514/1.C032930.
173. Gorbushin, A.R. Some peculiarities of balance tests in the transonic TsAGI T-128 wind tunnel / A.R. Gorbushin // NASA/CP-1999-209101/PT1. – 1999.
174. Link, A. Modelling accelerometers for transient signals using calibration measurements upon sinusoidal excitation / A. Link, A. Täubner, W. Wabinski, T. Bruns, C. Elster // *Measurement*. – 2007. – Vol. 40. – Is. 9–10. – P. 928–935. doi.org/10.1016/j.measurement.2006.10.011.
175. AGARD-AR-184. Wind Tunnel Flow Quality and Data Accuracy Requirements. November 1982, p. 30.
176. Wuest, W. Pressure and flow measurement — flight testing / W. Wuest // AGARD-AG-160. – Vol. 11. – 1980.
177. Ingard, U. On the Theory and Design of Acoustic Resonators / U. Ingard // *J. Acoust. Soc. Am.* – 1953. – 25. – P. 1037–1061. doi.org/10.1121/1.1907235.
178. Komkin, A. I. On the attached length of orifices / A. I. Komkin, M. A. Mironov, S.I. Yudin // *Acoust. Phys.* – 2012. – 58. – P. 628–632. doi.org/10.1134/S1063771012050090.
179. Schlichting, H. Boundary layer theory / H. Schlichting ; Vol. 7. New York : McGraw-Hill. – 1979.
180. Stolyarov, E. P. Experimental investigation of impulsive transition functions and spectral characteristics of systems with distributed parameters using an impulsive source / E. P. Stolyarov // *Proc. of Fourth Int. Congress on Sound and Vibr.* – 1996. – St. Petersburg, Russia. P. 619–624.
181. Gorbushin, A.R. Unsteady axial force measurement by the strain gauge balance / A.R. Gorbushin, A.A. Bolshakova // *Measurement*. – 2020. – 152C. – P. 1–8. doi.org/10.1016/j.measurement.2019.107381.
182. Borovoy, V. Temperature sensitive paint application for investigation of boundary layer transition in short-duration wind tunnels / V. Borovoy, V. Mosharov, A.

Noev, V. Radchenko // EUCASS Proceedings Series – Advances in AeroSpace Sciences. – 2012. – 3. – P. 15–24. doi.org/10.1051/eucass/201203015.

183. Vaganov, A. Laminar-turbulent transition reversal on blunt ogive body of revolution at hypersonic speeds / A. Vaganov, A. Noev, V. Radchenko, A. Skuratov, A. Shustov // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. – 2020. – 234(1). – P. 102–108. doi:10.1177/0954410018788737.

184. Glazkov, S. A. investigation of the aerodynamic characteristics of a  $10^\circ$  cone in a t-128 transonic wind-tunnel / S. A. Glazkov, A. R. Gorbushin, A. V. Semenov // J. Inst. Eng. India Ser. C. – 2024. – 105. – P. 803–811. doi.org/10.1007/s40032-021-00749-w.

185. Gorbushin, A. Mean parameters of an incompressible turbulent boundary layer on the wind-tunnel wall at very high Reynolds numbers / A. Gorbushin, S. Osipova, V. Zametaev // Flow Turbulence Combust. – 2021. – 107. – P. 31–50. doi.org/10.1007/s10494-020-00232-z.

186. Vallikivi, M. Turbulent boundary layer statistics at very high Reynolds number / M. Vallikivi, M. Hultmark, A. J. Smits // J. Fluid Mech. – 2015. – 779. – P. 371–389. doi:10.1017/jfm.2015.273.

187. Bendat, J. S. Measurement and Analysis of Random Data / J. S. Bendat, A. G. Piersol ; Julius S. John Wiley & Sons : New York – London – Sydney. – 1966.

188. Biryukov, V. Experimental investigation of the effect of nozzle shape and test section perforation on the stationary and non-stationary characteristics of flow field in the large transonic TsAGI T-128 Wind tunnel / V. Biryukov, S. Glazkov, A. Gorbushin, A. Ivanov, A. Semenov // The Aeronautical Journal. – 2005. – 1968. – 109(1092). – P. 75–82. doi.org/10.1017/S0001924000000579.

189. Glazkov, S. A. Influence of T-128 wind tunnel perforated walls on aerodynamic characteristics of reentry vehicles at transonic speed / S. A. Glazkov, A. R. Gorbushin, A. V. Semenov, A. V. Ledovsky, G. A. Trashkov // CEAS Space J. – 2020. – 12. – P. 235–246. doi.org/10.1007/s12567-019-00293-5.

190. Cross, R. Falling faster than  $g$ , exponentially / R. Cross // Phys. Educ. – 2022. – 57. – 035001. doi.org/10.1088/1361-6552/ac4ba6.